

ブックエンド設計についての一考察

宇 都 龍 行 南 孝 一

A Study of design for Bookend

Tatsuyuki UTO and Kouichi MINAMI

1. 緒 言

今日中学校技術課程で取扱われている Bookend の側板は、大きな長方形切欠を持った軟鋼板の片持梁と解釈される。筆者らは、この切欠が平板の撓みに及ぼす影響を、漸変断面をもつ片持梁理論として扱い、実測値と理論値を比較検討し、Bookend 設計のための一資料にしようとしたものである。

2. 試験片製作の基礎

実験に当って、まず試験片の大きさを決定せねばならない。それには実際の使用に当って、本が倒れたり、すべったり、また側板を破壊されても Bookend の目的を達しえない。これらを考慮すれば、まず側板の高さを決めることである。側板の高さと本の高さの間に一定の関係がある筈である。その関係を次のように求めた。本の高さ L 、側板の高さ ℓ 、底板と本との傾斜角 θ 、底板と本との間の静摩擦係数を μ とする。(Fig 1 参照) 接点 A、B、における Bookend からの抗力 N_1 、 N_2 とすれば次の釣合方程式が成立つ。

垂直方向

$$N_1 - W + N_2 \cos \theta + \mu N_2 \sin \theta = 0$$

水平方向

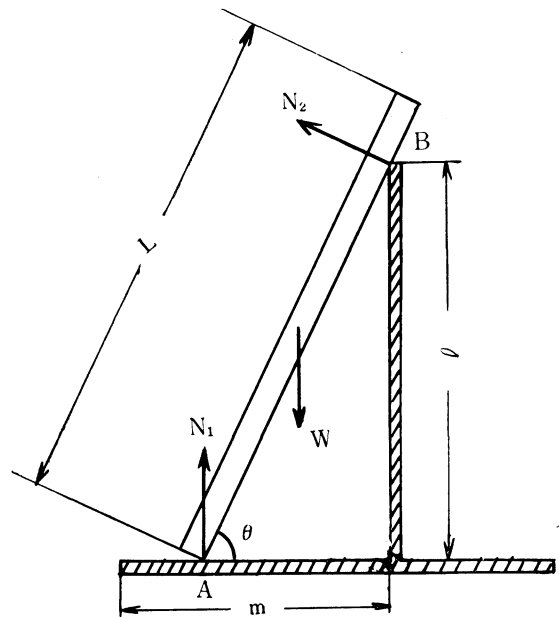
$$\mu N_1 - N_2 \sin \theta + \mu N_2 \cos \theta = 0$$

モーメントの和

$$W \frac{L}{2} \cos \theta - N_2 \frac{\ell}{\sin \theta} = 0$$

以上の三式より N_1 、 N_2 、 W を消去する。

$$\sin^2 \theta \cos \theta = \frac{2 \mu \ell}{(1 + \mu^2) L}$$



すなわち

$$\cos \theta - \cos^3 \theta = \frac{2\mu\ell}{(1+\mu^2)L}$$

ゆえに

$$\cos \theta - \cos^3 \theta < \frac{2\mu\ell}{(1+\mu^2)L}$$

であればすべらない。これを満足する θ を求めればよい。

$y = \cos \theta - \cos^3 \theta$ とおく

$$\frac{d y}{d \theta} = \sin \theta (3 \cos^2 \theta - 1)$$

y の極限值は $\sin \theta = 0$ か、 $3 \cos^2 \theta - 1 = 0$ の時である。 $\sin \theta = 0$ すなわち $\theta = 0$ の時は極小値である。ゆえに y の極大値は

$$3 \cos^3 \theta - 1 = 0$$

すなわち

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{の時である}$$

ゆえに

$$\cos \theta - \cos^3 \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

このように $\cos \theta - \cos^3 \theta$ は $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ をこえてはならない。すなわち

$$\frac{2\mu\ell}{(1+\mu^2)L} > \frac{2\sqrt{3}}{9} \text{が成立する。}$$

ゆえに $\frac{\mu\ell}{(1+\mu^2)L} > \frac{\sqrt{3}}{9}$ が ℓ と L との間に成立する必要条件である。さらに N_1 , N_2 を求めると

$$N_1 = \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{(\mu^2 + 1) \sin \theta} W, \quad N_2 = \frac{\mu W}{(\mu^2 + 1) \sin \theta} \text{となる。}$$

筆者らは軟鋼板（側板および底板）と各種表装本との間の静摩擦係数を測定した結果は、 $\mu = 0.3 \sim 0.4$ にあるようである。この μ を上条件式に代入した結果 $\ell \geq (0.6 \sim 0.7) L$ を得た。

次に本が傾斜した時、底板となす角 θ も限度がある。すなわち $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ より $\theta = 54^\circ$ である。 θ が 54° 以下になるとすべることを意味する。

次に底板の高さ m についてであるが、 $\theta = 54^\circ$ の条件を考えると、 $\tan 54^\circ = \frac{\ell}{m}$ より $m = 0.73 \ell$ となり、何れにしても $m = 0.7 \ell$ が適当な限界値である。

この見地⁽¹⁾に立って検討すると、開隆堂教科書⁽¹⁾に示される $\ell = 170 \text{ mm}$ は、各種の本の高さから適値であり、 $m = 132 \text{ mm}$ はやや大きいかと考えられる。

3. 試験片および測定方法

上述の基礎に立って作成した試験片の寸法をFig 2に示す。材質は市販軟鋼板（S30C）で、厚

さ1.6mmは2種類、厚さ1.2mmは1種類を製作する。Fig 2の切抜の幅Sは今日までの研究(2)から、 $\frac{S}{H}$ が40~45%近辺が適切と思われるので、教科書通り $\frac{S}{H}=41.5\%$ 、すなわちこの実験では $S=54mm$ である。

まずS線に沿って、加工硬化せぬよう底板を切抜く。これを片持梁となるよう取付け、その先端線に等分布荷重をかけ、D点の撓みをScale and Telescopeで測定する。

次にrが順次2mmずつ大きくなる第一群a、b、c線、第二群d、e、f線、第三群g、h、i、j、k線に沿って切抜きその都度D点の撓みを測定した。ただし測定値は先端線上の3点D₁、D₂、D₃の平均撓みである。第一群は、 $\frac{m}{\ell}=60\%$ 、第二群は $\frac{m}{\ell}=70\%$ 、第三群は $\frac{m}{\ell}=77.64\%$ である。

第1種は厚さ1.2mm平板を×-×線に沿って直角に曲げ加工したもの。

第2種は1.6mm平板そのままとする。

第3種は1.6mm平板を×-×線に沿って直角に曲げ加工したもの。

なおS30Cは $E = 1.8 \times 10^4 \text{Kg/mm}^2$

$$\sigma_{\max} = 35 \text{kg/cm}^2$$

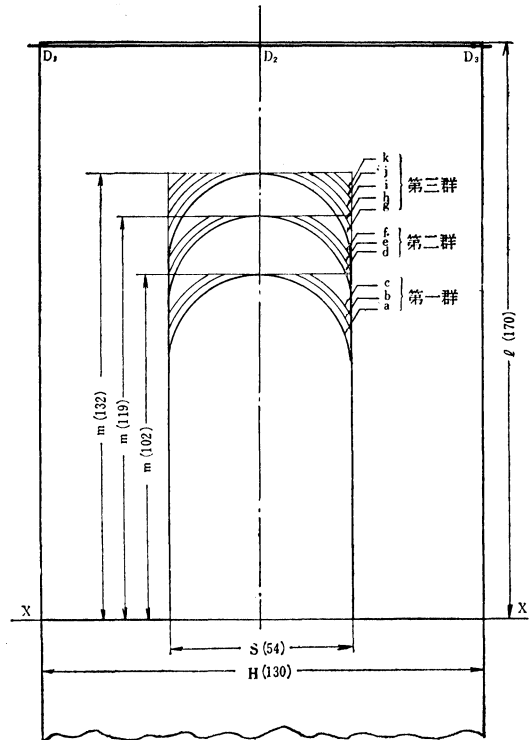


Fig 2. 試験片

4. 測定結果

測定結果は、Table 1、2、3、Fig 3、4、5、6の実線である。

群 mの 値線	第一群			第二群			第三群					
	102			119			132					
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	
重荷 (g)	r	27	29	31	27	29	31	27	29	31	33	35
100	0.7795	0.7780	0.7943	0.8040	0.8016	0.7806	0.7935	0.7972	0.8173	0.8213	0.7948	
200	1.5486	1.5741	1.5783	1.5887	1.6024	1.5806	1.5862	1.5897	1.6225	1.6338	1.5801	
300	2.3252	2.3225	2.3620	2.3741	2.3983	2.2766	2.3766	2.3790	2.4254	2.4575	2.3693	
400	3.1075	3.1008	3.1532	3.1870	3.1879	3.1790	3.1709	3.1802	3.2459	3.2780	3.1730	
500	3.9190	3.9151	3.9559	3.9758	4.0048	4.0064	3.9806	3.9983	4.0865	4.1233	3.9903	
600	4.7204	4.7201	4.7741	4.7790	4.8354	4.8346	4.8104	4.8261	4.9479	4.9983	4.8165	
700	5.5697	5.5653	5.6072	5.6739	5.7016	5.6983	5.6661	5.6971	5.8373	5.8934	5.6858	
800	6.4264	6.4540	6.5088	6.4943	6.6177	6.5975	6.5685	6.6009	6.7860	6.8950	6.6266	

Table1. 実測値(第1種)

荷重(g)	群 mの値 線 r	第 二 群			第 三 群				
		119			1 3 2				
		d	e	f	g	h	i	j	k
		27	29	31	27	29	31	33	35
500		1.0669	1.0244	1.0431	1.0639	1.0553	1.0695	1.0546	1.0475
600		1.2842	1.2340	1.2520	1.2778	1.2691	1.2846	1.2662	1.2700
700		1.4961	1.4553	1.4645	1.4900	1.4807	1.4355	1.4804	1.4695
800		1.7031	1.6489	1.6755	1.7029	1.6902	1.6789	1.6938	1.6811
900		1.9177	1.8587	1.8861	1.9195	1.9068	1.9789	1.9431	1.8926
1,000		2.1172	2.0676	2.0989	2.1143	2.1157	2.1001	2.1226	2.1054
1,100		2.3353	2.2804	2.3131	2.3522	2.3368	2.3078	2.3397	2.3202
1,200		2.5486	2.4916	2.5265	2.5709	2.5516	2.5277	2.6227	2.5354
1,300		2.7708	2.7035	2.7452	2.7939	2.7712	2.7408	2.8414	2.7526
1,400		2.9905	2.9189	2.9621	3.0144	2.9922	2.9630	3.0616	2.9697
1,500		3.2227	3.1364	3.1657	3.2402	3.2150	3.1796	3.2838	3.1902
1,600		3.4340	3.3554	3.4043	3.4639	3.4396	3.4027	3.4429	3.4101
1,700		3.6574	3.5732	2.6252	3.6908	3.6657	3.6252	3.7338	3.6300
1,800		3.8812	3.8415	3.8468	3.9169	3.9006	3.8510	3.8962	3.8573
1,900		4.1201	4.0173	4.1770	4.1185	4.1751	4.0785	4.1266	4.0862
2,000		4.3394	4.2433	4.3043	4.3825	4.3675	4.3028	4.3631	4.3116

Table2. 実 測 値 (第3種)

荷重(g)	r た わ み	d			g		
		実 測 値		理 論 値	実 測 値		理 論 値
		第 3 種	第 2 種		第 3 種	第 2 種	
500		1.0669	1.8390	1.7132	1.0639	1.8241	1.7305
600		1.2843	2.2017	2.0559	1.2778	2.2284	2.0766
700		1.4961	2.5637	2.3986	1.4900	2.5982	2.4224
800		1.7031	2.9301	2.7412	1.7029	2.9715	2.7688
900		1.9177	3.2965	3.0839	1.9195	3.3396	3.1149
1,000		2.1172	3.6663	3.4265	2.1143	3.7137	3.4610
1,100		2.3353	4.0353	3.7692	2.3522	4.0887	3.8071
1,200		2.5486	4.4103	4.1119	2.5709	4.6550	4.1532
1,300		2.7708	4.7870	4.4545	2.7939	4.8500	4.4993
1,400		2.9905	5.1689	4.7972	3.0144	5.2379	4.8454
1,500		3.2227	5.5603	5.1398	3.2402	5.6336	5.1915
1,600		3.4340	5.9551	5.4825	3.4639	6.0344	5.5376
1,700		3.6574	6.3620	5.8252	3.6908	6.4422	5.8837
1,800		3.8812	6.7784	6.1678	3.9169	6.8603	6.2298
1,900		4.1201	7.1982	6.5105	4.1185	7.2887	6.5759
2,000		4.3394	7.6422	6.8531	4.3825	7.7379	6.9220

Table3. 加工硬化の影響

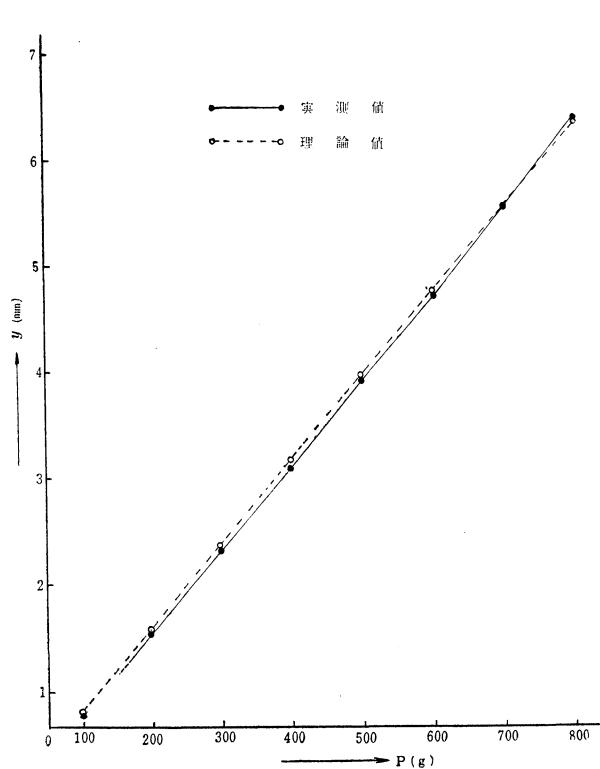


Fig 3 荷重-撓み線図(第1種 a)

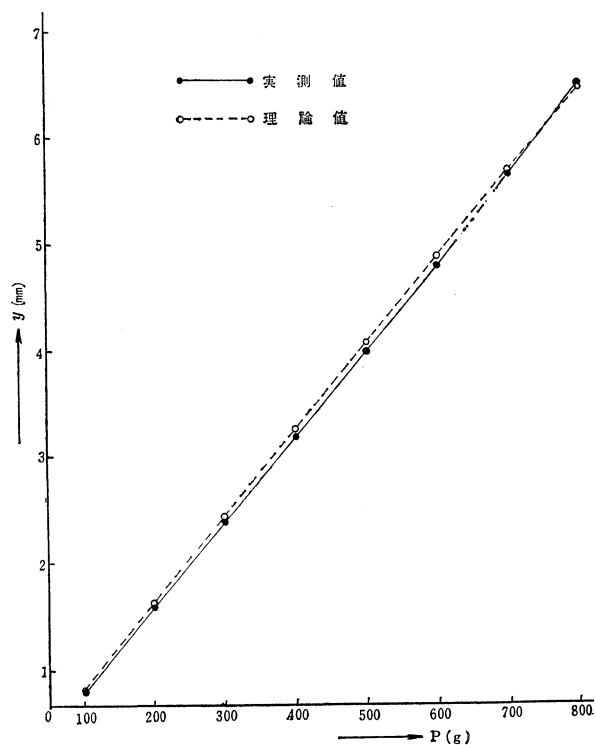


Fig 4. 荷重-撓み線図(第1種 d)

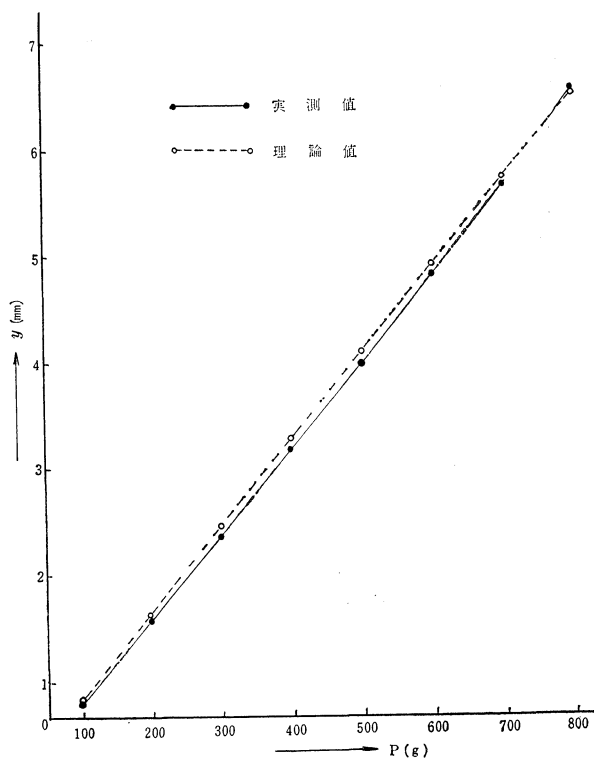


Fig 5 荷重-撓み線図(第1種 g)

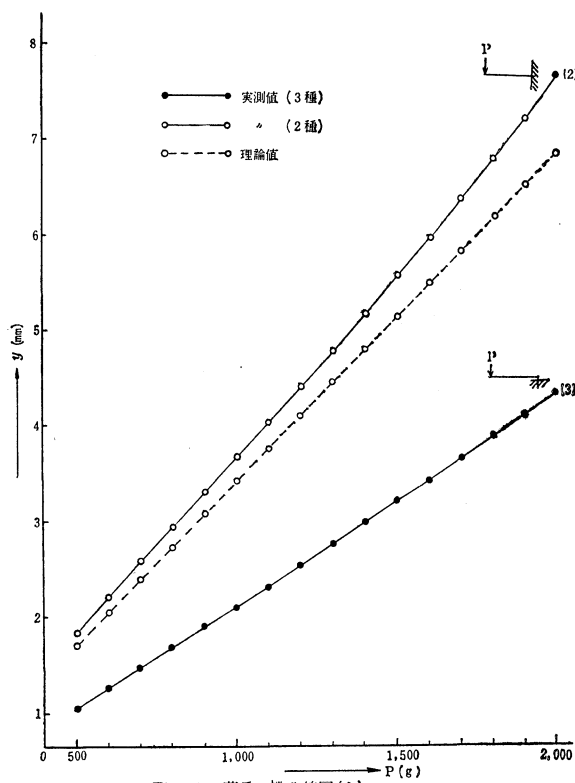


Fig 6. 荷重-撓み線図(d)

5. 撓みの理論式誘導

BookendはFig 8のような断面二次モーメント不連続な梁と同じに考えることができる。

I_1 なるモーメントは r によってできる不連続な断面二次モーメントであるが、一定と考えた。

Fig 8のように中心線を x 軸、撓み方向を y とする。記号は次のように決める。

P : 荷重

I_0, I_1, I_2 : AB、BC、CD間の断面二次モーメント

l, m, n : AD、AC、ABの長さ

E : 縦弾性係数

AB間に次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{P}{EI_0} (l-x) \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{P}{EI_0} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \\ y &= \frac{P}{EI_0} \left(\frac{l}{2} x^2 - \frac{x^3}{6} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

BC間では次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{P}{EI_1} (l-x) \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{P}{EI_1} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_1 \\ y &= \frac{P}{EI_1} \left(\frac{l}{2} x^2 - \frac{x^3}{6} \right) + C_1 x + C_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(1)、(2)式において、 $x = n$ すなわち B点では

$\frac{dy}{dx}$, y は等しい。

$$\frac{P}{EI_0} \left(ln - \frac{n^2}{2} \right) = \frac{P}{EI_1} \left(ln - \frac{n^2}{2} \right) + C_1$$

$$\frac{P}{EI_0} \left(\frac{ln^2}{2} - \frac{n^3}{6} \right) = \frac{P}{EI_1} \left(\frac{ln^2}{2} - \frac{n^3}{6} \right) + C_1 n + C_2$$

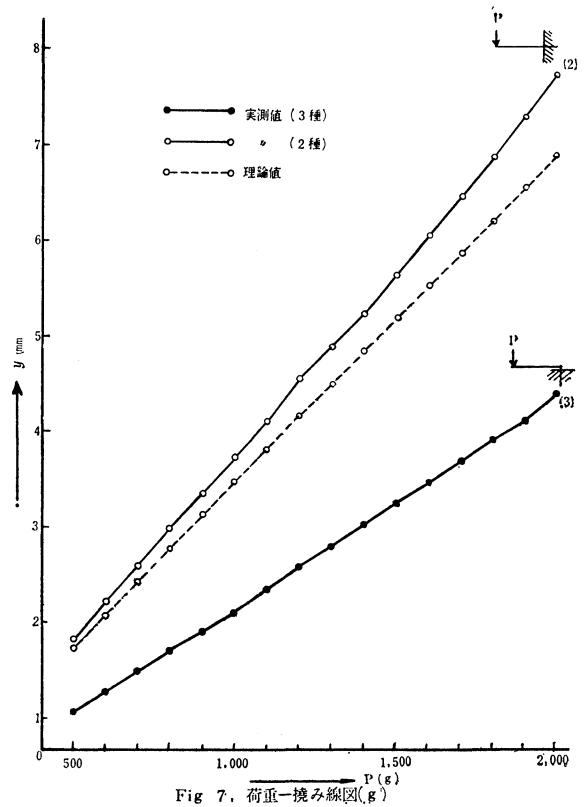


Fig 7. 荷重-撓み線図(g)

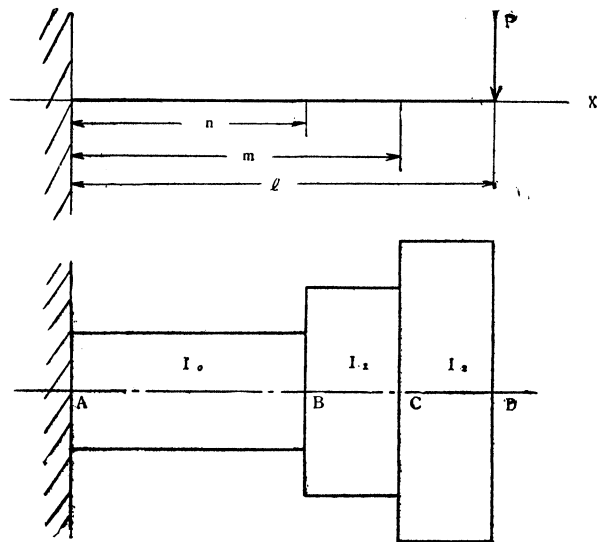


Fig 8

$$\left. \begin{aligned} \therefore C_1 &= n \left(\ell - \frac{n}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \frac{P}{E} \\ C_2 &= n^2 \left(-\frac{\ell}{2} + \frac{n}{3} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \frac{P}{E} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

CD間では次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{d x^2} &= \frac{P}{E I_2} (\ell - x) \\ \frac{d y}{d x} &= \frac{P}{E I_2} \left(\ell x - \frac{x^2}{2} \right) + C_3 \\ y &= \frac{P}{E I_2} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_3 x + C_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

(2)、(4)式において $x = m$ すなわち C点では $\frac{d y}{d x}$ 、 y は等しい。

$$\begin{aligned} \frac{P}{E I_1} \left(\ell m - \frac{m^2}{2} \right) + C_1 &= \frac{P}{E I_2} \left(\ell m - \frac{m^2}{2} \right) + C_3 \\ \frac{P}{E I_1} \left(\frac{\ell m^2}{2} - \frac{m^3}{6} \right) + C_1 m + C_2 &= \frac{P}{E I_2} \left(\frac{\ell m^2}{2} - \frac{m^3}{6} \right) + C_3 m + C_4 \end{aligned}$$

上の2式に C_1 、 C_2 を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} C_3 &= \frac{P}{E} \left(\ell m - \frac{m^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) + \frac{P}{E} \left(\ell n - \frac{n^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \\ C_4 &= \frac{P}{E} m^2 \left(\frac{m}{3} - \frac{\ell}{2} \right) \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) + \frac{P}{E} n^2 \left(\frac{n}{3} - \frac{\ell}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

C_3 、 C_4 を(4)式に代入すれば撓み y がわかる。

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{P}{E I_2} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + \frac{P}{E} \left\{ \ell m - \frac{m^2}{2} \right\} \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) + \left\{ \ell n - \frac{n^2}{2} \right\} \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \} x \\ &+ \frac{P}{E} m^2 \left(\frac{m}{3} - \frac{\ell}{2} \right) \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) + \frac{P}{E} n^2 \left(\frac{n}{3} - \frac{\ell}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

(6)式において、 $x = \ell$ とすれば D点の撓みとなる。

$$\begin{aligned} \therefore y(x = \ell) &= \frac{P}{3 E I_2} \frac{I_2}{I_1} \left(\frac{I_1}{I_0} - 1 \right) (3 \ell^2 n - 3 \ell n^2 + n^3) + \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) (3 \ell^2 m - \\ &3 \ell m^2 + m^3) + \ell^3 \} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

(7)式が、D点に荷重がある時の撓みである。

(7)式は曲げモーメントによる撓みで、剪断力による撓みは入っていない。実際の Bookend では $\ell = 170mm$ 、厚さ $t = 1.2, 1.6mm$ で $\ell = 141t$ および $\ell = 106t$ であるので剪断力による撓みは曲げモーメントによる撓みの $\frac{1}{10,000}$ 以下となるので無視した。

6. 理論値

理論値を計算するに当って、 I_1 にかかる値を取るかが大きな問題である。著者は実際の曲線の変断面二次モーメントを直線の変断面二次モーメントに代え、さらに等断面二次モーメントに代えて近似計算した。Fig 9は r 部の一つの場合

であるが

$$\triangle ABED \approx \triangle ABI = \square ABKG$$

として $(H - S + x)$ なる幅の等断面二次モーメントを I_1 とした。 x は r の函数であるゆえ近似計算可能である。 I_1 を計算して(7)式より得られた結果が、Table 3、4、5 および Fig 3、4、5、6、7 の点線である。

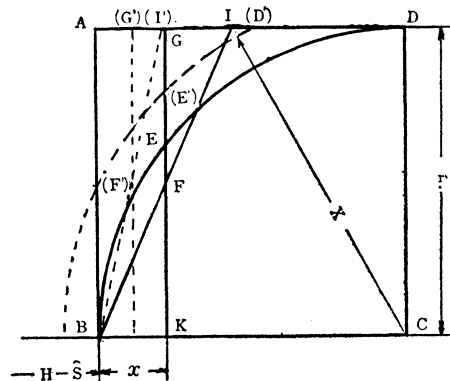


Fig 9 r 部の拡大部分図

群 mの値 線 r 荷重(g)	第一群			第二群			第三群				
	1 0 2			1 1 9			1 3 2				
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
100	0.7934	0.8029	0.8053	0.8104	0.8183	0.8195	0.8185	0.8253	0.8259	0.8266	0.8273
200	1.5868	1.6059	1.6106	1.6209	1.6366	1.6391	1.6371	1.6506	1.6518	1.6532	1.6546
300	2.3803	2.4089	2.4159	2.4314	2.4549	2.4587	2.4556	2.4759	2.4774	2.4798	2.4819
400	3.1737	3.2119	3.2212	3.2418	3.2733	3.2738	3.2742	3.3012	3.3036	3.3064	3.3092
500	3.9671	4.0149	4.0265	4.0523	4.0916	4.0979	4.0927	4.1265	4.1296	4.1330	4.1365
600	4.7606	4.8179	4.8319	4.8628	4.9099	4.9174	4.9113	4.9518	4.9555	4.9596	4.9638
700	5.5540	5.6209	5.6372	5.6733	5.7282	5.7370	5.7298	5.7771	5.7814	5.7862	5.7911
800	6.3474	6.4238	6.4425	6.4837	6.5466	6.5566	6.5484	6.6025	6.6073	6.6128	6.6184

Table 4. 理論値 (第1種)

荷重(g)	第 二 群			第 三 群				
	1 1 9			1 3 2				
	d	e	f	g	h	i	j	k
	27	29	31	27	29	30	31	33
500	1.7132	1.7261	1.7288	1.7305	1.7408	1.7412	1.7436	1.7450
600	2.0559	2.0713	2.0745	2.0766	2.0890	2.0905	2.0923	2.0940
700	2.3986	2.4166	2.4203	2.4224	2.4371	2.4390	2.4410	2.4430
800	2.7412	2.7618	2.7660	2.7688	2.7853	2.7874	2.7897	2.7920
900	3.0839	3.1070	3.1118	3.1149	3.1335	3.1358	3.1384	3.1410
1,000	3.4265	3.4523	3.4576	3.4610	3.4817	3.4843	3.4872	3.4901
1,100	3.7692	3.7975	3.8033	3.8071	3.8298	3.8327	3.8359	3.8391
1,200	4.1119	4.1427	4.1491	4.1532	4.1780	4.1811	4.1846	4.1881
1,300	4.4545	4.4879	4.4948	4.4993	4.5262	4.5295	4.5333	4.5371
1,400	4.7972	4.8332	4.8406	4.8454	4.8743	4.8780	4.8820	4.8861
1,500	5.1398	5.1784	5.1864	5.1915	5.2250	5.2264	5.2308	5.2351
1,600	5.4825	5.5236	5.5321	5.5376	5.5707	5.5748	5.5795	5.5841
1,700	5.8252	5.8689	5.8779	5.8837	5.9188	5.9233	5.9282	5.9331
1,800	6.1678	6.2141	6.2236	6.2298	6.2670	6.2717	6.2769	6.2821
1,900	6.5105	6.5593	6.5694	6.5759	6.6152	6.6201	6.6256	6.6311
2,000	6.8531	6.9046	6.9152	6.9220	6.9634	6.9686	6.9744	6.9802

Table5 理論値(第3種)

7. 考 察

a) 荷重の影響

荷重の変化は撓み y を増減し、傾斜角 θ の増減となる。と同時に許容応力以上の荷重を加えると y 、 θ の変化のみならず破断を起こすことになる。 y と P との関係式は(7)式である。次に θ と P との関係式は(4)式の二番目の式から、 D 点の勾配 ϕ を誘導できる。すなわち

$$\phi = \frac{dy}{dx} = \frac{P}{EI_2} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) + C_3$$

(5)式の C_3 および $x = l$ の条件を代入すれば

$$\therefore \phi = \frac{Pl^2}{2EI_2} + \frac{P}{E} \left(lm - \frac{m^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) + \frac{P}{E} \left(ln - \frac{n^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) \dots\dots(8)$$

Fig 10 において、初め無荷重の位置が CD 線で、荷重 P を加えると撓みが生じ D 点が D' 点に移行したことになる。この時 AD' 線は D' 点において接線方向に一致すると考えられる。

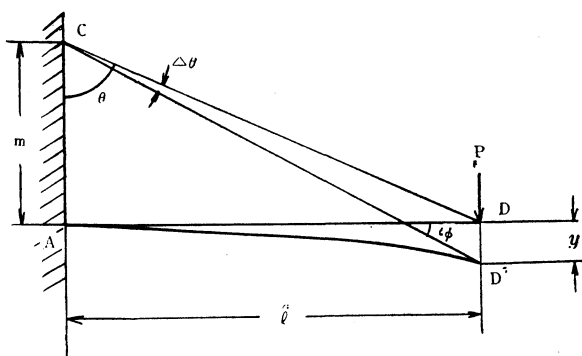


Fig 10

なお

$$AD \perp DD' \text{ とすれば } \phi = \frac{\pi}{2} - (\theta - \Delta\theta), \theta = \tan^{-1} \frac{\ell}{m}$$

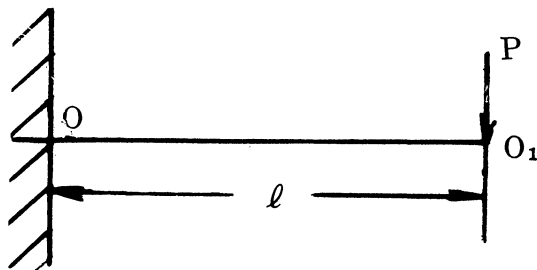
$$\begin{aligned} \therefore \Delta\theta &= (\theta + \phi) - \frac{\pi}{2} \\ &= \tan^{-1} \frac{\ell}{m} + \frac{P\ell^2}{2EI_2} + \frac{P}{E} \left(\ell m - \frac{m^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) \\ &\quad + \frac{P}{E} \left(\ell n - \frac{n^2}{2} \right) \left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_1} \right) - \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

mは本の接点Cまでの長さで、mもθに関係する。しかるにすべりの極限を考えると、θ≒54° φ≒36° でありmの長さも決まる。任意のmの時は(9)式からΔθを計算できる。すなわち(7)式の撓みy₀と(9)式を使ってθ<54° とならぬようmの値を決定すればよい。

さらに本の重量は 2.試験片製作の基礎、より $W = \frac{2P\ell}{\cos\theta \sin^2\theta L}$ であるから、この式を利用してWの値を決定する。

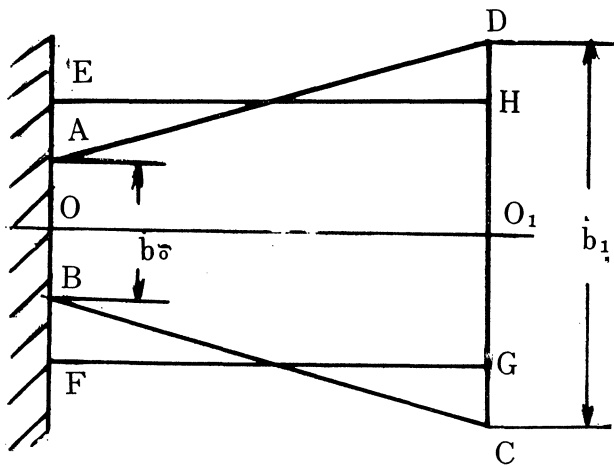
ここでℓ/L=0.6~0.7を代入すると

$$W = \frac{2P}{\cos\theta \sin^2\theta} (0.6 \sim 0.7) = \frac{(1.2 \sim 1.4)}{\cos\theta \sin^2\theta} P \quad \text{or} \quad P = \frac{\cos\theta \sin^2\theta}{(1.2 \sim 1.4)} W \text{ となる。}$$



b) I₁ の影響

I₁ は r の変化による変断面の二次モーメントであるが、Fig 9の曲線BEDを直線BFIに代えると、Fig 11のような台形ABCDとなる。この台形ABCDに片持梁理論を使うとO₁ 点の撓みy₀₁は次のようになる。



$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{P}{EIx} (\ell - x) \\ y_{01} &= \frac{P I_0^2}{EA^3} \left\{ \log \frac{I_0}{I_1} - \left(1 - \frac{I_1}{I_0} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{P\ell^2}{2EA} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } I_0 = \frac{b_0 h^3}{12}, \quad I_1 = \frac{b_1 h^3}{12}$$

$$A = \frac{(b_1 - b_0) h^3}{12\ell} \text{ とする。}$$

Fig 11

次に台形ABCDと等面積の等断面二次モーメントをもつ長方形EFGHのO₁ 点の撓みを

y'_{01} とすれば

$$y'_{01} = \frac{P \ell^3}{3 E I} \dots\dots\dots(11)$$

ただし $I = \frac{(b_0 + b_1) h^3}{24}$ とする。

(10)式と(11)式の比 $\frac{y_{01}}{y'_{01}} = \lambda$ とすれば

$$\lambda = \frac{3}{4} \frac{b_0 + b_1}{b_1 - b_0} \left[\frac{b_1^2}{(b_1 - b_0)^2} \left\{ \log \frac{b_1}{b_0} - \left(1 - \frac{b_0}{b_1}\right) \right\} - 1 \right]$$

$b_1 = k b_0$ とすれば

$$\lambda = \frac{3}{4} \frac{k + 1}{k - 1} \left[\frac{2k}{(k - 1)^2} \left\{ \log k - \left(1 - \frac{1}{k}\right) \right\} - 1 \right] \dots\dots\dots(12)$$

(12)式に例として実験値 $k = \frac{80.36}{76} = 1.06$ および $k = \frac{87.61}{76} = 1.15$ を代入すれば $\lambda = 1.0001$ およ

び $\lambda = 1.0200$ となり台形 ABCD が長方形 EFGH より、わずかに余計たわむ。しかるにこれは台形を面積の等しい長方形として計算しても、近似的に取扱っていいと思われる。Fig 6、7 において明らかに理論値（長方形）が実験値（台形）より小さい。

また Fig 3、4、5 において実測値が理論値より小さいのは次の加工硬化現象によると解釈される。

以上より k の値が 1 に近い値ならば、 I_1 を等断面二次モーメントとして(11)式を使えばよい。 k が 1 よりやや大ならば(10)式の理論式を使い、なお(1)、(3)、(10)の 3 式より積分常数を求めて D 点の撓み y を求める必要がある。

c) 加工硬化の影響

第 1、第 3 種は共に $\times - \times$ 線にて直角の曲げ加工を行ったために、 $\times - \times$ 線近辺に相当な内部応力を発生していると考えられる。この内部応力により荷重に対して反力を示している。

Fig 3、4、5、6、7 に明らかに見ることができる。理論値より撓みが小さい。第 1 種すなわち 1.2mm 鋼板では加工硬化は余り期待できないが、第 3 種、すなわち 1.6mm 鋼板の加工硬化は撓みに大いに影響すると考えられる。これは厚さによる曲げ加工時の困難さの大小からと理解される

d) r の影響

前述のように近似的ではあるが r の変化に対する撓み y を出したが、実験では第 2、3 種の 1.6mm 鋼板では Table 2 のように、ほとんど r の影響を見なかった。しかるに第 1 種の 1.2mm 鋼板の実験では Table 1 のように、第一群、第二群では r の影響を余り見なかったが、第三群すなわち $m = 0.77\ell$ では r の大きさが徐々に影響し荷重の増加と共に明瞭である。特に第三群の i 、 j 線で大である。これは Fig 12 に示す。

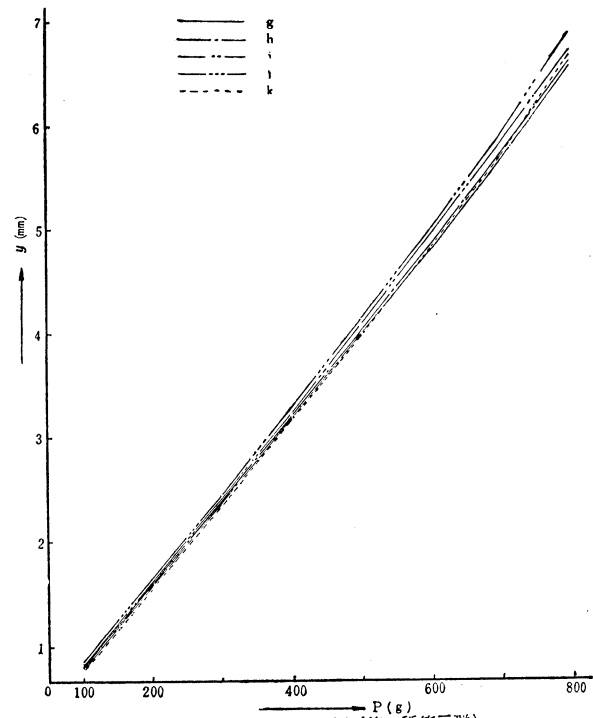


Fig12. r の影響 (第一種第三群)

結 論

Bookendの設計に当って次の如く考えると合理的である。

1. 側板の高さは本の高さの 0.6~0.7 倍が適当である。
2. 切抜底板の高さは側板の高さの 0.6~0.7 倍が適当である。
3. 1.6mm以上鋼板を使用するときは r をしいてとる要はない。
4. 1.2mm以下鋼板を使用する時は r を取る方がよい。
5. 本の傾斜角は 54° 以上にすべきである。
6. 加工の時 \times 線近辺をできるだけ加工硬化した方がよい。

不備な点は徐々に是正し、特に不連続な断面二次モーメントをもつ梁の理論については追って発表したい。

最後に計算を手伝われた、岡本鉄哉、大久保茂敏、両学生に謝す。

参 考 文 献

- (1) 全国職業教育協会、技術・家庭(男子用) 2. P87 (1966)
- (2) 柳鶴克己、技術科学生40年度卒論

そ の 他

桜井 材料力学演習

津村 // //

津村他 強度設計データブック

M.F.Spotts Design of Machine Elements.