

## 教育におけるコンピュータ利用と数学教育〔Ⅱ〕

植村哲郎・真田克彦

(1985年10月15日 受理)

The Computer Uses in Education and Mathematics Education〔Ⅱ〕

Tetsuro UEMURA and Katsuhiko SANADA.

### 〔Ⅰ〕 マイコンの算数・数学教育利用に関する動向

#### (一) 最近のマイコンの教育利用に関する論文の推移

教育現場におけるマイコンの導入状況は、まだ低水準であるが、教育利用への関心は著しく増大してきている。それを象徴する事例として、コンピュータの利用についての学会や研究会は年々増えているし論文も増加の一途をたどっている。

教育工学関係の研究が多く発表される学会、研究会の代表的なものである CAI 学会、日本科学教育学会(学会1と記す)が今年でそれぞれ10回、9回の論文発表会を催しており、昨年は、日本教育工学会も設立され、今年は、教育工学関連学連合全国大会(学会2と記す)も9月下旬に開催されている。

マイコンの教育利用に関する論文の発表件数の推移は次のとおりである。

学会1の1977年の年会では1件の発表も無かったのに対し、1982年には29件、1983年には33件であったものが1984年には70件(総数206件中)、1985年には50件(総数166件中)の発表が見られる。また学会2では、一般の発表論文総数150件のうち95件がマイコンの教育利用に関するものである。

内容としては、教育方法改善のための道具としてのマイコン利用に関する研究の伸びが顕著で、また、理数系の教科教育に関するものが特に増えつつある。算数・数学教育へのコンピュータ利用に関する論文の発表数は次の様である。

学会1では、1984年、1985年で21件、学会2では、今年だけで10件の発表がある。日本数学教育学会総会の発表論文では、1982年15件であったものが、昨年は33件、今年は28件の論文発表がある。(付録資料参照)

この事よりマイコンの数学教育への有用性が徐々に数学教育関係者や実践者の間に浸透し始め、様々な算数や数学教育への利用の工夫や研究の気運が高まっていることが推察できる。

日本数学教育学会では、第16回(ICMI-JCMEの国際会議を兼ねた)を除いて非常に少ない。奇異な感じもするが今後増加することが予想される。

## (二) コンピュータの教育利用の形態

我が国におけるコンピュータの教育利用の形態は、①によると次の様な状況である。

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| (1) CMI (41%)          | (2) CAI (31%)             |
| (3) 教育管理業務における利用 (11%) | (4) 提示, 実験等の教具としての利用 (9%) |
| (5) 情報処理教育における利用 (7%)  | (6) 図書館のファイル管理における利用 (1%) |

利用形態の分類は他にもいろいろな分類が考えられている。(3)や(6)も CMI と考えたり, CAI を広く解釈して(4)は CAI 的利用に含めて考えたり, CAI 的なものを更に CAL, CBE などといったものに区別して考えることもある<sup>4)</sup>。

本稿では, マイコンの算数, 数学教育への利用についての検討が主眼であるので, (3), (6)については省略し, 利用の仕方を細かく分析するために(2)と(4)は区別し, (2)は CAI 本来の意味に限定することにする。

## (三) 算数・数学教育におけるマイコン利用の内容について

教科教育へのマイコン利用の内容について考察するとき, 前述の4つの視点の他に, 教科の領域を視点に置かない訳にはいかない。

ここでは, 1982年から1985年9月までの間に発表されたマイコンの数学教育利用に関する研究(参照した文献は後掲資料)をマイコン利用の形態に関するカテゴリーと小・中・高校の算数・数学の領域に関するカテゴリーによって分類し, その傾向を調べた。更に, カテゴリー別に論文の編数をまとめ, 分野別の動向を観察した。

### 1. 算数・数学教育におけるマイコン利用の形態

#### 1.1 CAI (Computer Assisted Instruction)

ある程度のシステムを擁し, コンピュータに教師の授業を代行させ, 生徒とコンピュータが対話することによる個別学習を意図したコンピュータ利用を意味する。筑波大グループの竹園東小における利用等は良く知られている。

次の2つに大別される。

- (1) システムの開発や運用に関するもの (11編)
- (2) コースウェアに関するもの (17編)

#### 1.2 教育方法改善の道具としての利用

スタンドアロン型の利用も含めた小規模のシステムで, 教師の指導や学習者の学習を援助する教育機器としてのマイコンの利用である。

次の様なカテゴリーに大別される。

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| (1) 教材のデモンストレーション (40編) | (2) 教材のシミュレーション (13編) |
| (3) 数値計算の用具 (17編)       | (4) ドリルや練習 (15編)      |

#### (5) 問題解決の手段 (14編)

(1)と(2)をまとめてシミュレーションということもある。CAIの型の分類では、この他に個別学習型やデータベース型が考えられるが、個別学習型は、1.1のCAIの中に含めて考えた。データベース型は、CMIの中に含めたものだけでこのカテゴリーにはいるものはなかった。

#### 1.3 CMI (Computer Managed Instruction)<sup>2)</sup>

時間割作成、教材設計、問題作成などの授業設計に関するもの(5編)、授業中の生徒の反応分析や授業モニターシステムなどの授業分析に関するもの(7編)、成績処理SP表作成など評価や評定に関するもの(10編)に大別される。

#### 1.4 教育内容としてのマイコン

次の2つに大別される<sup>3)</sup>。

##### (1) 情報処理教育(情報処理技術者養成, コンピュータ・リテラシー)(9編)

##### (2) プログラミングの指導(21編)

その他、教育用ソフトの利用方法や教材作成支援ツールの開発についての論文もあるが、今は発表件数は少ない(5編)。この種の研究も今後増加することが予想された。

次に、マイコンの機能別の数学教育への利用を観てみる。

#### 1.5 数学教育に利用されるマイコンの機能

数値計算(統計処理を含む)(20編)、グラフィック(48編)、乱数発生(10編)、音発生、その他BASIC以外の言語(簡易言語を含む)が利用できることや、マイコンがプログラムによって動くことが数学教育上は重要な意味をもつと思われる。

## 2. マイコン利用の有効な算数・数学の領域

マイコンの算数・数学教育への利用の編数を小・中・高校の領域別に観ると次の様である。

小学校 数と計算(19編), 図形(5編), 数量関係(5編) 量と測定(4編)

中学校 数と式(19編), 関数(3編), 図形(10編), 確率・統計(4編)

高等学校 数と式, 方程式(3編), 関数(13編), 図形, 二次方程式(4編), 平面上のベクトル行(14編, 1次変換6編), 数列, 極限(9編), 微分(6編), 積分(6編), 確率・統計(4編), 電子計算機(4編)

現在, 高校の数学へのマイコン利用(教育内容としてではなく)が最も多い。小・中学校とも数と計算の領域が, 高校では関数の領域が多い。全体的に図形や幾何的な教材に対して, マイコンを利用するケースが多い。

#### (四) 資料に関する総括

以上で考察した資料としての論文の中から, 代表的な考え方や, 算数・数学教育へのマイコン利用の典型的な例を紹介する。

## 1. コンピュータの算数・数学教育への利用の意義について

このことについて、横地は「基礎数学(子どもが現在あるいは将来の社会で真に必要とする数学)をより現実的なものにしたたり、数値的に面倒で扱えなかった現実的な数学を基礎数学の中に盛り込むことを可能にするのがコンピュータである」という。[B2, 83, 2]

岡森も同様に「身の回りの現を象抽出しそれを数学の世界で分析し、再び現実の世界へ応用していく」といった *problem solving* の教育媒体としてマイコンの利用価値があるとしている。[E2, 81, 1]。また町田は CAL (Computer Assisted Learning) 「教師、コンピュータ、学習者の三者がそれぞれの役割を最大限に発揮して、多様な能力、興味、関心を持つ学習者の教育に対処できるように仕組みられたシステム」としてのマイコンの利用を主張する。換言すると、先生の指導能力と学習者の学習能力アップの為にマイコン利用の意義を認める。

また、学校教育においてはマイコンを、従来指導が困難であったことや新しいことを指導するのに、新しい教育効果をもたらす教育機器の1つとして位置づけられることが多い。竹之内は、理科教育の実験に例えて「当面の問題に対する興味を喚起し、おぼろげに問題の方向を理解する。そしてそれが深い理解につながる」ものとして、マイコンの数学教育における実験的意味をもつという [J1, 85, 2]。プログラミング指導との関連で数学教育へのマイコン利用の意義を述べる人も多い。

例えば、まず Engel, A. 「はアルゴリズム的思考は数学教育の全分野に浸透しなければならない」とし「プログラムはアルゴリズムの表現である」また「アルゴリズムこそコンピュータ科学の中核である」[X1, 90, 11] とし、数学教育におけるアルゴリズム的思考の育成のためのマイコンのプログラムの必要性を論じている。日本でも多くの人が同様の考えでマイコンの数学教育的意義を認めている。植竹 [J1, 85, 1] など。

また藤井、岡森は Turing, A.M. の仮説「アルゴリズム=機械によって計算できること」を受け入れ、そしてコンピュータ・プログラミングに新しい論証教材としての可能性を指摘している。[E1, 81, 1]。プログラミングの論証としての意義については [E2, 83, 3] に詳説されている。

町田は「今までは、正しく推論したかどうかは、論理の筋道を1つ1つ吟味することによってしか確かめられなかった。それを実際に計算させ実物を作ってみせることによって確かめられるようになった」[X1, 81, 9] という。この考えは、今までの数学の研究方法を変える程の重要な意味をもっている。(1985年秋期の日本数学会のシンポジウムでも、榎本氏の「四色問題」や村上氏の報告でも同様の考えが述べられた)

## 2. マイコンのグラフィック機能を利用した教材のデモンストレーション

シミュレーションとの併用でこの種の使われ方が最も多い。指導の最初の段階で学習する教材を提示し結果を予測させたりしながら教材に興味や関心を持たせたり、あるいは、既習の教材をCRT上で実際に実行させたりして理解を深めさせるような意図で扱われるのが一般的である。

代表的な例として高校の代数・幾何の分野の一次変換がある。ある絵(猫の例が多い)各種の一

次変換によってどのように変化するかを CRT 上に表示し視覚化し、一次変換の性質の理解を援助するものである。〔I1, 85, 9〕〔X1, 83, 10〕など。同じ技法を使ったものとして図形の移動（回転、平行移動）や拡大縮小などの図形の動きを演示させるものがある。〔A1, 85, 6〕〔A1, 85, 13〕など。

また関数のグラフの指導例も多い。例えば、宮城県の高校の電子計算機研修部では、「CAM基礎解析編」というコンピュータ・グラフィックスを数学の授業に有効に利用するためのプログラム集を作成している。〔A1, 84, 13〕〔A1, 85, 26〕など。

### 3. シミュレーション

実際の実験に手間がかかったり、実行しにくい様な場合にマイコンに実験を代行させる方法である。乱数発生機能を使って点をプロットさせて確率的に面積を求めたり、確率の応用実験〔J1, 85, 10〕や二項分布になる確率の現象を CRT 上に再現したりする例などがある。〔K1, 83, 6〕その他。物体を CRT 上で動かし速さの指導をしたり〔X1, 85, 3〕、立方体の切断の様子をマイコンで実演する例などがある。〔I1, 85, 7〕。

### 4. ドリルや練習による基礎技能の定着

研究報告例の件数としては少ないが、実践方法としては最も手軽なマイコン利用法である。整数の四則計算 分数計算などのような、正誤の明確な問題を反復練習させ、既習の基礎事項の定着をはかるプログラムである。〔I1, 85, 4〕

この種の利用では、単なる反復練習ではなしに、問題を細かく分析し、学習者の反応（例えば、誤答例や解答に要した時間など）をディスクに記録し、SP 表などを用いて、教師が必要に応じて評価し、学習者の能力に応じた学習の指示やプログラムの変更などができるようにしたものもある。〔A1, 85, 5〕など。

しかし、今のところ数と計算の領域に集中しており、他の領域での研究が望まれる。

### 5. プログラミングの指導と問題解決

#### 5.1 BASIC 以外の原語の利用

BASIC 以外の原語、例えば、LOGO のタートルグラフィックスを使った、小学生から高校生までの図形の性質（拡大・縮小、移動など）に対する作業を通してのプログラミングの指導、〔E1, 84, 4〕〔E1, 84, 5〕〔E1, 83, 4〕、Prolog を用いた人工知能型 CAI の開発を試みたもの、〔H1, 84, 12〕〔J1, 85, 6〕〔A1, 84, 2〕、APL を用いた数式処理の容易にすることを高校の数学で試みた例がある。〔A1, 85, 26〕など。

#### 5.2 プログラミングの指導

BASIC を使ったプログラミングでも、中学生程度にも困難はないとする報告もある。〔J1, 85, 15〕。そして、プログラミングの習得により、その数学的問題解決の道具としての積極的利用により、

数学の学習の幅を広げられ、また、論理的思考力の育成に効果が期待されるという。[E2, 83, 3]。例えば、2数の最大公約数を求めるなどの初等整数論の問題を簡単なプログラムを組んで解く手順は、アルゴリズムの指導に好都合であり、また、プログラミングそのものが一種の論証であるとする見解である。[J1, 85, 1]。

その他に例えば、整係数以外の2次方程式の解、さらには、一般の方程式の近似解のマイコンによる求め方は、プログラムは易しく、しかも、より現実的な問題へのアプローチを可能にするというメリットもある。[X1, 81, 8]。

### 5.3 数値計算

数式処理機能を利用して、 $\sqrt{2}$ 、 $e$ 、 $\pi$ などの無理数の近似値を求めたり、関数や数列の値を電卓やマイコンで計算し、収束や発散の様子を調べることに利用する。[A1, 85, 18] [E1, 81, 1] など。

## 6. 評価方法の改善

マイコンの成績処理等への利用は、学校現場では最も多い。良質のソフトも市販されており説明するまでもない。

その他、注目したいものに次の2つがある。

### (1) 学習診断システムの開発

学習目標や評価の視点を構造化してマイコンに入力し、評価問題をテストし得られたデータを長期的に入力し、必要に応じて学習診断を行なうシステムの開発である。この方法は、観点別到達度評価の方法の改善に有効な様に思われる。[C1, 84, 7]。

### (2) 数学の問題に対する誤答分析およびその処理方法の研究

この研究は、個別学習型のマイコン利用のための基礎研究になる。[C1, 85, 4] [H1, 83, 1]。

## 7. その他

上記の研究の他、(1)問題解決の道具として、(2)個別学習を意図したCAIのためのマイコン利用の研究と(3)プログラム作成を簡単にするための教材作成システムについての研究等がある。(1)については、横地、岡森、町田氏等の論文等に数多く見られ、(2)については、科学教育学会やCAI学会の論文に多い。[H1, 84, 9] [C1, 85, 8] (3)は [C1, 85, 5], [A3, 84, 2] [H1, 84, 10] などがある。ここでは触れない。

## 〔Ⅱ〕 マイコンの算数・数学教育への利用の可能性

### (一) マイコンの数学教育への利用例

森川は「どこの学校でも、日常的に行われている授業そのものにたった1台か2台かのパソコンを持ち込んで、どんなことがいえるか」「視覚機器の種として自分の授業をもう少し面白くしたい

という個人の欲求に応えるためにパソコンはどんなことができるか」という立場での実践報告をしている。〔X1, 85, 5〕。

生徒1人1人に個別学習ができる程にマイコンが普及するのは、まだまだ先のことと思われ、また、CAI 研究も進んではいるが、実用化にはまだ時間がかかると思われる。森川の考えは、現時点での最も現実的なマイコンの教育利用への立場であると考えられる。私が以下に示す実践(案)例は、森川氏と全く同様の立場で考えたプログラム例である。実際の授業では未使用で、現場教師に意見をきいてある程度の評価を得ているものもあるが、ほとんどはまだ実践のための案にすぎない。

#### (例1) 成績処理

- (1) 成績一覧表(合計点, 平均点, 総合順位, 偏差値)
- (2) 全科目毎の順位表, 上位者一覧表, 度数分布表
- (3) 個人成績表
- (4) 相関図; S-D 表, レーダーチャート

成績処理のプログラムは、プログラムの技術としては初歩的なものであるが、成績処理の作業の労力は相当軽減される。教育関係者や学生のプログラム作成の初歩の訓練に最適である。

#### (例2) 評価方法の改善

到達度評価の簡便化：観点別目標 例えば、「知識、理解」「技能」「数学的思考方」「関心、態度」などの観点の評価を正確に早く行なう。

授業前に教育目標を細かく分析し、授業あるいは途中で、その目標への達成度を観る評価方法が試みられているが、目標をあまり細かく分析しすぎて、目標毎の分析に手間がかかり結果的には評価ができず、目標分析をした意味を為さなくなったケースを見かける。形成的評価においては、特に、目標毎に手軽に正確にできる評価方法の開発が望まれるが、そこでのマイコンの利用は有効である。

#### (例3) 計算練習

かけ算九九、整数の四則計算などのような正誤の明確な問題を反復練習させ、既習事項の定着をはかるプログラムである。乱数を発生させ、意図に合った問題のみを構成し、それを学習者に呈示し、それに対する学習者の反応を分析し、弱干の KR 情報を与える。学習者のレベルに応じて問題の種類を細かくし、KR 情報の与え方を工夫することによって個別学習をさせることもできる。

#### (例4) 空間図形

投影図を理解させるための演示を例にとる。サンプルとして見取り図で示された空間図形の1

