

一様温度変化下における傾斜機能材料はりの端部き裂のエネルギー解放率 Energy Release Rates for an Edge Crack of a Functionally Graded Beam

Subjected to Uniform Temperature Change

○学 羽生武晴 (鹿児島大学) 正 戸谷眞之 (鹿児島大学)

正 有富正男 (鹿児島大学) 正 小田美喜男 (鹿児島大学)

Takeharu HABU, Masayuki TOYA, Masao ARITOMI and Mikio ODA.

Kagoshima University, 1-21-40, Korimoto, Kagoshima

Key Words :Edge Crack, Functionally Graded Beam, Energy Release Rate, Uniform Temperature Change

1. 緒言

耐熱材料として金属基板にセラミックスを貼り付けた積層材料が注目されているが、熱膨張係数の違いにより界面に大きな熱応力が生じ、このため界面はく離が生じやすいという欠点がある。これを克服するためにさらに最近では板の厚さ方向にヤング率、熱的性質を連続的に変化させた傾斜機能材料が研究されている。本研究では傾斜機能材料はりの材端き裂のエネルギー解放率を解析し、二層材料におけるはく離のそれと比較する。

2. 解析

2・1 一様温度変化下における傾斜機能材料はり 図1に示すような端部に長さ c の材端き裂を有する傾斜機能材料はりについて解析する。ヤング率、熱膨張係数は、はりの厚さ方向に対して変化するものとし、それぞれを $E(y)$ 、 $\alpha(y)$ とする。はりは一様な温度変化 T により変形するものとする。以下、はりを AB 間、BC 間の上部および下部のはりに分離し、一様な温度変化下における曲げの解析を行う。この曲げの解析は図2に示すような2段階の仮想的操作を想定して行うことが出来る。例えば AB 間のはりについて考える。温度0で長さの等しい厚さ dy の薄い等方性はりが独立して存在していると仮定する。一様な温度変化下において各はりに伸びが生じ、図2(a)のように各はりは長さの異なった状態になる。次に、すべてのはりの長さを等しくするような仮想応力 $\sigma_0(y)$ を各はりの両端に付加し、この状態で接着する。最後に両端面では外部応力は作用していないという条件を満足させるために応力 $\sigma_0(y)$ を取り除く〔図2(b)〕。この最後の操作は、はりの左右に材端モーメント M_3 を作用させることと同等であり、

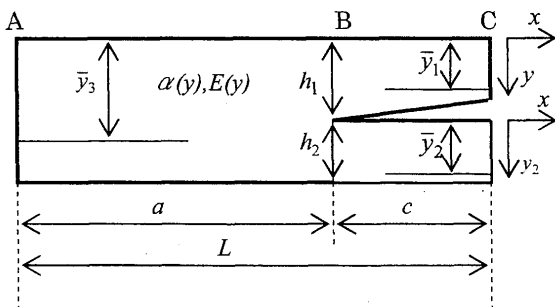


Fig.1 Model of a functionally graded beam with an edge crack subjected to uniform temperature change.

積層はりはこのモーメントによりたわむことになる。この一連の操作によって、はりの曲げにおいて変形前にはりの軸に対して垂直であった断面は、変形後も垂直を保つという条件が満足される。BC 間のはりに対しても以上の仮想操作を行う。以下、具体的に $\sigma_0(y)$ と M_3 を求める。

き裂部分の上部および下部のはりの厚さをそれぞれ h_1 、 h_2 とし、また c は h_1 、 h_2 に対して十分大きいものと仮定する。また、幅を b 、はり全体の厚さを $h = h_1 + h_2$ とする。AB 間のはりの中立軸の位置を \bar{y}_3 、BC 間の上部のはりの中立軸の位置を \bar{y}_1 、下部のはりの中立軸の位置を \bar{y}_2 とする。AB 間のはりの伸びを Δ_3 とすると、応力 $\sigma_0(y)$ と材端モーメント M_3 は以下のように求められる。

$$\sigma_0 = E(y) \{ \Delta_3 / a - \alpha(y) T \} \quad (1)$$

$$M_3 = -b \int_0^h E(y) \{ \Delta_3 / a - \alpha(y) T \} y dy \quad (2)$$

ここで、

$$\Delta_3 = \int_0^h E(y) \alpha(y) dy / \int_0^h E(y) dy \quad (3)$$

BC 間の上部のはりに作用する応力 $\sigma_1(y)$ 、材端モーメント M_1 、下部のはりに作用する応力 $\sigma_2(y)$ 、材端モーメント M_2 は、はりの長さ a を c 、伸び Δ_3 を Δ_1 と Δ_2 (それぞれ式(3)における h を h_1 および h_2 で置き換えて得られる) と変更することで式(1)、式(2)と同様の形で求められる。(ただし、下部のはりでは、座標 y を $y_2 (= y - h_1)$ に置き換える。)

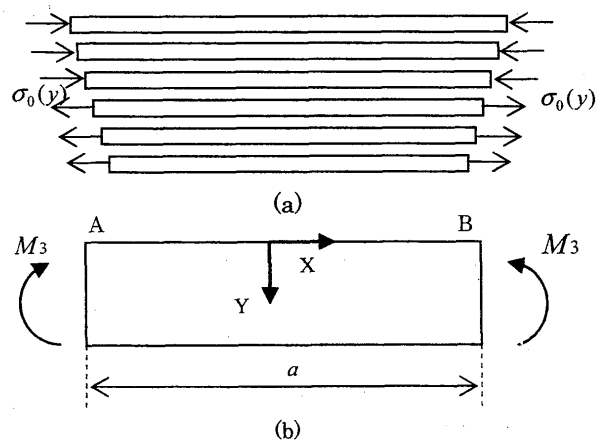


Fig.2 Cut and paste procedure for analyzing thermal stress of a cracked functionally graded beam

2・2 エネルギー解放率 本節では、図.1 に示すき裂のエネルギー解放率を求める。図.1 に示した材端にき裂を有するはり全体のひずみエネルギーは、AB 間のはりのひずみエネルギーと BC 間のはりのひずみエネルギーの和に等しい。まず図.1 の AB 間のはりについてエネルギーを計算する。AB 間のはりの単位長さ当たりのひずみエネルギーは以下の式で与えられる。

$$U_3 = b \int_0^h \frac{\sigma^2(y)}{2E(y)} dy \quad (4)$$

ここで $\sigma(y)$ は AB 間のはりの応力であり

$$\sigma(y) = \sigma_0(y) + \sigma_{M3}(y) \quad (5)$$

で与えられる。 $\sigma_{M3}(y)$ は M_3 による応力であり AB 間のはりの曲げ剛性を D_3 とすると U_3 は以下の式に変形できる。

$$U_3 = b \int_0^h \frac{\sigma_0^2(y)}{2E(y)} dy - \frac{M_3^2}{2D_3} \quad (6)$$

BC 間の上部のはり、下部のはりにおける単位長さ当たりのひずみエネルギー U_1 、 U_2 は以下の式で与えられる。

$$U_1 = b \int_0^{h_1} \frac{\sigma_1^2(y)}{2E(y)} dy - \frac{M_1^2}{2D_1} \quad (7)$$

$$U_2 = b \int_0^{h_2} \frac{\sigma_2^2(y_2)}{2E(y_2)} dy_2 - \frac{M_2^2}{2D_2} \quad (8)$$

D_1 、 D_2 はそれぞれ上部および下部のはりの曲げ剛性である。はり全体のひずみエネルギーの、端部き裂の単位長さの進展による減少量は、 $U_3 - U_1 - U_2$ でありこれを幅 b で割ることによりエネルギー解放率が得られる。

$$G = (U_3 - U_1 - U_2) / b \quad (9)$$

3. 数値解析および考察

3.1 傾斜機能材料はりの数値解析例 図.1 に示すモデルについて、ヤング率、熱膨張係数に具体的な関数を導入し、数値解析を行った。ヤング率、熱膨張係数を以下の関数と置く。

$$E(y) = E_0 e^{-\beta y/h} \quad (10)$$

$$\alpha(y) = \alpha_0 e^{\beta y/h} \quad (11)$$

上式は $E(y)\alpha(y) = E_0\alpha_0(const)$ を満足するが、この関係式は Ashby によって与えられているものである。

傾斜機能材料はりの特性を解析するため、はく離部分から上部をヤング率が E_0 、熱膨張係数が α_0 の均質はり、はく離部分から下部のはりをヤング率が $E_0 e^{-\beta}$ 、熱膨張係数が $\alpha_0 e^{\beta}$ の均質はりとした 2 層からなる積層はりのエネルギー解放率を求め、比較する。2 層からなる積層材料はりの一様な温度変化下でのエネルギー解放率の式はすでに求められており、上記のヤング率と熱膨張係数を代入すると以下のように与えられる。

$$G_0 = \frac{E_0 \alpha_0^2 h_1 h_2 T^2}{2} \frac{e^{-\beta} (1 - e^{-\beta})^2 (h_1^3 + h_2^3 e^{-\beta})}{(h_1 + h_2 e^{-\beta})(h_1^3 + h_2^3 e^{-\beta}) + 3h_1^2 h_2 e^{-\beta}} \quad (12)$$

3.2 傾斜機能はりの端部き裂のエネルギー解放率 式 (10)、(11) の E_0 、 α_0 にアルミナの値を用い、以下のように置く。

$$E_0 = 200.0(GPa) \quad \alpha_0 = 8.00 \times 10^{-6} (/ ^\circ C)$$

また、 $T=250^\circ C$ として計算を行った。図.3 および 4 に $h=10m$ 、 β に 1.0 または 2.0 を代入して横軸に h_1 、縦軸に G 、 G_0 と G/G_0 をとりそれぞれの数値を比較したものを示す。図.3 より β の値によらず傾斜機能はりが 2 層材料に比べ格段に熱応力緩和の効果を現すことがわかる。図.4 より傾斜機能材料はりにおいては、き裂がどの位置に存在してもエネルギー解放率は 2 層材料はりの 10 分の 1 以下に抑えられていることがわかる。

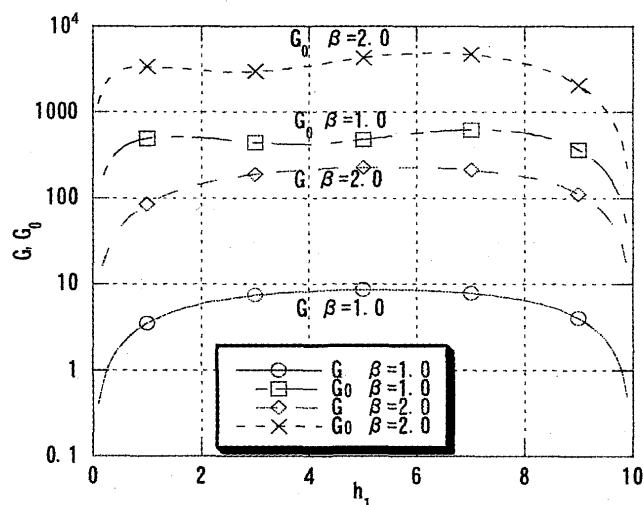


Fig.3. Energy release rates of functionally graded beams (G) and two-layered beams (G_0).

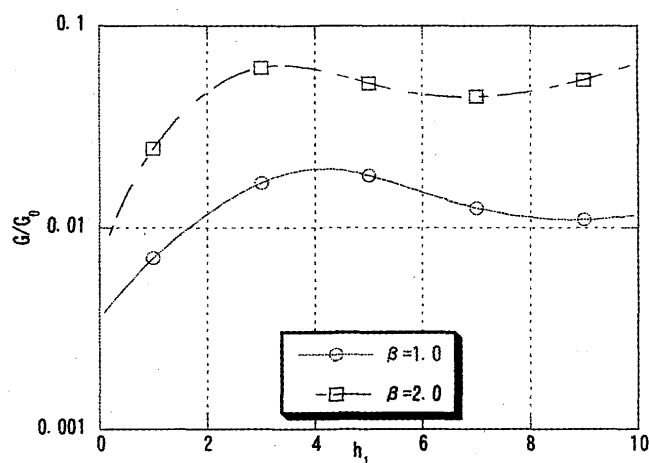


Fig.4 Ratios of the energy release rates of functionally graded beams and two-layered beams.