

混相流に関する研究 (第5報)

ガンマー線透過法による固液混相流の
濃度分布の測定 (その1)

山下 貞二*・吉福 功美*

THE STUDY ON THE FLOW OF SOLID-LIQUID PHASES (REPORT 5) ON THE MEASUREMENT OF THE CONCENTRATION DISTRIBUTION OF THE FLOW CONTAINED SOLID- LIQUID PHASE BY THE GAMMA-RAYS PENETRATION METHOD (ONE)

Sadaji YAMASHITA, Isami YOSHIFUKU

In the application of the gamma-rays penetration to the measurement of the distribution of void fraction in the quiet packed column which contains solid-air and solid-water mixture, it was derived that the correction factor B for the exponential law of attenuation was expressed as follows, using the penetration distance t , the mixed absorption coefficient μ_m and intensity of gamma ray I ,

$$I_m = I_a B \exp(-\mu_m t)$$

where

$$\mu_m = \mu_s(1-\varepsilon) + \mu_{a,w}\varepsilon - \mu_a$$

In the present experiment used 1½" gas pipe with Tokitsu sand, calcium carbonate and red lead, the following empirical correlation were resulted:

$$\log B = a \log t, \lambda = a/\mu_m \div 1 \text{ (for } \delta = 0.5\text{cm)}$$

Combining above relation, it is possible to calculate the distribution of void fraction in a pipe which contains mixed phase. Two kinds of error e_1, e_2 defined between calculated and measured values of void fraction were 6.37 and 2.61% respectively.

1. 緒 言

管内を混相流が流動している時、管内の濃度分布は従来サンプリング・プループ方式等によつて測定され、筆者等は先に固一液系混相流の管内濃度分布について管路末端に分流装置を附したものをを用いて測定した結果を発表した¹⁾²⁾³⁾。本報告はガンマー線透過法によつて上述の測定をなすための予備実験として固一気、固一液混合物の静止充填層における管内平行分割位置の濃度 (或は空間率) 分布の計算式および測定結果について述べる。

2. 計 算 式

(1) 平行分割濃度 (或は空間率) の計算式の誘導
ガンマ線が物質中を透過するとき、物質による吸収散乱の過程 (光電効果, Compton 効果 および電子対創

生) において光量子が失われガンマ線の強さは透過距離に対して指数関数的に減衰することが知られている。

いまこれらの過程のガンマ線に対する吸収の全断面積を σ , 阻止物質中の単位体積当りの原子数を N とすると, dt の距離をガンマ線が透過するときに失われる光量子の数はそのさいの原子との衝突の回数 $k\sigma N dt$, (k : 比例定数), およびその点におけるガンマ線の強さ I に比例する。従つて吸収されたガンマ線の強さ $-dI$ は

$$-dI = k\sigma N I dt = \mu I dt \dots\dots\dots(1)$$

ここに

$$\mu = k\sigma N \dots\dots\dots(2)$$

はその物質の線型吸収係数と称されている。

(1) 式を $t=0, I=I_0$ より $t=t, I=I$ まで積分すると

* 応用化学教室

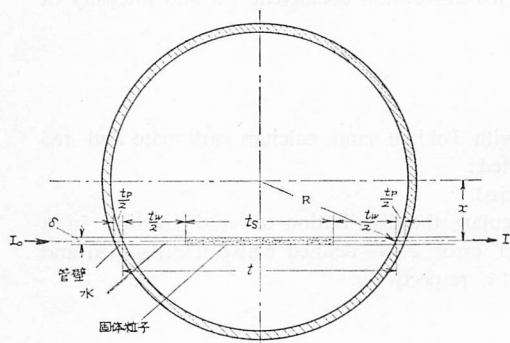
$$I = I_0 \exp(-\mu t) \dots \dots \dots (3)$$

(3) 式は所謂 “narrow beam” の場合、すなわちよく collimate された細い線束を細い検出器で測定する際によく適合するが一般に太い線束の場合では二次ガンマ線の一部が検出器に入ることや又幾何学的な因子などの影響のため(3)式は成立しない⁴⁾。そこで(3)式は次の如く補正した形で使用される。

$$I = I_0 B \exp[-\mu t] \dots \dots \dots (4)$$

ここで補正係数 B は Build up factor と称され検出器の種類、線源、物質等の種類、大きさおよびその幾何学的配置などによる係数である。

ガンマ線透過法によつて管内混合物の濃度、空間率或は密度の管断面における平均値の測定はよく行われている⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。本報では円管内の平行分割位置における空間率（濃度でも同様であるが取扱いに便利のため以後空間率について考察する）の分布の測定計算式を導く。まず第1図において一定幅 δ のガンマ線束



第1図 管内混合物とガンマ線束

は平行を保つて（厳密には平行でないが線束がそう太くはなく補正係数 B に平行でないための効果を含ませる事にする）管壁 p 、水 w 或は空気 a および固体 s の各層を series に進むとする。（各層が parallel に並ぶとして式を誘導する事もできるが普通行われない¹⁰⁾）。円管内が空気だけで満されている時ガンマ線が強さ I_0 で入射し管壁については tp なる距離を空気については ta なる距離を通過して強さ Ia に減衰し検出器に入るとすると(4)式から Build up factor を $B'a$ として

$$Ia = I_0 B'a \exp[-(\mu p tp + \mu a ta)] \dots \dots \dots (5)$$

ここで管内径に対する固体粒子径の比が無視できる位小さい事および固体粒子群は円管内部で中心点に対して対称に分布していると考えられるので粒子群のオ

リエンテーションによるガンマ線の強さに対する影響は現われない、すなわち(1)式から(3)式への積分が許されると考える事ができる。

同様にして管内が水だけで満されている時、空気—固体系から成る時および水—固体系から成る時は

$$Iw = I_0 B'w \exp[-(\mu p tp + \mu w tw)] \dots \dots \dots (6)$$

$$Ias = I_0 B'as \exp[-(\mu p tp + \mu w tw + \mu s ts)] \dots \dots \dots (7)$$

$$Iws = I_0 B'ws \exp[-(\mu p tp + \mu w tw + \mu s ts)] \dots \dots \dots (8)$$

となる。ここで tw は管内が水だけからなる時の、 tw' は水—固体系からなる時の水の有効距離、 ta 、 ta' は管内が空気だけの時および空気—固体系からなる時の空気の有効距離である。(6)(7)(8)式に(5)式を代入すると

$$Iw = Ia \cdot (Bw'/Ba') \cdot \exp[-(\mu w tw' - \mu a ta')] \dots \dots \dots (9)$$

$$Ias = Ia (Bas'/Ba') \cdot \exp[-\mu a (ta' - ts) - \mu s ts] \dots \dots \dots (10)$$

$$Iws = Ia \cdot (Bws'/Ba') \exp[-\mu w tw' - \mu s ts + \mu a ta] \dots \dots \dots (11)$$

今次の如く置く

$$tw = ta = t = 2\sqrt{R^2 - x^2} \dots \dots \dots (12)$$

$$Bw = Bw'/Ba' \dots \dots \dots (13)$$

$$Bas = Ba's/Ba' \dots \dots \dots (14)$$

$$Bws = B'ws/Ba' \dots \dots \dots (15)$$

ここに管の内半径を R 、管中心からガンマ線束の中心線までの距離を x とした。更に線束を平行としてその線束内の混合物の空間率 ϵ を次式で定義する。

$$tw'/tw = ta'/ta = \epsilon \dots \dots \dots (16)$$

$$ts/ta = ts/tw = 1 - \epsilon \dots \dots \dots (17)$$

従つて(9)(10)(11)式にこれらの式を代入し整理すると

$$Iw = Ia Bw \cdot \exp[-(\mu w - \mu a)t] \dots \dots \dots (18)$$

$$Ias = Ia \cdot Bas \cdot \exp[-[\mu s(1 - \epsilon) + \mu a \epsilon - \mu a]t] \dots \dots \dots (19)$$

$$Iws = Ia \cdot Bws \cdot \exp[-[\mu s(1 - \epsilon) + \mu w \epsilon - \mu a]t] \dots \dots \dots (20)$$

ここで次式で混相系の混合吸収係数 μm を定義する。

$$\mu m = \mu s(1 - \epsilon) + \mu a, w \cdot \epsilon - \mu a \dots \dots \dots (21)$$

ただし $\mu a, w$ は空気—固体系では μa 、水—固体系では μw を取るものとする。更に混相系の Build up

factor を B とおくと上の (18) (19) (20) 式はまとめて

$$Im = Ia \cdot B \cdot \exp\{-\mu mt\} \dots\dots\dots (22)$$

となる。ここで管を透過し減衰したガンマ線は検出器に入り電流、更に電圧に変換され記録計に記録されるとする時ガンマ線の強さ I が記録計の読み A に比例するとする¹⁰⁾¹¹⁾、(22) 式は

$$Am = Aa \cdot B \cdot \exp\{-\mu mt\} \dots\dots\dots (23)$$

ここで Am はそれぞれの場合の Aw , Aas , Aws を表わすものとし又水だけの場合は (20) 式で $\varepsilon=1$ の水-固体系を考える事にする。

なお計算の便宜上

$$Km = (2/2.3026)\mu m \dots\dots\dots (24)$$

とおくと

(23) 式は常用対数を用いて

$$Km = \{\log(Aa/Am) + \log B\} / \sqrt{R^2 - x^2} \quad (25)$$

となる。

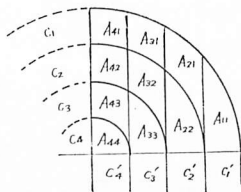
次に混相系の空間率 ε は (21) 式より

$$\varepsilon = \{(\mu s - \mu a) - \mu m\} / (\mu s - \mu aw) \div (\mu s - \mu m) / (\mu s - \mu aw) \dots\dots\dots (26)$$

一定の強さのガンマ線を用い一定幅の slit よりの線束によつて管内を平行分割方向に scanning した時、管内位置 x における B が既知であればその点における透過距離 t 、記録計の読み Aa , Am から (23) 或は (25) 式から μm が計算でき、(26) 式よりその位置における空間率が求められる事になる。従つて管内の空間率分布測定においては B を予め求めておく事が必要となる。

(2) 平行分割濃度から同心円分割濃度（半径方向濃度）への換算式。

ガンマ線透過法によつて管内の固気、固液混合物の空間率を測定する時得られるのは円管内を平行に分割した各部分における空間率（或は濃度）であつて、管内の半径方向の空間率（或は濃度）分布を求めるには換算しなければならない。以下にその換算式を求めてみる。ここで濃度 c は次式で定義する、すなわち容



第2図 円管内の平行分割と同心円分割

量分率を用いる。

$$c = 1 - \varepsilon \dots\dots\dots (27)$$

今第2図の如く管半径を n 等分（図では4等分）し各部分の濃度を管壁から数えて

平行分割濃度で c_1', c_2', \dots, c_n'

同心円分割濃度で c_1, c_2, \dots, c_n

とする時 c_1, c_2, \dots, c_n を c_1', c_2', \dots, c_n' で表わす計算式を導く。図において各部分の面積を $A_{11}, A_{21}, A_{22}, \dots$ とすると各部分についての物質収支式より（単位高さの柱を考える）,

$$c_1 A_{11} = c_1' A_{11} = a_1 \dots\dots\dots (28)$$

$$c_1 A_{21} + c_2 A_{22} = c_2' (A_{21} + A_{22}) = a_2 \dots\dots\dots (29)$$

$$c_1 A_{n1} + c_2 A_{n2} + \dots + c_n A_{nn} = c_n' (A_{n1} + A_{n2} + \dots + A_{nn}) = a_n \dots\dots\dots (30)$$

一般に

$$\sum_{k=1}^j c_k A_{jk} = c_j' \sum_{k=1}^j A_{jk} = a_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (31)$$

これは次の如き行列を用いて書くと容易に解く事ができる。

$$Ac = a \dots\dots\dots (32)$$

ただし

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

$$c = \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{vmatrix} \dots\dots\dots (34)$$

$$a = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{vmatrix} \dots\dots\dots (35)$$

結果は (Appendix 参照)

$$c_i = \sum_{j=1}^i c_j' \cdot d_{ij} = c_1' d_{i1} + c_2' d_{i2} + \dots + c_i' d_{ii} \quad (36)$$

ただし

$$d_{ij} = (A'_{ji}/|A|) \cdot \sum_{k=1}^j A_{jk} = (A'_{ji}/|A|) \cdot (A_{j1} + A_{j2} + \dots + A_{jj}) \dots\dots\dots (37)$$

A'_{ji} は A_{ji} の余因子、 $|A|$ は A の行列式である。

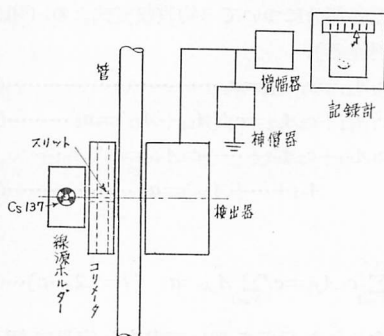
従つて予め A_{ji} を図から積分して求めておけば (37) 式から d_{ij} が求まり (36) 式から c_i が計算できる。（その一例は Appendix に記してある。）

3. 実験装置および方法

前節で述べたように管内の空間率分布測定において

は Build up factor の予知が必要である。そのため
に既知の空間率分布を示す固一気、固一液混合物の静
止充填層についてガンマ線を透過させて測定を行つ
た。

実験に使用したのは Ohmart Corp, 製 (Cincinnati,
Ohio, USA) 放射線密度計で Model SG, その配置図
は第3図に示す。



第3図 実験装置

線源は 18mc の Cs—137, 検出器はアルゴンガス
と特殊電極を密封したもので 60°C に温度制御され
Radioelectric effect⁵⁾ により放射線エネルギーを電
気エネルギーに変換する。検出器からは増幅器, 電流
計および記録計に連絡する。なお感度をよくするた
めに補償器は検出器と並列に連絡してある。

鉛で作られたコリメーターは線源側に設けられその
厚みは 20mm+35mm (空気層)+20mm. スリットは
横幅 5mm, 縦幅 20mm. 線源ホルダー, コリメー
ター, 検出器3者は固定枠に取付けられ, 固定枠には角
ネジとノギスが設けられ微動によりガンマ線束が平行
方向に管内をスキャンニング出来るように作られてい
る。ガンマ線束の中心線が管内の任意の位置および管
の中心にある時のノギスの読みを M, M_0 とすると管
内位置 x は次式で求める事ができる。

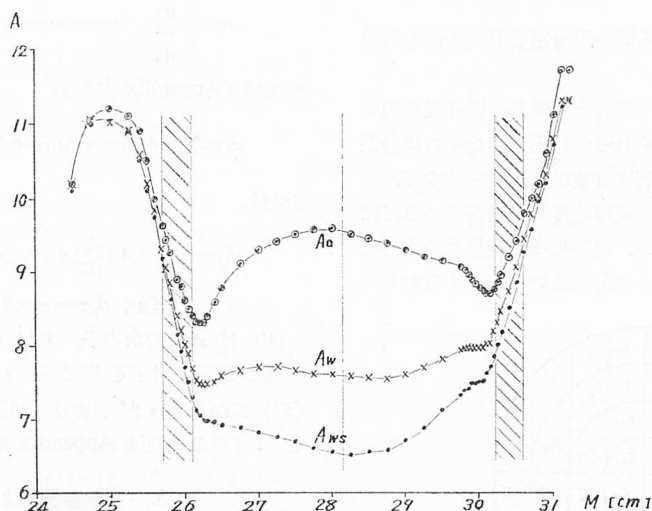
$$x = M - M_0 \dots \dots \dots (38)$$

実験に使用した管は 1½" ガス管, 使用した物質の
物性定数は第1表に示す

ここで吸収係数の値は Cs—137 のガンマ線の エネ

第 1 表

物 質	化 学 式	平均粒径 $dp(\text{cm})$	密度 $\rho (\text{g/cm}^3)$	吸収係数 $\mu (\text{cm}^{-1})$
土 岐 津 け い 砂 3 号	Si O_2	1.22×10^{-1}	2.63	2.03×10^{-1}
" " 4 号	Si O_2	6.60×10^{-2}	2.63	2.03×10^{-1}
" " 6 号	Si O_2	2.10×10^{-2}	2.63	2.03×10^{-1}
鉛 炭 酸 カ ル シ ウ 丹 ム	$\text{Pb}_3 \text{O}_4$	1.2×10^{-4}	8.86	9.29×10^{-1}
空 気	CaCO_3	1.1×10^{-4}	2.71	2.10×10^{-1}
水	$4\text{N}_4 + \text{O}_2$		0.00	9.31×10^{-5}
	H_2O		1.00	8.59×10^{-2}



第4図 記録計の読みA対ノギスの読みM

ルギーを 0.662 MeV として質量吸収係数（吸収係数をその物質の密度で除したものの $\mu/\rho(\text{cm}^2/\text{g})$ ）についての加減性を基にして文献¹²⁾より計算して求めた。

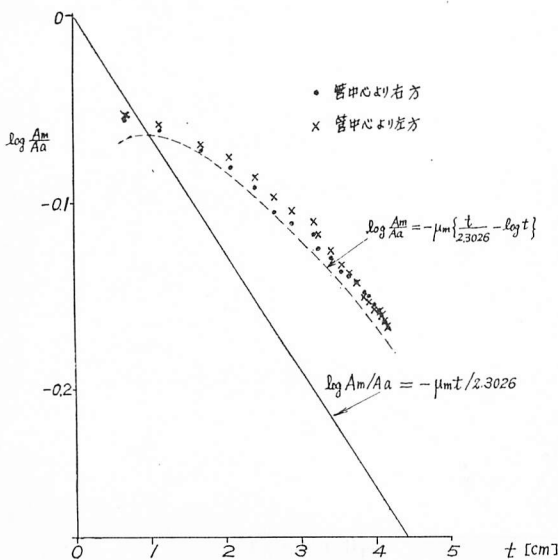
又管内が空気或は水と固体とから成る場合の空間率の実測値 ϵ_{meas} は管内固体の質量 W 、密度 ρ_s 、管内径 D 、および充填高さ L より次式で求めた。

$$1 - \epsilon_{\text{meas}} = W / [\rho_s \cdot (\pi/4) \cdot D^2 \cdot L] \dots \dots \dots (39)$$

なお、実験ではコリメータは線源側にだけ設けた。検出器側にもコリメータを設ける事によつて narrow beam となり Build up factor が 1 に近くなる事が期待されるがこの場合発生する微弱な電流を増幅、記録すべきエレクトロニクス系の感度が小となり誤差が大きくなること、たとい narrow beam で実験しても Build up factor の存在を無視しえないであろうと思われることおよび平行分割濃度から同心円分割濃度を換算する場合、或程度太い線束内の平均濃度の値が必要であることなどの為に本実験ではコリメータは線源側にだけ設けられた。然しながら最適測定系に対する線源、検出器、コリメータなどの選択、幾何学的配置などについて更に深い実験が必要であると考えられる。

4. 実験結果

実験結果の一例を第4図に示す、縦軸に記録計の読み A 、横軸にノギスの読み $M(\text{cm})$ を取つたもので、



第5図 $\log Am/Aa$ 対 t

管内が空気だけの場合 Aa 、水だけの場合 Aw 、および水—土岐津けい砂4号系の場合 AwS ($\epsilon_{\text{meas}} = 0.478$) のデーターである。 A 対 M の曲線で管中心から左方と右方の極小値（管壁より少し内側）が異なるのは管の肉厚、或は管の鍛接箇所の影響であると考えられる。なお管中心線の位置は trial and error 法により $\log Am/Aa$ 対 M の関係より求めた。第5図は $\log Am/Aa$ 対透過距離 t の関係を示す。直線は Build up factor $B=1$ としたときの $\log Am/Aa$ 対 t の間の線的關係 $\log Am/Aa = -\mu mt/2.3026$ を示す、実測値はこの直線からの大きい偏倚を示している事が分る。

5. 結果の考察

(1) B の実験式について

前述の実験結果から分る如く $B=1$ となるすなわち (3) 式は成立せず (4) 式が成立する。

B は前述の諸因子の影響を受けるが我々の実験で若し放射線源、検出器、スリットの幅、幾何学的配置、管等を一定に保つものとするれば B は管内物質の種類および透過距離だけの関数として表わす事ができると考えられる。（スリット幅、管等については別に実験を行う予定である。）

従つて今管内物質一定の場合 $B=B(t)$ において (4) 式に代入し、 t にて微分すると

$$-dI/dt = I\{\mu - (dB/dt)/B\} \dots \dots \dots (40)$$

$$\therefore -dI = \{\mu - f(t)\} I dt \dots \dots \dots (41)$$

ただし

$$f(t) = (dB/dt)/B \dots \dots \dots (42)$$

次にガンマ線束が円管内物質を透過するときの補正係数 $B(t)$ を求めるために平行な線束について幾何学的計算を試みる。スリットより断面積一定の線束が透過するものとし、スリットの横、縦幅を δ , τ とし、線束の円管内の透過容積を V とし

$$\varphi(t) = V/\tau\delta t \dots \dots \dots (43)$$

とおくと (3) 式は

$$\begin{aligned} I &= I_0 \exp[-kVN] = I_0 \exp[-k\tau\delta t\varphi(t)N] \\ &= I_0 \exp[-\mu t\{\varphi(t)-1\}] \cdot \exp[-\mu t] \dots \dots \dots (44) \end{aligned}$$

ここに

$$\mu = k\tau\delta N \quad (\therefore \sigma = \tau\delta) \dots \dots \dots (45)$$

従つて B は

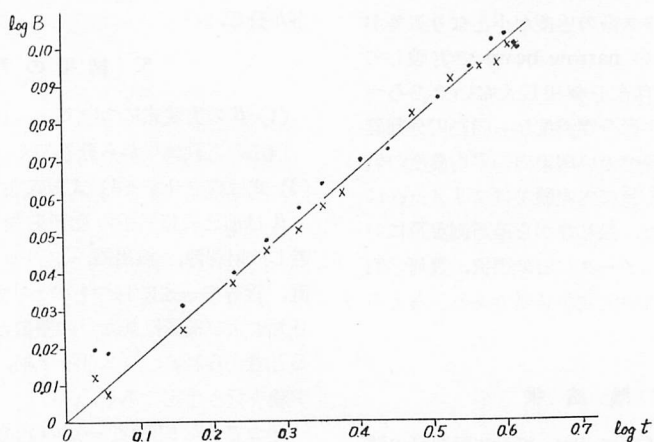
$$B = \exp[-\mu t\{\varphi(t)-1\}] \dots \dots \dots (46)$$

でなければならない。ここで $\varphi(t)$ を求めるために V を計算すると

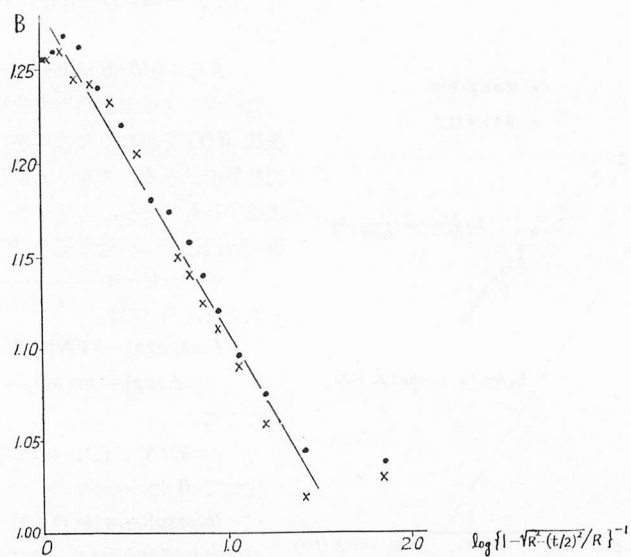
$$V = \tau \int_{x-\delta/2}^{x+\delta/2} \sqrt{R^2 - x^2} \, dx \quad \dots\dots\dots(47)$$

結局 $\varphi(t)$ は

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \frac{R^2}{\delta t} \left\{ \left(\frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} + \frac{2R}{\delta} \right) \sqrt{\left(\frac{t}{2R} \right)^2 - \frac{\delta}{R} \frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} - \left(\frac{\delta}{2R} \right)^2} \right. \\ & - \left(\frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} - \frac{\delta}{2R} \right) \sqrt{\left(\frac{t}{2R} \right)^2 + \frac{\delta}{R} \frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} - \left(\frac{\delta}{2R} \right)^2} \\ & \left. + \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} + \frac{\delta}{2R} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{R^2 - (t/2)^2}}{R} - \frac{\delta}{2R} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(48) \end{aligned}$$



第 6 図 $\log B$ 対 $\log t$



第 7 図 B 対 $\log \{1 - \sqrt{R^2 - (t/2)^2}/R\}^{-1}$

となる。上式は線束の幾何学的因子を考慮したもので複雑であり第2次ガンマ線による散乱などを考慮に入っていないので適切な補正項とは言えないが上式より B は $\sqrt{R^2 - (t/2)^2}/R$, t/R , δ/R などの関数として表現されるのではないかと考えられる。

本実験では $\delta=5$ (mm) で一定で δ/R の影響は求められなかつたが他の2因子と B の間の実験的相関は次の2式で示せる事が分つた。

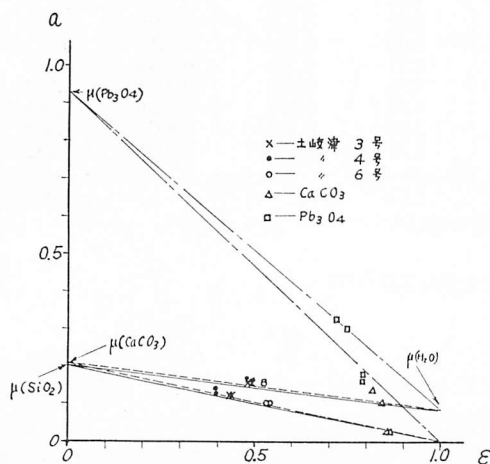
$$(a) \log B = a \log t \dots\dots\dots(49)$$

$$(b) B = a \log \{1 - \sqrt{R^2 - (t/2)^2}/R\}^{-1} + b \dots\dots(50)$$

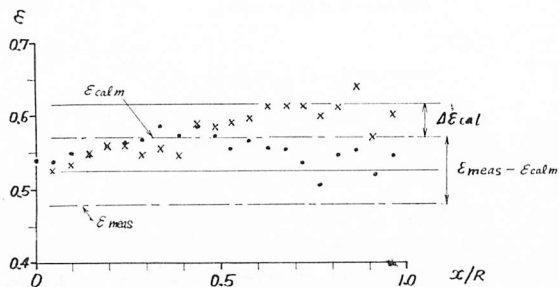
第6図, 第7図は水-土岐津い砂4号系についてそれぞれ(49), (50)式を示している。両式とも管壁附近を除いて良好な相関を示すが(49)式の方がより実験値に適合する事と後述の(58)式の関係 considering (49)式を採用する。

(49)式は書きかえて

$$B = t^a \dots\dots\dots(51)$$



第8図 a 対 ε



第9図 ε 対 x/R (水-土岐津い砂4号系)

(42)式より

$$f(t) = a/t \dots\dots\dots(52)$$

従つて(41)式は

$$-dI = \mu(1 - \lambda/t) I dt \dots\dots\dots(53)$$

ただし

$$\lambda = a/\mu \dots\dots\dots(54)$$

ここで $t=\lambda$, $t<\lambda$ のとき $1-\lambda/t=0$, $1-\lambda/t<0$ となるので(53)式は $t>\lambda$ の場合しか適用しない事にする。

次に(49)式より求められる a の値は水系, 空気-固体系, および水-固体系の場合についてそれぞれの空間率に対して求めたがその結果は次の実験式で示すことができた。

$$a = m\varepsilon + n \dots\dots\dots(55)$$

第8図に a 対 ε のグラフを示す。

第8図より次式が近似的に成立することが分る。

$$m = -(\mu_s - \mu_a, w) \dots\dots\dots(56)$$

$$n = \mu_s \dots\dots\dots(57)$$

第8図の直線は(56)式を勾配, (57)式を截片とする a 対 ε の関係を示し, 点は実測値を示す。

従つて(56), (57)式を用いると(54)式の μ は混相系の場合 μ_m と書け(21)式で表わされるので

$$\lambda = a/\mu_m = \frac{-(\mu_s - \mu_a, w)\varepsilon + \mu_s}{-(\mu_s - \mu_a, w)\varepsilon + \mu_s - \mu_a} \div 1 \dots\dots(58)$$

ここで μ_a は第1表に示す如く無視できることを用いた。すなわち B 対 t の相関として(49)式を採用すると $\lambda \div 1$ $\therefore a \div \mu_m$ なる関係が成立する事が分る。

次に混相系の混合吸収係数 μ_m は(23)式に(49), (54)式を代入して

$$\mu_m = \ln(Aa/Am)/(t - \lambda \ln t) \dots\dots\dots(59)$$

で求める事ができるが(58)式を採用すると

$$\mu_m = \ln(Aa/Am)/(t - \ln t) \dots\dots\dots(60)$$

或は計算の都合上

$$\mu_m = \log(Aa/Am) / \{0.8686 \sqrt{R^2 - x^2} - \log 2 \sqrt{R^2 - x^2}\} \dots\dots\dots(61)$$

となり簡単になる。(第5図の破線は(61)式を示している)。

(2) 実験誤差について

(1)より μ_m が求まると(21)或は(26)式より各位置における ε が計算できる。

第9図は(61)式に従つて計算した ε 対 x/R の一例(水-土岐津い砂4号系)を示す。

一般に (61) 式による ε の計算値 ε_{cal} は $x/R=1$ すなわち管壁附近では大きくばらつく、第9図で ε_{meas} は ε の実測値、 $\varepsilon_{cal,m}$ は ε の計算値の平均値を示し ε_{cal} のデーターのばらつきを $\pm \Delta \varepsilon_{cal}$ とし2種類の誤差を次の如く定義する。

$$e_1 = (\varepsilon_{meas} - \varepsilon_{cal,m}) / \varepsilon_{cal,m}$$

$$e_2 = \Delta \varepsilon_{cal} / \varepsilon_{cal,m}$$

e_1 は空間率の実測値と実験式を使つて計算した値の平均値との間の偏差を意味し、 e_2 は計算値のばらつきの相対誤差を意味する。第2表に ε_{meas} , $\varepsilon_{cal,m}$, e_1 , e_2 , a , μm , λ などのデーターを示す。

第 2 表

混 相 系	ε_{meas}	$\varepsilon_{cal,m}$	e_1 (%)	e_2 (%)	a	μm	λ
水					0.098	0.0859	1.141
空 水—土岐津 3号	0.432	0.462	6.50	2.71	0.124	0.1153	1.075
空 水—土岐津 4号	0.439	0.440	0.23	2.27	0.122	0.1139	1.072
空 水—土岐津 6号	0.396	0.450	12.00	2.22	0.140	0.1226	1.100
空 水—土岐津 6号	0.398	0.423	5.92	4.72	0.128	0.1220	1.050
空 水—土岐津 6号	0.532	0.570	6.67	1.75	0.104	0.095	1.095
空 水—土岐津 6号	0.534	0.537	0.56	1.40	0.103	0.0945	1.090
水 —土岐津 3号	0.484	0.545	11.20	3.66	0.160	0.1515	1.056
水 —土岐津 4号	0.492	0.540	8.90	3.24	0.160	0.1452	1.100
水 —土岐津 4号	0.478	0.570	16.12	5.26	0.170	0.1470	1.155
水 —土岐津 6号	0.497	0.582	14.61	3.01	0.166	0.1447	1.147
水 —土岐津 6号	0.522	0.570	8.42	2.19	0.154	0.1419	1.086
空 水—土岐津 6号	0.521	0.568	8.28	3.08	0.156	0.1420	1.098
空 水—土岐津 6号	0.792	0.785	0.89	1.28	0.180	0.1932	0.932
空 水—土岐津 6号	0.788	0.757	4.09	2.31	0.170	0.1970	0.861
水 —土岐津 6号	0.714	0.702	1.71	2.49	0.324	0.3268	0.992
水 —土岐津 6号	0.745	0.730	2.05	1.71	0.300	0.3010	0.997
空 水—土岐津 6号	0.852	0.862	1.16	1.74	0.034	0.0311	1.092
空 水—土岐津 6号	0.859	0.865	0.69	1.74	0.032	0.0296	1.080
水 —土岐津 6号	0.842	0.890	5.40	2.81	0.106	0.1056	1.005
水 —土岐津 6号	0.815	0.925	11.90	2.71	0.123	0.1088	1.132
平 均			6.37	2.61			1.065

表より e_1 は e_2 よりその値が大きく又大きくばらついていることが分る。 e_1 は管内の平均空間率の測定には大きい重要性をもつが管内の空間率分布には大きい影響を及ぼさない、 e_1 は実験技術の改良、実験回数の増大によりある程度減少できるであろう。又 e_2 の値については本実験装置での空間率分布測定に対しては平均 $\pm 2.61\%$ のばらつきがあることを示し、これを減少させるには装置の幾何学的配置、スリットの大きさ、検出器、線源の大きさなどを改良しなければならない。

なお管壁附近については木村その他¹³⁾によると管内壁面より距離 $0.56dp$ までは大きい空間率を示すが本研究では大粒子の土岐津けい砂 3号の場合でも $0.56dp=0.0683cm$ であり $x/R=0.967$ 、従つてそれより小さい粒子の場合では殆んど管内全域で空間率一定とみなしてよい。第9図に示す如く一般に管壁附近では大きいデーターのばらつきを示すのはガンマ線束の管壁附近における特性のためでこれについては更に補

正をせねばならない。

6. 結 言

ガンマ線透過法による管内の固一気、固一液混合物の静止充填層における空間率分布の測定において指数減衰法則に対する補正係数 B は透過距離 t 、混合吸収係数 μm により次の如く置く事ができることを導いた。

$$Im = Ia \cdot B \exp(-\mu m t)$$

ここに

$$\mu m = \mu s(1-\varepsilon) + \mu a, w, \varepsilon - \mu a$$

土岐津けい砂、炭酸カルシウム、鉛丹について $1\frac{1}{2}''$ ガス管での実験で実験式 $\log B = a \log t$ が得られ、スリット幅 $\delta=5mm$ の場合 $\lambda=a/\mu m=1$ が近似的に成立する。上の関係から管内の空間率分布は簡単に計算する事ができる。

上の実験において計算値と実測値について2種類の誤差 e_1 , e_2 を定義したが平均 $e_1=6.37\%$, $e_2=2.61\%$

であつた。

後 記

本研究は昭和35年4月から37年3月にかけて著者らが茨城県那珂郡東海村，日本原子力研究所において装置の設計，取付，実験を行なつたものである。

御指導を賜つた原研化学工学研究室長山本寛博士副主任研究員山崎弥三郎氏，および実験上の御便宜を戴いた化学工学特別研究室の間室，漆山，吉田，川上，小守，坪，西野，藤井および小沢の諸兄の御好意に厚く御礼申し上げます。（昭和37年10月29日，日本機械学会，第40期全国大会で講演）

記 号

A ：記録計における読み，或は面積 (cm^2)
 a ： $\log B$ 対 $\log t$ 直線の勾配， B ：Build up factor，
 c ：同心円分割濃度， c' ：平行分割濃度
 D ：管内径 (cm)， dp ：固体粒子の平均粒径 (cm)
 e_1 ： $\varepsilon_{\text{meas}}$ と $\varepsilon_{\text{cal},m}$ の偏差， e_2 ： ε_{cal} のばらつきを示す相対誤差， $f(t)$ ： μ に対する補正，
 I ：ガンマ線の強さ (r/hr)， I_0 ：入射ガンマ線の強さ (r/hr)， Km ： $2\mu m/2.3026$ ， k ：比例定数，
 L ：充填高さ (cm) M ：ノギスの読み (cm)，
 M_0 ：ガンマ線束の中心が管中心線にあるときの読み (cm)， m ： a 対 ε 直線の勾配， n ： a 対 ε 直線の截片
 N ：阻止物質中の単位体積当り原子数
 R ：管内半径 (cm)， t ：透過距離 (cm)
 V ：ガンマ線束の透過容積 (cm^3)，
 w ：固体粒子質量 (g)， x ：管中心線よりガンマ線束中心線までの距離 (cm)， δ ：スリットの横幅 (cm)
 ε ：空間率， λ ： a/μ
 μ ：吸収係数 (cm^{-1})， μm ：混合吸収係数 (cm^{-1})
 ρ ：密度 (g/cm^3)， σ ：ガンマ線束の透過断面積 (cm^2)
 τ ：スリットの縦幅 (cm)， $\varphi(t) := V/\tau \delta t$

Suffix

a ：空気， p ：管壁， s ：固体， w ：水
 cal ：計算値， calm ：計算値の平均値
 meas ：測定値。

文 献

- 1) 山下貞二，吉福功美：日本機械学会講演前刷集 No.4(59-4，第36期通常総会，流体力学) 183～188頁。
- 2) 山下貞二，吉福功美：日本機械学会講演前刷集

No.27(60-4，第37期通常総会，水力学水力機械) 95～98頁。

- 3) 山下貞二，吉福功美：日本機械学会九州支部第13期総会講演会前刷集 7～14頁 (昭35-3)。
- 4) U. Fano. Nucleonics, Vol. 11, No. 9, p. 55 (1953)。
- 5) P. E. Ohmart, H. L. Cook, ISA First International Congress & Exposition, Philadelphia, Paper No. 54-22-1 (1954)。
- 6) 米沢，深見：原子力工業，Vol. 7, No. 8, p. 6 (1961)。
- 7) 鷺見：第3回アイソトープ会議報文集，p. 579 (1954)。
- 8) アイソトープ実験技術 第3集 (南江堂) p. 123 (1960)。
- 9) A. H. McKinney, Chem. Eng. Progr. 56, 9, p. 37 (1960)。
- 10) M. Petrick, B. S. Swanson, The Review of Scientific Instruments, Vol. 29, No.12, p. 1079 (1958)。
- 11) H. H. Hooker. G. F. Popper, ANL-5766 (1958)。
- 12) C. M. Davison, R. D. Evans, Review of Modern Physics, Vol. 24, No. 2, p. 79 (1952)。
- 13) 木村，能野，金田：化学工学，Vol. 19, p. 397 (1955)。

Appendix (32) 式から (36) 式の誘導

(32) 式より

$$c = A^{-1}a \quad \dots(1)$$

ここに A^{-1} は A の逆行列で次式で与えられる

$$A^{-1} = (1/|A|) \begin{vmatrix} A'_{11} & A'_{21} & \dots & A'_{n1} \\ A'_{12} & A'_{22} & \dots & A'_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A'_{1n} & A'_{2n} & \dots & A'_{nn} \end{vmatrix} \quad \dots(2)$$

ただし A'_{ji} は A_{ji} の余因子， $|A|$ は A の行列式である。

従つて

$$c = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} A'_{11} & A'_{21} & \dots & A'_{n1} \\ A'_{12} & A'_{22} & \dots & A'_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A'_{1n} & A'_{2n} & \dots & A'_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix} \quad \dots(3)$$

$$\therefore \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{vmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{vmatrix} A'_{11}a_1 + A'_{21}a_2 + \dots + A'_{n1}a_n \\ A'_{12}a_1 + A'_{22}a_2 + \dots + A'_{n2}a_n \\ \dots \\ A'_{1n}a_1 + A'_{2n}a_2 + \dots + A'_{nn}a_n \end{vmatrix} \quad (4)$$

従つて

$$c_1 = \frac{1}{|A|} (A'_{11}a_1 + A'_{21}a_2 + \dots + A'_{n1}a_n) \quad \dots(5)$$

$$c_2 = \frac{1}{|A|} (A'_{12}a_1 + A'_{22}a_2 + \dots + A'_{n2}a_n) \quad \dots(6)$$

一般に

$$c_i = \frac{1}{|A|} (A'_{1i}a_1 + A'_{2i}a_2 + \cdots + A'_{ni}a_n) \\ = \frac{1}{|A|} \sum_{j=1}^n A'_{ji}a_j, \quad (i=1, 2, \cdots, n) \quad \cdots \cdots (7)$$

(31) 式を代入すると

$$c_i = \frac{1}{|A|} \cdot \sum_{j=1}^n A'_{ji}c'_j \cdot \sum_{k=1}^j A_{jk} \quad \cdots \cdots (8)$$

しかるに (33) 式のような三角行列には次の如き性質がある.

$$j > i \text{ のとき } A'_{ji} = 0 \quad \cdots \cdots (9)$$

$$j = i \text{ のとき } A'_{ji} = |A|/A_{ii} \quad \cdots \cdots (10)$$

又

$$|A| = \prod_{j=1}^n A_{jj} \quad \cdots \cdots (11)$$

従つて (8) 式は

$$c_i = \sum_{j=1}^i c'_j d_{ij} = c'_1 \cdot d_{i1} + c'_2 d_{i2} + \cdots + c'_i d_{ii} \quad (12)$$

ただし

$$d_{ij} = \frac{1}{|A|} \cdot A'_{ji} \cdot \sum_{k=1}^j A_{jk} = \frac{1}{|A|} A'_{ji} \cdot (A_{j1} + A_{j2} + \cdots + A_{jj}) \quad \cdots \cdots (13)$$

(11), (12) 式が本文における (36), (37) 式である.

従つて d_{ij} を計算しておけば (12) 式より c_i を求めることができる. d_{11} から d_{55} までを計算すると

$$d_{11} = 1, \quad d_{21} = -A_{21}/A_{22}, \quad d_{22} = 1 + A_{21}/A_{22}$$

$$d_{31} = (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33}) - (A_{31}/A_{33})$$

$$d_{32} = -\{(A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33}) + (A_{32}/A_{33})\}$$

$$d_{33} = 1 + (A_{31}/A_{33}) + (A_{32}/A_{33})$$

$$d_{41} = (A_{31}/A_{33})(A_{43}/A_{44}) + (A_{21}/A_{22})(A_{42}/A_{44})$$

$$- (A_{41}/A_{44}) - (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44})$$

$$d_{42} = (A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44}) + (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33}) \\ (A_{43}/A_{44}) - (A_{42}/A_{44}) - (A_{42}/A_{44})(A_{21}/A_{22})$$

$$d_{43} = -\{(A_{43}/A_{44}) + (A_{31}/A_{33})(A_{43}/A_{44}) \\ + (A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44})\}$$

$$d_{44} = 1 + (A_{41}/A_{44}) + (A_{42}/A_{44}) + (A_{43}/A_{44})$$

$$d_{51} = (A_{21}/A_{22})(A_{52}/A_{55}) + (A_{31}/A_{33})(A_{53}/A_{55}) \\ + (A_{41}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) + (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33})$$

$$(A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) - (A_{51}/A_{55}) - (A_{21}/A_{22})$$

$$(A_{32}/A_{33})(A_{53}/A_{55}) - (A_{21}/A_{22})(A_{42}/A_{44})$$

$$(A_{54}/A_{55}) - (A_{31}/A_{33})(A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55})$$

$$d_{52} = (A_{32}/A_{33})(A_{53}/A_{55}) + (A_{42}/A_{44})(A_{54}/A_{55})$$

$$+ (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33})(A_{53}/A_{55}) + (A_{21}/A_{22})$$

$$(A_{42}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) - (A_{52}/A_{55}) - (A_{21}/A_{22})$$

$$(A_{52}/A_{55}) - (A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55})$$

$$- (A_{21}/A_{22})(A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55})$$

$$d_{53} = (A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) + (A_{31}/A_{33})(A_{43}/A_{44})$$

$$(A_{54}/A_{55}) + (A_{32}/A_{33})(A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55})$$

$$- (A_{53}/A_{55}) - (A_{31}/A_{33})(A_{53}/A_{55}) - (A_{32}/A_{33})$$

$$(A_{53}/A_{55})$$

$$d_{54} = -\{(A_{54}/A_{55}) + (A_{41}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) +$$

$$(A_{42}/A_{44})(A_{54}/A_{55}) + (A_{43}/A_{44})(A_{54}/A_{55})\}$$

$$d_{55} = 1 + (A_{51}/A_{55}) + (A_{52}/A_{55}) + (A_{53}/A_{55}) +$$

$$(A_{54}/A_{55})$$

一例として $n=5$ すなわち 5 等分のときは

$$c_1 = c'_1$$

$$c_2 = -0.9565 \, c'_1 + 1.9565 \, c'_2$$

$$c_3 = 0.1734 \, c'_1 - 1.9633 \, c'_2 + 2.7899 \, c'_3$$

$$c_4 = -0.1876 \, c'_1 + 0.3772 \, c'_2 - 3.0635 \, c'_3 + 3.8739 \, c'_4$$

$$c_5 = -0.0077 \, c_1 - 0.4969 \, c'_2 + 0.7404 \, c'_3 - 5.5630$$

$$c'_4 + 6.3272 \, c'_5$$