トランジスタの容量性負荷を有する エミッタ・ホロワのパルス応答について (第2報)

——アナログ計算機による応答特性の解析——

川 原 浩 一 郎

(受理 昭和39年6月5日)

ON THE PULSE RESPONSE OF A CAPACITIVLY LOADED TRANSISTOR EMITTER FOLLOWER (No. 2)

Kōichirō KAWAHARA

In this paper on the pulse response of a emitter follower, an approach to the practical output wave is analysed by introducing an emitter impedance (paralell circuit of a forward emitter resistance r_E and an emitter diffusion capacitance $C_{b'e}$) into the modified T eqivalent circuit.

The response of the transfer function for unit step input, of which the denominator polinomial is 2nd- or 3rd-oder in P operator, is compared respectivly.

Paticulary in the case of 3rd-order (which realizes in r_E, $C_{b'e}$ insertion) an analog computor is used to draw the time response of the given transfer function in place of complicate culculation to time function.

As a result new criteria of a critical condition for non-oescilatory is such outlined that unstable area widens in $K<0.1$ and reversely in $K>0.2$ for an alloy type junction unit.

1. まえがき

エミッタ・ホロワのパルス応答においては，特に負荷が容量性の場合，パルスの立上り特性が良く（即ち立上り時間が短い），且つ不要な過度振動の起きない，いわゆる臨界状態の立上りを得ることが必要とされる．この点に関して，筆者は前報[3]において，変型T型高周波等価回路を用いて，パルスの応等特性を解析し，臨界状態の応答波形について，実測値と計算値とを比較検討して安定な立上り特性を与える諸回路定数の設定についての資料を得たが，今回は，更に立上り特性に影響を及ぼすとみられる順方向エミッタ接合抵抗，並びにエミッタ拡散容量を挿入した回路で，伝達特性を調べてみた．

この2つの新しい素子が並列回路として等価回路に挿入されると，伝達関数の分母の次数が演算子 p に関して3次となり，その根を筆算で求めるには非常に多くの計算過程を必要とし，更に時間関数に変換することは2次の場合に比較して，極めて困難で，安定な動作範囲も求め難い．

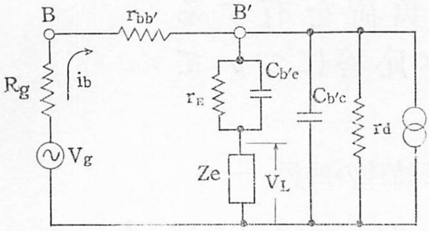
幸いに，今回はアナログ計算機（日立製低速型，以下アン・コンと略す）を使用する機会を得たので，与えられた伝達関数を模擬することによつて得られた応答波形を計算値として採用し，実験値と比較してみた結果をここに報告する．

2. 等価回路について

変形T型等価回路において，前報[3]ではエミッタ接合部の順方向抵抗，r_E とエミッタ拡散容量，$C_{b'e}$ を省略して，伝達関数の分母 p に関する2次式として，パルス応答，並びに安定な動作範囲を計算したが，このエミッタ内部インピーダンスは高周波特性に相当な影響を及ぼすと考えられる．

ゲルマニウム・トランジスタにおいては r_E は，普通のT型等価回路のパラメータとしてのエミッタ抵抗 r_e と違い，エミッタ，ベースを一つのダイオードと考えて，その接合部の抵抗を計算したもので，常温では近似的には次式で与えられる．

$$r_E \fallingdotseq \frac{26}{I_e(\text{in mA})} [\Omega] \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$



$r_{bb'}$ ：ベースひろがり抵抗
R_g ：電源内部抵抗
r_E ：エミッタ順方向接合抵抗
$C_{b'c}$ ：コレクタ接合容量
$C_{b'e}$ ：エミッタ拡散容量
Z_e ：負荷インピーダンス（負荷抵抗 R_L と附加容量 C_e の並列回路）
r_d ：コレクタ抵抗
β ：エミッタ接地電流増巾定数

第1図 変形T形高周波等価回路

但し，一般的なT型小信号パラメータとしての r_e より r_E は算出することもできる．

小信号動作のごとく，或る固定された動作点での r_E は(1)式で算出されるが，パルスの応答のごとく，動作点が広範囲に移動する，いわゆる大振巾動作の場合には，(1)式をそのまま導入すれば r_E は非直線的な抵抗となり，計算が非常に複雑となることも予想される．通常の小信号動作時の一般的な規格ではほぼぼ25～80 Ω 程度となつている．

次に，エミッタ接合面から注入された小数キャリアはベース域で再結合によつて失われながら，例えば拡散によりコレクタ接合面に致達する．即ち，漏洩のある伝送線路として解かれる．ここに現われる容量がいわゆる拡散容量と呼ぶべきもので，エミッタ，ベース間にバイアスがかかると，当然或る量の電荷が蓄積される．この電荷はトランジスタが動作を開始しても，或る瞬間においては常にこの充電電荷が存在していることになる．

この蓄積電荷 Q_b は，エミッタ，ベース間電圧 $V_{b'e}$ の関数で，$V_{b'e}$ に対する微分値が拡散容量 $C_{b'e}$ を与える．

$$\frac{dQ_{b'e}}{dV_{b'e}}=C_{b'e} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

又 $Q_{b'e}$ はベース巾 W，ベース域の電荷密度 p の関数であるところから(2)式より次の値を得る[4]．

$$C_{b'e}=\frac{AW^2}{2r_E D} \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

ここに，A はベースの有効面積，D はベース域の拡散定数でいずれも与えられたトランジスタについて一定な値である．(3)式を変形して次式を得る．

$$r_E\cdot C_{b'e}=\frac{AW^2}{2D} \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

$r_E\cdot C_{b'e}$ はベース域での小数キャリアの遅れの時定数で，ベース接地電流増巾定数の 3 db 低下する角周波数 $\omega_{\alpha 0}$ と次式で関係づけられる．

$$\omega_{\alpha 0}=\frac{1.2}{r_E\cdot C_{b'e}} \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

この(5)式より，$\omega_{\alpha 0}$ を知ると $C_{b'e}$ を逆に算出することができる．

以上より等価回路として，第1図を採用し，解析を進めてみる．

3. r_E, $C_{b'e}$ を考慮に入れた伝達関数

第1図に示されている等価回路について，通常成立する $r_d \gg r_E$, R_L なる条件のもとで，$C_{b'c}$ は負荷容量 C_e に含めて考え，これを新に C_e として，入出力の伝達比 v_L/v_g を求めてみると次のごとくなる．

$$G(j\omega)=\frac{v_L}{v_g}=\frac{\dfrac{(1+\dot{\beta})R_L}{1+j\omega C_e R_L}}{R_s+\dfrac{(1+\dot{\beta})R_L}{1+j\omega C_e R_L}+\dfrac{(1+\dot{\beta})r_E}{1+j\omega C_{b'e} r_E}} \quad (6)$$

ここで(6)式を次のごとき置換を行なう．

$$(7)\left\{\begin{aligned} s&=j\omega \\ p&=\frac{s}{\omega\beta} \\ R_s&=R_g+r_{bb'} \\ K&=\omega_\beta C_e R_L \\ K'&=\omega_\beta C_{b'e} R_L \\ G&=\frac{R_L}{R_s} \\ H&=\frac{r_E}{R_s} \end{aligned}\right.$$

(7)式の置換式について，K, G は前報[3]にて用いたパラメータと同一であるが，r_E, $C_{b'e}$ に関して，新に K', H なる2個のパラメータが追加されている．

そこで(5)式は(7)式により次のごとく整理される．

$$G(p)=\frac{\frac{G}{K}\left(p+\frac{1}{K'}\right)(p+\beta_0+1)}{p^3+\left(1+\frac{1+H}{K'}+\frac{1+G}{K}\right)p^2+\left(\frac{G+H+1}{KK'}+\frac{G(1+\beta_0)+1}{K}+\frac{H(1+\beta_0)+1}{K'}\right)p+\frac{(G+H)(H\beta_0)+1}{KK'}}\cdots(8)$$

但し

$$\dot{\beta}=\frac{\beta_0}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_\beta}}$$

β_0 は $\dot{\beta}$ の低周波での値で ω_β は遮断角周波数である．(8) 式の分母は p に関して３次，分子は２次となつているが，$K'=H=0$ の時は前報における $G(p)$ の式に同じになることはいうまでもない．

分母の３次式について，その根が複素根とならない，いわゆる臨界曲線を K, G, H, K' のパラメータで画くことは非常に困難で，３次方程式の求根法によつて，求めると，K, G に関して更に４次式が現われて，安定な動作範囲を求めることは，事実上不可能に近いようである．

そこで，この (8) 式の G, K を前報の２次式の臨界線上の値に取り，K', H を (1)，(2) 式より計算して，アナ・コンによつて３次方程式のグラフを画かせて求根し，出力の応答波形を画かせることを試みた．

4. アナ・コンによる求根

(8) 式の各パラメータ (K, G, K', H) を 2SA 17 H（日立製高速度スイッチ用 Ge 合金型トランジスタ）について計算してみる．第１図の等価回路のパラメータの値は次のようになる．

$r_{bb'}=100\,\Omega$
$r_E=24\,\Omega$　($r_e=5\,\Omega$ より計算したもの，(1) 式では逆算して $I_e=1.1$ mA となり，実際の I_e の変化の平均値付近となる)
$r_d=40\,\mathrm{K}\Omega$
$\beta_0=110$
$C_{b'c}=10$ pF
$C_{b'e}=375$ pF
$f_\alpha=21$ MC

(8) 式の分母の p に関する３次方程式の実根は負の値を持つものが少くとも１ヶは必ず存在し，係数はすべて正で右上りの曲線となる．そこで，この分母を次のごとく置く．

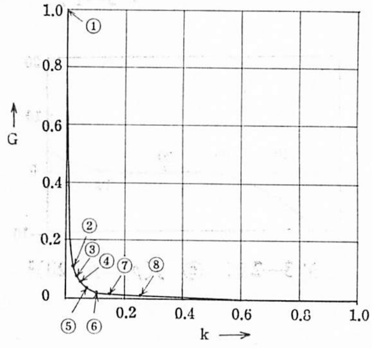
$$f(p)=p^3+Ap^2+Bp+C\cdots\cdots\cdots(9)$$

$$A=H\frac{1+H}{K'}+\frac{1+G}{K}$$

$$B=\frac{G+H+1}{KK'}+\frac{G(1+\beta_0)+1}{K}+\frac{H(1+\beta_0)+1}{K'}$$

$$C=\frac{(G+H)(1+\beta_0)+1}{KK'}\cdots\cdots\cdots(10)$$

A, B, C はいずれも G, K, K', H のパラメータを持ち，(9) 式が複素根を持たない安定範囲についての判別式を求めることは前述のごとく不可能に近いが，２次式について既に計算された臨界線上の①〜⑧までの各点について (10) 式に代入し，第１表のごとく A, B, C を決定し，求根を行なう．



	G	K	R_s (KΩ)	C_e (PF)
1	0.991	0.009	0.3	4
2	0.1	0.028	5	45
3	0.06	0.0396	8.1	68.2
4	0.043	0.052	11.5	75.5
5	0.03	0.063	16.5	94
6	0.02	0.097	25	150.5
7	0.01	0.163	50	260.4
8	0.005	0.2554	100	412

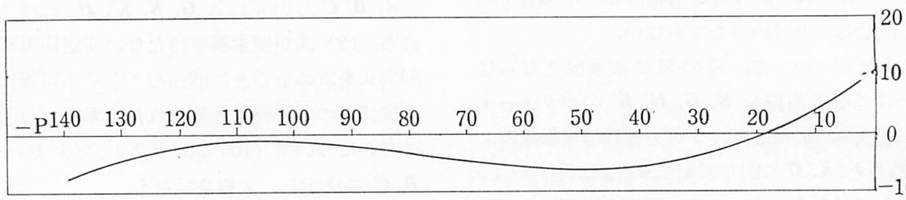
臨界曲線上の各点

第２図　２次式の臨界曲線

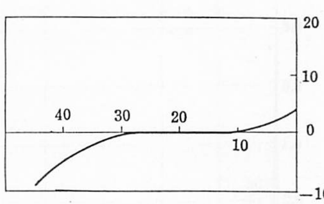
実験には負荷抵抗 500 Ω とし，前に述べたごとき r_E, $C_{b'e}$ を決めて，３次方程式のグラフをアナ・コンにより画かせてみたものが第３-１〜８図である．この図は $C_{b'e}$ が 2000 pF として得たグラフで，$C_{b'e}$ が 375 pF の時より出力の応答が実験値に近い．$C_{b'e}$ の 375 pF は $\omega_\beta=1.2\times10^6$ [rad/s] として (5) 式より計算にて求めたもので，2000 pF は実験上の想定として

第 1 表　$f(p)$ の各係数の値（2次式の臨界曲線上の各点）

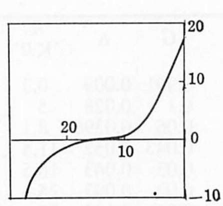
測定点	G	K	$C_{b'e}=375$ pf, $K'=1.08\times10^{-2}$, $H=0.048$ G			$C_{b'e}=2000$ pf, $K'=5.76\times10^{-2}$, $H=0.048G$		
			A	B	C	A	B	C
1	0.991	0.009	319	31903	1200000	240	16370	225000
2	0.1	0.028	133	4114	41800	58	1145	7840
3	0.06	0.0396	121	2801	18700	45	683	3510
4	0.043	0.052	114	2090	10700	39	482	2010
5	0.03	0.063	110	1691	6600	35	373	1236
6	0.02	0.097	105	1110	3180	29	211	595
7	0.01	0.163	100	686	1230	25	139	231
8	0.005	0.2554	98	465	574	22	92	108



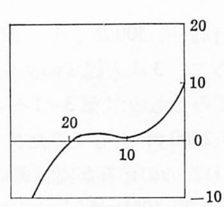
第 3—1 図　① $f(p)=(p+18)(p^2+222p+12374)$



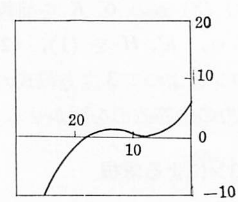
第 3—2 図　② $f(p)=p+20)^3$



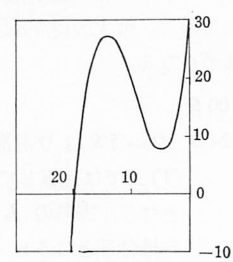
第 3—3 図　③ $f(p)=(p+15.2)^3$



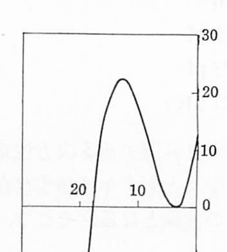
第 3—4 図　④ $f(p)=(p+20)(p^2+19p+100)$



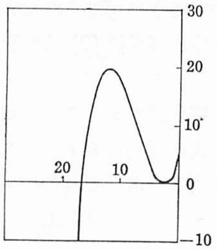
第 3—5 図　⑤ $f(p)=(p+8.5)^2(p+17.85)$



第 3—6 図　⑥ $f(p)=(p+19.8)(p^2+9.2p+29)$



第 3—7 図　⑦ $f(p)=(p+36)^2(p+17.85)$



第3—8図　⑧　$f(p)=(p+2.5)^2(p+16.6)$

考えた値であるが，この方がより実験値に近い．

得られた3次曲線については，測定点②，③では3重根で，①の複素根④，⑤，⑦，⑧点の1単根，2重根となるところから，2次の臨界曲線に比べてKの小さなところ（ほぼ $K<0.1$）では振動範囲が広がり，Kの大きいところ（$K>0.2$）では逆に狭まつていると考えられる．即ち実際に挿入可能な付加容量 C_e の値が2次による設計値より大きくなるということになる．

このことは実測値からも或る程度推測できることである．

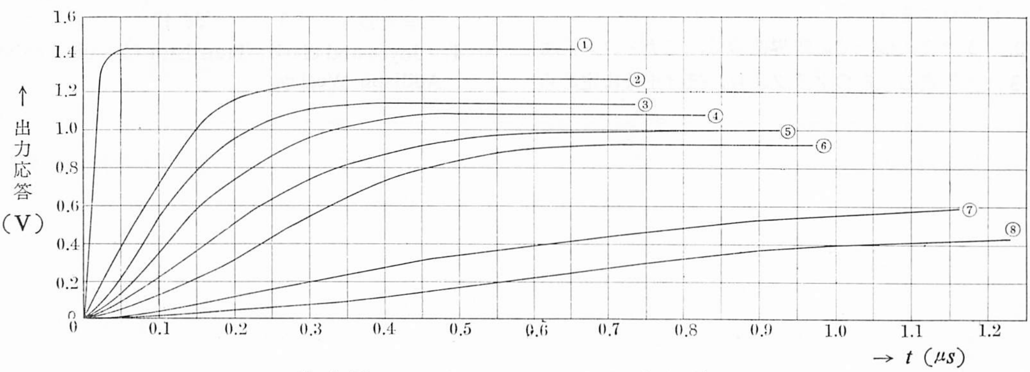
6. アナ・コンによる応答波形

第3図によつて，求められた根により，原伝達関数をアナ・コンにて模擬して，その単位間数の入力に対する応答波形を画かせたものが第4図である．波形①と②との間に相当の開きがあるが，Gの各々の値を比べるとこの程度の差は充分考えられる．原波形（入力単位関数）は 1.5V であり，Gは大きい程（即ち電源内部抵抗が小さい程）入力波形に近づくのは当然であるが，ベース電流が過電流にならない程度に抑える必要があり，余り大きな G は実用的でない．

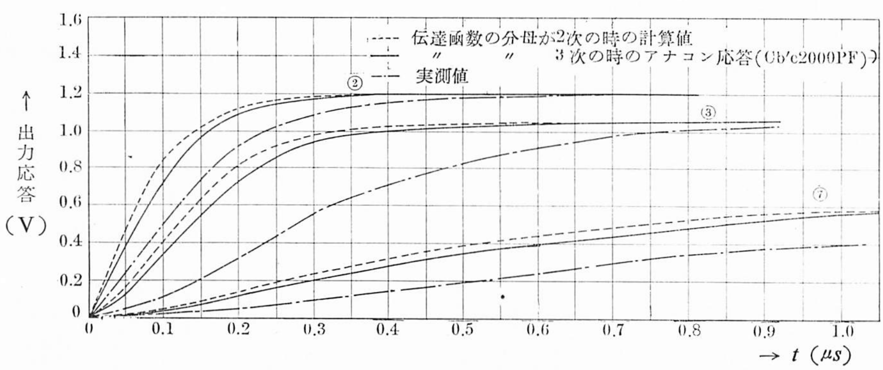
実際の応答波形と分母を2次式として計算した波形（$C_{b'e}$, r_E を省略した場合）と分母を3次式として，アナ・コンで画かせた波形（いずれも 1.5V パルス入力）との比較を示したものが第5図である．

これによると $C_{b'e}$, r_E の挿入された効果は余り顕著に現われていないが，2次式の計算値より多少の近似は見られる．

計算に用いた G, K が3次式としての真の臨界曲線



第4図　アナ・コンによる応答波形



第5図　出力応答波形の比較

上の点でないから止むを得ないが，実験的にこの臨界曲線を求める方法として，G 又は K を一定値として他を適宜変化させて3次方程式のグラフを画かせる．即ち，実験で2次の臨界曲線を得たと同じ手順を行えばよい．実験では臨界曲線を画かせる際，オーバシュートの起らない最大の平坦さを得る G, K を以つて臨界曲線上の点としたが，上述の方法で行なえば，根が，どのように変化するかで決定するから，より明瞭な臨界曲線（3次式としての）が得られると考えられる．

7. むすび

1. 伝達関数の分母が3次式の場合，即ちエミッタ・インピーダンス r_E, $C_{b'e}$ を考慮に入れると，パルスの立上り特性がより近似でき，又これらを無視した時の G, K についての臨界曲線による安定域は，実際には K の小なるところでは狭まり K の大きいところでは拡がる．これは前報による臨界曲線（実験値）と傾向が同じである．直流最終レベルについては r_E の効果，即ち H が G の大きいところで非常に利いてきて，良い近似を与える．

2. 3次式についての臨界曲線は，アナ・コンにより3次方程式の求根のグラフより，ほぼ正確に定められるが，計算の繁雑さは避けられない．

3. エミッタ接合容量は (2) 式で計算したものより実際は相当の差異があり，アナ・コンによつて応答出力波形よりその概略値を知ることが可能である．

4. 3次方程式の判別式をアナ・コンにて解くこともできるが，4次式の求根では各次の係数の桁数が違い過ぎて，アナ・コンの精度が上らず事実上不可能であつた．

終りに，本研究を進めるに当り終始御討論いただいた本学武石助教授に感謝の意を表する次第である．

なお卒業論文のテーマとして，本研究を推進した昭和38年度電気工学科卒業生石塚興彦，中野章両君の労を謝するものである．

文　献

1) Bénétenu: Stable wide band emitter followers, Fairchild semiconductors, APR-41.
2) 米山：エミツタホロワの安定性について．九大工学集報　第36巻，第2号，昭38. 8.
3) 川原：トランジスタの容量性負荷を有するエミツタホロワのパルス応答について（第1報．鹿大工研究報告　第3号，昭38. 10.
4) Joyce and clark: Transistor Cercuit Analysis Addison Wesley.