

旋回ジブクレーンつり荷重の運動

富 武 満*・桜 沢 義 邦**

(受理 昭和42年11月30日)

MOTION OF A WEIGHT SUSPENDED BY A SLEWING JIB CRANE

Takemitsu TOMI*, Yoshikuni SAKURAZAWA**

In a determination of tipping-over stability for a slewing jib crane, it is necessary to know quantitatively the amount of dynamical tipping-over moment due to the motion of a suspended weight which is caused by the slewing of the jib and however we have never found an analytical result regarding the motion of a weight carried by the slewing jib.

In this report, there will be given the analytical expression for the motion of the suspended weight during slew of the jib which we derived theoretically and also experimentally it will be shown that the effect of air resistance upon the motion of the weight may be small enough to be usually disregarded in most practical applications.

1. 緒 言

屋外における荷役作業もしくは大形構造物の建造作業にもつとも適しており、しかも簡便で高能率な作業機械として旋回ジブクレーンがある。この旋回ジブクレーンにおいては従来、荷役作業と建造作業にその使用目的の重点がおかれていたため、クレーンは地表の一定位置に基礎ボルトで固定されたいわゆる固定形ジブクレーンが主として採用されてきた。

しかるに近年、運搬機械としてのジブクレーンの価値が高く評価されるに至り、現在ではすべてのジブクレーンは地表に敷設されたレールの上を縦行する移動形ジブクレーンが採用され、ジブクレーンの作業目的は運搬作業にその主眼がおかれるようになった。反面このような多目的移動形ジブクレーンでは、運搬作業時にこれを地表に対して固着することが不可能となる。したがって作業中における安全を守り、作業員の人命保護を確保するためには、クレーンの転倒安定性が重要な問題となる。

この観点からして、特にジブの旋回中、つり荷重のおこす運動による動的作用がクレーンの安定性に及ぼす影響は非常に重大な事柄であると思う。

しかるに現時点において、旋回ジブにつるされたつり荷重の運動を理論的に求めた研究資料は全く見あたらず、全世界のクレーン製造者はすべてつり荷重の運動による動的な影響をクレーン設計に取り入れるた

め、おのおの次のように経験的な基準値を規約として制定し、これに準拠してクレーンの安定性能を決定しているのが実情である。すなわちドイツにおいては DIN 規格、アメリカにおいては AISE 規格、またイギリスにおいては BS 規格というふうに、おのおの慣習的な規格を制定することによつて、クレーンの安定性をきめる標準値としている。

一方、わが国においては日本機械学会が前記の DIN 規格、AISE規格、BS規格に設定されている欧米の経験則を参照して、昭和39年9月に制定した「クレーンのかね構造部分計算基準」¹⁾に準拠して、各クレーン設計者はクレーンの安定性を決定しているようである。

本研究はこのような現状にかんがみ、つり荷重の運動を理論的に考察し、従来クレーンの安定性に関して経験的に採用されてきた上記の規格の標準値に対して、理論的解釈を与え、しかるのちクレーンの安定限界値に対してこれらの基準値がいかなる相対的位置を占める値であるか、ということを決する目的で実施したものである。

本報告はその一部として、空気抵抗を加味した場合のジブにつるされた荷重の運動を理論的に求めた結果を紹介し、同時につり荷重の運動に及ぼす空気抵抗の影響は、一般にこれを無視してもさしつかえないことを、実験的に確めた結果について述べたものである。

2. クレーンつり荷重の運動

図1はクレーン機構をわかりやすく力学系におきか

* 鹿児島大学工学部機械工学教室・教授
** 同 上 ・助手

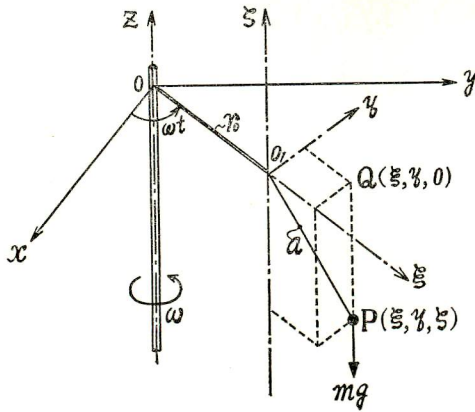


図 1

えたものである。まず、空間に固定した静止座標軸を x, y, z とし、 z 軸を旋回ポストに一致させて鉛直上方にとり、旋回ポストとジブの交点 O を座標原点にし

て、図のごとく水平面内に x 軸、 y 軸をとる。つぎに、ジブ先端 O_1 を座標原点とし、 xy 平面内でジブの半径方向に ξ 軸、これに垂直にポストの旋回方向に η 軸、 z 軸に平行に ζ 軸をとれば、この $O_1-\xi\eta\zeta$ 座標系はジブとともに運動する回転座標系となる。ただし、 O_1 はつり荷重の支点、 P をつり荷重、 Q をつり荷重の水平面への投影点とする。なお図1において、 a, r_0 , および ω はそれぞれ

- a = つり索の長さ
- r_0 = ジブ半径
- ω = ポストの旋回角速度

を表わす。

いま、つり索の張力 T の成分を回転座標系 $(O_1-\xi\eta\zeta)$ に対して、それぞれ T_ξ, T_η および T_ζ とし、空気抵抗を速度に比例するものとして抵抗係数を 2μ とおけば、つり荷重の運動方程式としてつぎの式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} &= \frac{d\omega}{dt} \eta + \omega^2(r_0 + \xi) + 2\omega \frac{d\eta}{dt} - 2\frac{\mu}{m} \left(\frac{d\xi}{dt} - \omega\eta \right) + \frac{T_\xi}{m} \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= -\frac{d\omega}{dt} (r_0 + \xi) + \omega^2\eta - 2\omega \frac{d\xi}{dt} - 2\frac{\mu}{m} \left(\frac{d\eta}{dt} + \omega\xi + \omega r_0 \right) + \frac{T_\eta}{m} \\ \frac{d^2\zeta}{dt^2} &= -g - 2\frac{\mu}{m} \frac{d\zeta}{dt} + \frac{T_\zeta}{m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 m はつり荷重の質量であり、また

$$T_\xi = T \frac{\xi}{a}, \quad T_\eta = T \frac{\eta}{a}, \quad T_\zeta = T \frac{\zeta}{a} \dots\dots\dots(2)$$

である。

ところで、つり荷重はつり索の長さ a を半径とする球面上に拘束されているので

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = a^2 \dots\dots\dots(3)$$

なる拘束条件が存在する。

ここで、つり荷重の運動があまり激しくない場合を考えると、つり荷重の ζ 方向の運動は、ほかの ξ, η 方向の運動にくらべて無視できるはずである。よつて、(3) において左辺第1項と第2項を a^2 に対して無視

すれば、 $\zeta \approx -a$ を得る。これを (1) の第3式に代入し、そのとき (2) の第3式の関係を使うと

$$T_\zeta \approx -mg = T$$

が得られる。したがつて、(2) の第1式および第2式はそれぞれ

$$T_\xi = -mg \frac{\xi}{a}, \quad T_\eta = -mg \frac{\eta}{a} \dots\dots\dots(4)$$

となる。この (4) を (1) の残りの式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} &= \frac{d\omega}{dt} \eta + \omega^2(\xi + r_0) + 2\omega \frac{d\eta}{dt} - 2\frac{\mu}{m} \left(\frac{d\xi}{dt} - \omega\eta \right) - \frac{g}{a} \xi \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= -\frac{d\omega}{dt} (\xi + r_0) + \omega^2\eta - 2\omega \frac{d\xi}{dt} - 2\frac{\mu}{m} \left(\frac{d\eta}{dt} + \omega\xi + \omega r_0 \right) - \frac{g}{a} \eta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

となり、これはつり荷重の運動があまり激しくない場合、一般的に成立する運動方程式である。

さらにここで、あとの実験結果との比較を容易にす

るため、 $d\omega/dt=0$ とおくと、次式のようにジブの回転数が一定の場合のつり荷重の運動方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dt^2} + 2\frac{\mu}{m}\left(\frac{d\xi}{dt} - \omega\eta\right) + n^2\omega^2\xi - 2\omega\frac{d\eta}{dt} - (\xi + r_0)\omega^2 &= 0 \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\frac{\mu}{m}\left(\frac{d\eta}{dt} + \omega(\xi + r_0)\right) + n^2\omega^2\eta + 2\omega\frac{d\xi}{dt} - \eta\omega^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 n は

$$n = \frac{\sqrt{g/a}}{\omega} \dots\dots\dots(7)$$

のことであり、これはつり荷重の固有振動数とジブの旋回角回転数の比を表わす。

さて、(6) の線形方程式はこれを連立方程式として

直接、解くこともできるわけであるが、そのようにすれば解法が複雑になり、多くの手数を要する。したがってここでは、つぎのような技巧を施して手数を省くことにする。すなわち、(6) はその形が非対称であるが、第1式の両辺に定数項 $n^2\omega^2 r_0$ を加えて、 $\xi + r_0 = \xi_1$ とおくことにより、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\xi_1}{dt^2} + 2\frac{\mu}{m}\left(\frac{d\xi_1}{dt} - \omega\eta\right) - 2\omega\frac{d\eta}{dt} + n^2\omega^2\xi_1 - \omega^2\xi_1 &= n^2\omega^2 r_0 \\ \frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\frac{\mu}{m}\left(\frac{d\eta}{dt} + \omega\xi_1\right) + 2\omega\frac{d\xi_1}{dt} + n^2\omega^2\eta - \omega^2\eta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

のような対称形に変化できる。ここで第2式に i を乗じ、第1式を加え

$$Z = \xi_1 + i\eta \dots\dots\dots(9)$$

とおけば

$$\frac{d^2Z}{dt^2} + 2b\frac{dZ}{dt} + c^2Z = n^2\omega^2 r_0 \dots\dots\dots(10)$$

のように非常に簡単な式を得る。ただし

$$b = \frac{\mu}{m} + i\omega, \quad c^2 = \left\{ (n^2 - 1)\omega^2 + 2\omega\frac{\mu}{m} \right\} \dots\dots(11)$$

とおいた。よつて、 A, B を任意定数とすれば、(10) の解は

$$\begin{aligned} Z = e^{-\frac{\mu}{m}t} &\left\{ A\cos\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \\ &+ B\sin\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \left. \right\} \\ &+ ie^{-\frac{\mu}{m}t} B \left\{ \cos\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \\ &- A\sin\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \left. \right\} + \frac{n^2\omega^2 r_0}{c^2} \\ = e^{-\frac{\mu}{m}t} &\left\{ A\cos\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \\ &+ B\sin\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \left. \right\} \\ &+ \frac{n^2(n^2 - 1)\omega^4}{(n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2} r_0 \\ &+ i \left[e^{-\frac{\mu}{m}t} \left\{ B\cos\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} &- A\sin\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right\} \\ &- \frac{2n^2\omega^3(\mu/m)}{(n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2} r_0 \left. \right]$$

であり、これから

$$\left. \begin{aligned} \xi &= e^{-\frac{\mu}{m}t} \left\{ A\cos\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \\ &+ B\sin\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \left. \right\} \\ &+ \frac{(n^2 - 1)\omega^4 - 4\omega^2(\mu/m)^2}{(n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2} r_0 \\ \eta &= e^{-\frac{\mu}{m}t} \left\{ B\cos\omega t \sin\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \right. \\ &- A\sin\omega t \cos\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \cdot t \left. \right\} \\ &- \frac{2n^2\omega^3(\mu/m)}{(n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2} r_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

を得る。本式において、 $t=0$ で $\xi=0$ および $d\eta/dt = -r_0\omega$ の初期条件により、定数 A, B の値を決定すれば

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{(n^2 - 1)\omega^4 - 4\omega^2(\mu/m)^2}{(n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2} r_0 \\ B &= -\frac{n^2(n^2 - 1)\omega^5}{\sqrt{n^2\omega^2 - (\mu/m)^2} \left\{ (n^2 - 1)^2\omega^4 + 4\omega^2(\mu/m)^2 \right\}} r_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

となる。これで (7) の解が得られた。

しかるに、実際の旋回クレーンにおいては旋回回転数が小さいために、つり荷重の運動もあまり激しくないと考えられるので、つり荷重に作用する空気抵抗は非常に小さく、それは無視できると思われる。よつて(13)において、 $\mu=0$ とおくと

$$A = -\frac{r_0}{n^2-1}, \quad B = -\frac{nr_0}{n^2-1}$$

となり、これと同じく $\mu=0$ とおいた(12)に代入すれば、最終結果として

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{r_0}{n^2-1} (1 - \cos \omega t \cos n\omega t - n \sin \omega t \sin n\omega t) \\ \eta &= \frac{r_0}{n^2-1} (\sin \omega t \cos n\omega t - n \cos \omega t \sin n\omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

が得られ、この(14)は筆者のうちのひとりが前に、空気抵抗の項を最初から無視した運動方程式を出発点として求めた結果²⁾と一致する。このことは反面(12)の正しいことを証明する証拠であると思う。(14)によれば、つり荷重の運動は旋回半径 r_0 、クレーンの角回転数 ω 、およびつり荷重の固有振動数とクレーンの回転数との比 n の3者のみによつてきまり、つり荷重の質量、つまり重さには無関係であることがわかる。つまり、クレーンの場合、重いものをつろうと軽いものをつろうと、つり荷重の運動の大きさを問題にする限り、その重量は問題外である、という結論になる。

なお、(14)はいま述べたごとく、空気抵抗を無視して得られたものであるが、その妥当性については実験結果によつて確かめればよい。

3. 実験装置

前述のごとく、(14)で得られた理論結果が果して妥当なものであるかどうかをみるためには、これを実験結果と比較してみる必要がある。(14)はもちろん、つり荷重がその運動中、回転座標系 $(O_1-\xi\eta z)$ についての水平面、つまり $\xi\eta$ 平面上にえがく運動軌跡を表わしているので、実験装置としても当然、このような回転座標系における水平面上で、運動軌跡が得られるように製作せねばならぬ。すなわち、旋回ポストと同じ角速度で回転する水平回転面を製作する必要がある。以下簡単に実験装置の概略を説明する。図2に示す写真はこのような目的のために作った実験装置であり、図3はこの装置の具体的な大きさを示すためにかかげた側面図である。ただし、図3に示す寸法はすべて mm 単位である。図2の写真による遠近感と図3に示す各寸法とを対比すれば、実験装置の立体的な大きさがよくわかると思う。図3に示す円板⑤が運動軌跡をえがかせるための回転水平面にして、これは

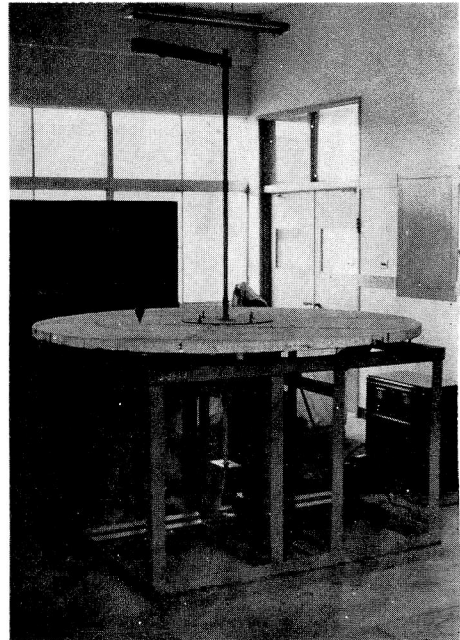


図 2

旋回ポスト②に固定され、旋回ポストとともに回転できるようにになっている。旋回ポスト②はベベルギヤ⑩を介して途中のVベルトとプリーを経て駆動モータ⑥に連結されるが、この間の伝導部分だけを示したものが図4の写真である。いま駆動モータ⑥が回転すれば、旋回ポスト②が回転円板⑤とともに回転し、ジブ①の先端につるされた振子が同時に運動をはじめようになっている。この振子の運動軌跡を回転円板⑤の上に記録させると、求めるつり荷重の軌跡(14)に相当するものが得られる。回転円板⑤は慣性を少くする目的で、重量の軽い発泡スチロールをつなぎ合わせて円板の形に接着したものであり、厚さは 45 mm、その直径は 2000 mm である。このスチロール製円板は図2

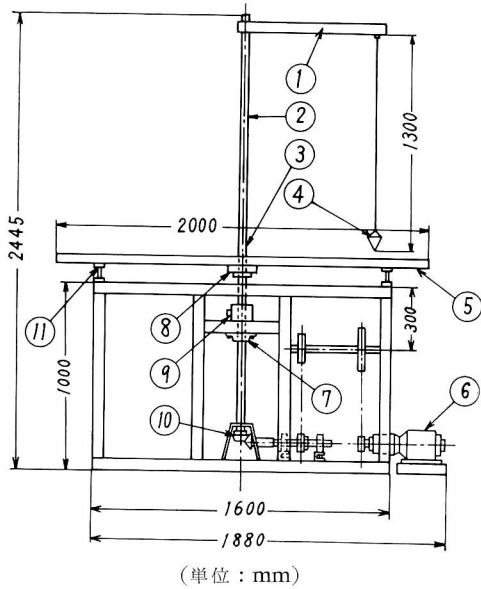


図3 ①旋回腕 ②旋回ポスト ③ストレンジャー ④振り子 ⑤円板 ⑥モータ ⑦ベヤリング ⑧円板止め ⑨スリップリング ⑩ハイポイド歯車 ⑪円板受け

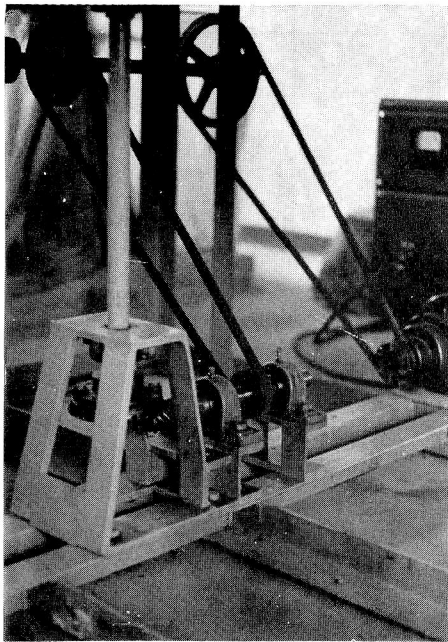


図 4

および図3でわかるごとく、その中心が細い旋回ポストだけによつて固定されるため、旋回ポストの支持法が強固であることを要する。したがつて旋回ポストは

高さ 1000 mm の鋼製架台によつて 2 点で支持できるようにし、その下端の支点をベベルギヤ⑩、べつの支点をベヤリング⑦として、円板⑤の保持が完全で水平を保つように工夫されている。なお、つり荷重に相当する「おもり」としては真鍮製さげ振りを使用した。

4. 実験結果との比較

(14) の理論結果によつて、つり荷重の運動がその重量には全く無関係であることを知つたので、つり荷重に相当する真鍮製さげ振りに孔をうがち、これにインクを充てんしておき、振子の運動中、回転円板上においた記録紙上に、さげ振りの先端の小孔からインクを滴下させて、その運動軌跡をえがかせることにした。このようにして得られた実験結果を、 $n=3$, $n=$

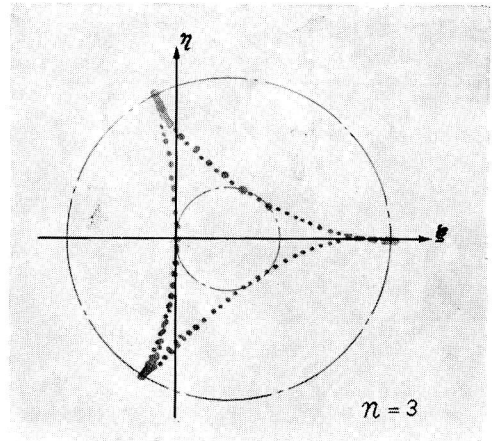


図 5

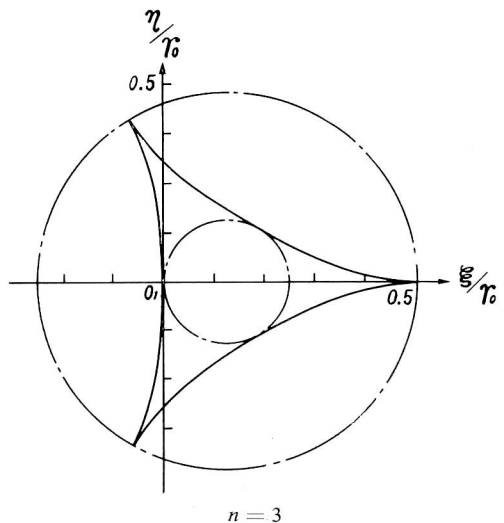


図 6

4, $n=5$ および $n=6$ の場合について、以下にかけ、これらを理論結果と比較してみる。

図5に示す写真は $n=3$ の場合の実験結果であり、図6は理論式(14)によつて計算したものであるが、両者は非常によく一致しており、理論式(14)の妥当性がうかがわれる。

図7の写真は $n=4$ の場合の実験結果であり、図8は理論式(14)による計算結果を示す。この場合も理論と実験は非常によく一致している。

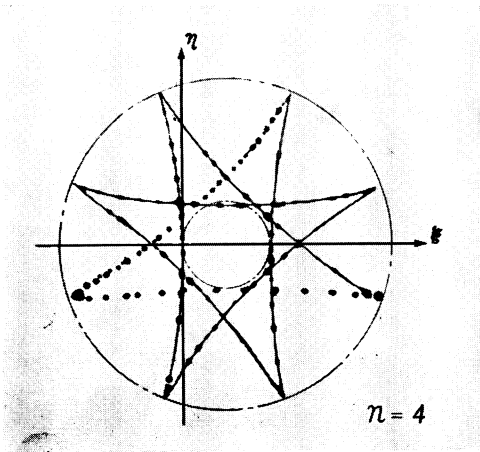


図 7

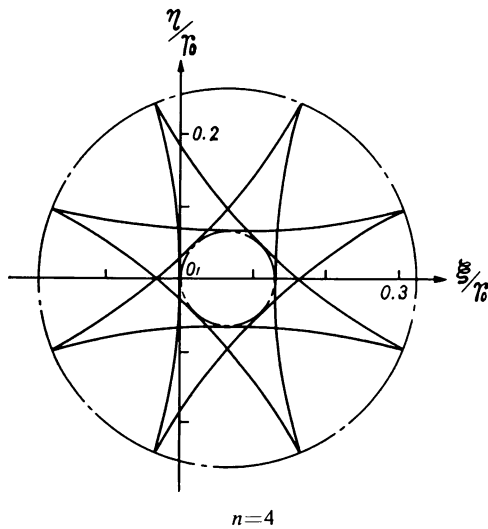


図 8

図9の写真は $n=5$ のときの実験結果にして、これに対応する理論結果は図10である。この場合も理論結果と実験結果は非常によく一致している。

図11の写真と図12はそれぞれ $n=6$ の場合の実験結

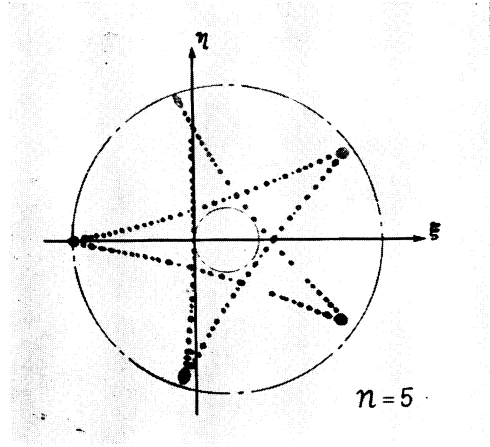


図 9

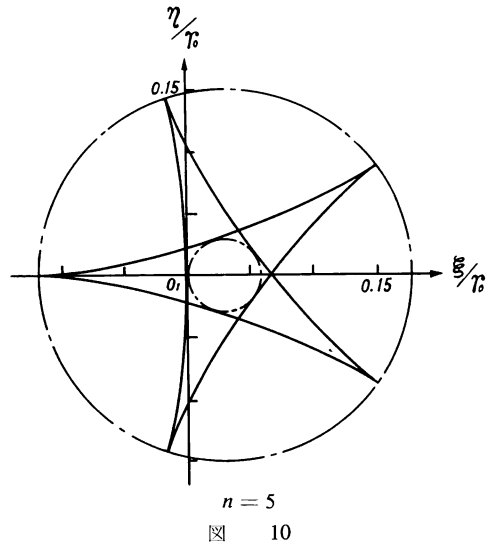


図 10

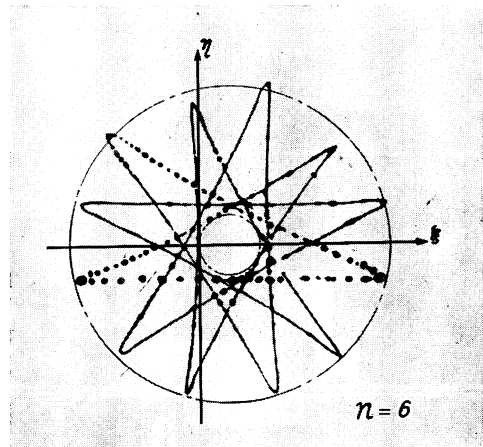
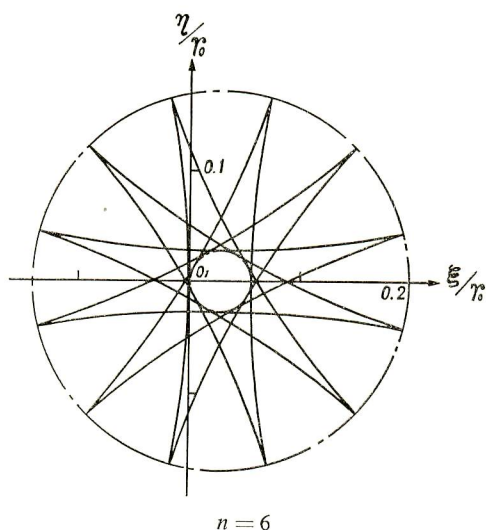


図 11



n = 6
図 12

果と理論結果を示すが、これも大体一致しており、理論式の妥当性をよく表わしている。

一般に、 n の値が大きいうことは、振り子の固有振動数がポスの回転数に比べて大きいということであり、得られる運動軌跡が錯そうすることを意味する。したがって $n > 6$ については鮮明な記録が得られず、運動軌跡が複雑化するため、ここには掲げないことにした。本実験のように断続的にインクを滴下する記録法では、インクの出が悪い場合には、インク滴が運動軌跡を各瞬間まで正確に追跡できない欠点がある。この欠点はインク滴下式という断続記録法をやめて、別の連続的記録法に改めると除かれると思われる。しかし、ここで採用した断続記録法によつた場合でもなお、 $n > 6$ について、ポスの1回転中に生ずる振り子の振動面の回転する数など、その他の定性的な点では、理論と実験との間にはくいちがいがなかつたことを付言しておく。

以上の実験結果によつて、われわれは(12)のような複雑な式を使用する必要はなく、(14)で表わされる非常に簡単な表現式を使用すればよいとの結論が得られたと思う。すなわち、つり荷重の運動に及ぼす空気抵抗の影響はこれを無視してもさしつかえない。

5. 結 論

本研究では旋回ジブクレーンつり荷重の運動を理論的に研究し、クレーンの安定性を決定する設計資料に理論的根拠を与える目的の第1歩として、つり荷重の運動を具体的な解析式として求めた。この結果を利用すれば、旋回クレーンの転倒安定性に及ぼすつり荷重の運動による動的な影響が、解析的に算定できることになるが、これらについては別の機会に報告することとし、本研究で得られた結論のみを要約すれば次のとおりである。

(1) 一般に空気抵抗がつり荷重の運動に及ぼす影響は無視できる。

(2) つり荷重の運動は次のような簡単な表現式で表わすことができる。

$$\begin{cases} \xi = \frac{r_0}{n^2 - 1} (1 - \cos \omega t \cos n\omega t - n \sin \omega t \sin n\omega t) \\ \eta = \frac{r_0}{n^2 - 1} (\sin \omega t \cos n\omega t - n \cos \omega t \sin n\omega t) \end{cases}$$

ただし、

ω = ジブの旋回角振動数 (クレーンの回転数)

r_0 = ジブの半径 (旋回中心よりつり荷重支点までの距離)

n = つり荷重の固有振動数とクレーン回転数との比である。

(3) つり荷重の運動は上式でわかるごとく、その重量には全く無関係であり、 n 、 ω 、 r_0 の3者によつて完全にきまつてしまう。

最後に本研究実施に当り、実験全般についての協力を得た下畝稔君と実験装置の製作を担当した加治康孝、橋口映一の両君、および実験計測を担当した青井泰道、岡村克己、山本重信の3君に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 日本機械学会、荷役・運搬機械部門委員会：クレーンのはがね構造部分計算基準、(昭39-9)。
- 2) 富 武満；西部造船会会報、旋回腕に吊るされた荷重、第29号 (昭40-2)、97。