# 2 軸同期発電機の線形最適制御による動揺抑制

# 篠原 勝次・実成 義孝・入佐 俊幸 守田 寛

(受理 昭和61年5月31日)

# A LINEAR OPTIMAL CONTROL TO SUPPRESS THE HUNTING OF A 2-AXIS SYNCHRONOUS GENERATOR

Katsuji SHINOHARA, Yoshitaka MINARI, Toshiyuki IRISA and Hiroshi MORITA

To suppress the hunting of a synchronous machine caused by stepwise input change, a field excitation control was investigated for a conventional machine and a 2-axis machine. The linear optimal control (LOC) was adopted in the range near the steady state operating point where the equation was linearized. From the results of the investigation it was recognized that the employment of a 2-axis synchronous machine has potential for the improvement of system stability.

# 1. まえがき

2 軸同期発電機は普通の同期機の界磁巻線と直角な位置に他の界磁巻線を持ち,両界磁巻線に適当な値の電圧を加える事により合成の界磁起磁力(無負荷誘導起電力)の位置を動かす事が出来る<sup>1)</sup>。その為,機械軸の位置に関係なく任意の出力が得られる。この特性を利用して,機械入力の変化がある場合の界磁制御法に線形最適制御理論を用い<sup>2)</sup>,従来の1軸機と比較してどれだけ速く平衡点に収束させる事が出来るかをシミュレーションにより確認した。

#### 2. 2軸同期発電機の式の導出

# 2.1 2軸同期発電機の基本式

母線の電圧  $E_1$  を基準にとると界磁電圧  $E_{\rm fd}$ ,  $E_{\rm fq}$ , 誘導起電力  $E_0$ , d-q 軸の関係は図 1 に示す通りである。d-q 軸は実軸と呼ばれ機械軸にあり、シャフトの回転速度で回っている。D-Q 軸は仮想軸と呼ばれ母線電圧と同期速度で回転している。この D-Q 軸は,負荷角が変化する時変動する d, q成分を一度この軸上に置き換えて考える為に設ける。図 1 の関係と電圧、電流、磁束鎖交数の関係を 2 軸法で考える

と次の2軸同期発電機の基本式が求まる1)。

$$\dot{P} = -\frac{P}{T_{\rm dl}} + (Q + \frac{E_1^2}{X_* T_{\rm dl}}) \delta + \frac{X_{\rm af} E_1}{X_* T_{\rm dl} T_1} (e_{\rm fd} \sin \delta + e_{\rm fq} \cos \delta) \cdots (1)$$

$$\dot{Q} = -\frac{Q}{T_{d1}} - P\dot{\delta} - \frac{E_1^2}{X_s T_{d1}} + \frac{X_{sf} E_1}{X_s T_{d1} r_f} (e_{td} \cos \delta - e_{tq} \sin \delta) \cdots (2)$$

$$J\ddot{\delta}_{m} + D\dot{\delta}_{m} = \frac{P_{in} - P}{\omega_{o} + \dot{\delta}_{m}}$$
 (3)

電気角  $\delta$  と機械角  $\delta$  m とは 4 極機であるので次の関係にある。

$$\delta = 2 \delta_m \cdots (4)$$

他方, 負荷角は次式で表わされる。

$$\mu = \tan^{-1}\left(\frac{e_{fo}}{e_{fd}}\right) \cdots (6)$$

2軸同期発電機の機械定数は次の通りである3)。

慣性モーメント  $J=0.0423 \text{ (kg·m}^2)$ 

制動係数  $D=0.0036 \text{ (kg·m}^2/\text{s)}$ 

界磁開路時定数  $T_{d0}=146$  (ms)

界磁閉路時定数  $T_{d1}=46$  (ms)

同期リアクタンス  $X_{\rm s}$ =54.3 ( $\Omega$ ) 相互リアクタンス  $X_{\rm af}$ =110.4 ( $\Omega$ )

界磁抵抗  $r_{\rm f}=6.1~(\Omega)$ 

母線電圧  $E_1 = 210$  (V)

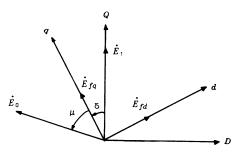


図1 実軸と仮想軸の位置関係

## 2.2 線形化方程式の導出

 $(1)\sim(3)$ の基本式を線形最適制御に用いる為に定常動作点の回りで線形化を行なう。  $\ddot{\delta}_{\rm m}=\ddot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m}$ ,  $\dot{\delta}_{\rm m}=\dot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m}$ ,  $\dot{\delta}_{\rm m0}=\dot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}$ ,  $\dot{\delta}_{\rm m0}=\dot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}$ ,  $\dot{\delta}_{\rm m0}=\dot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta}_{\rm m0}+\Delta \ddot{\delta$ 

$$\Delta \, \bar{\delta}_{m} = -\frac{J \bar{\delta}_{m0} + D(w_{0} + 2 \, \bar{\delta}_{m})}{J(w_{0} + \dot{\delta}_{m})} \, \Delta \, \dot{\delta}_{m} + \frac{1}{J(w_{0} + \dot{\delta}_{m0})} (\Delta P_{\text{in}} - \Delta P) \, \cdots (7)$$

$$\Delta \, \dot{P} = (Q_{0} + \frac{T_{d0}}{X_{s} \cdot T_{d1}} \, E_{1}^{2}) \, \Delta \, \dot{\delta} \, - \frac{1}{T_{d1}} \, \Delta P + \, \dot{\delta}_{0} \, \Delta \, Q$$

$$+ \frac{X_{af} E_{1}}{X_{s} \, T_{d1} \, r_{f}} (e_{fd0} \cos \delta_{0} - e_{fq0} \sin \delta_{0}) \, \Delta \, \delta$$

$$+ \frac{X_{af} E_{1}}{X_{s} \, T_{d1} \, r_{f}} (\sin \delta_{0} \, \Delta \, e_{fd} + \cos \delta_{0} \, \Delta \, e_{fq}) \qquad \cdots (8)$$

$$\Delta \, \dot{Q} = -\frac{1}{T_{0}} \, \Delta \, Q - \, \dot{\delta}_{0} \, \Delta \, P - P_{0} \, \Delta \, \dot{\delta}$$

$$\begin{split} & \Delta \, \dot{Q} = -\frac{1}{T_{\rm d\,l}} \Delta \, Q - \, \dot{\delta}_{\,0} \Delta \, P - P_0 \, \Delta \, \dot{\delta} \\ & - \frac{X_{\rm af} E_1}{X_{\rm s} \, T_{\rm d\,l} \, r_{\rm f}} \left( e_{\rm fd0} \, \sin \delta_{\,0} + e_{\rm fq0} \, \cos \delta_{\,0} \right) \, \Delta \, \delta \\ & + \frac{X_{\rm af} E_1}{X_{\rm s} \, T_{\rm d\,l} \, r_{\rm f}} \left( \cos \delta_{\,0} \Delta \, e_{\rm fd} - \sin \delta_{\,0} \Delta \, e_{\rm fq} \right) \qquad \cdots \cdots (9) \end{split}$$

上式において定常動作点では $\ddot{\delta}_{m0}$ ,  $\dot{\delta}_{m0}$  および $\dot{\delta}_{0}$  は 零である。 $\Delta x = [\Delta \delta_{m}, \Delta \dot{\delta}_{m}, \Delta P, \Delta Q]$ ,  $\Delta u = [\Delta e_{rd}, \Delta e_{rd}]$ とおくと,状態方程式  $p\Delta x = A\Delta x + B\Delta u + D\Delta P_{in}$  は次式となる。

ここで 
$$A_{22} = -\frac{D}{J}, \ A_{23} = -\frac{1}{J\omega_0}, \ A_{31} = \frac{2X_{af}E_1(e_{fdo}\cos\delta_0 - e_{fqo}\sin\delta_0)}{X_aT_{d_1}r_f}$$
 
$$A_{32} = \frac{2(Q_0 + T_{d0}E_1^2)}{X_bT_{d_1}}, \ A_{33} = A_{44} = -\frac{1}{T_{d_1}}$$
 
$$A_{41} = -\frac{2X_{af}E_1(e_{fd0}\sin\delta_0 + e_{fq0}\cos\delta_0)}{X_aT_{r_1}r_f}, \ A_{42} = -2P_0$$
 
$$B_{31} = \frac{X_{af}E_1\sin\delta_0}{X_sT_{d_1}r_f}, \ B_{32} = B_{41} = \frac{X_{af}E_1\cos\delta_0}{X_sT_{d_1}r_f}$$
 
$$B_{42} = -\frac{X_{af}E_1\sin\delta_0}{X_sT_{d_1}r_f}, \ D_{21} = \frac{1}{J\omega_0}$$
 最適制御入力公uは

$$J = \int_0^\infty (\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{u}) dt$$

で表わされる評価関数 Jが最小になる様に与えてやればよい。 Q および R は重み行列と呼ばれ、重要な変数に重みを持たす事により J の最小化を行なわせる。最適制御入力  $\Delta u$  は図 2 に示すように  $\Delta u = -R^{-1}B^TP\Delta x$  の状態フィードバックで与えられる。

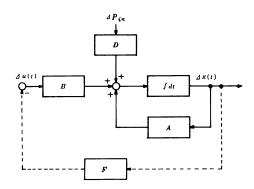


図2 線形最適制御のブロック図

### 3. 数值計算

 $\Delta u$  を決定する為に行列 P (4×4), Q (4×4), R (2×2) を決定する。P は任意の Q と R より, リカッティの非線形微分方程式を解くか,又はポッター法により求められる。ここでは前者による解法を示す。

リカッティの非線形微分方程式は

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} - \mathbf{Q}$$

で表わされる微分方程式を P(0)=0 で逆時間方向 に解き定常解  $P(-\infty)$  をルンゲクッタ法で求めた。ここで、 $\delta_0=27.8$ °、 $P_0=240$ W、 $Q_0=-36.37$ Var、 $\Delta P_{\rm in}=157$ W、 $e_{\rm fd0}=e_{\rm fq0}=8.19$ V を定常動作点の値とした

機械入力 Pin が240 W から 397 W にステップ状に変

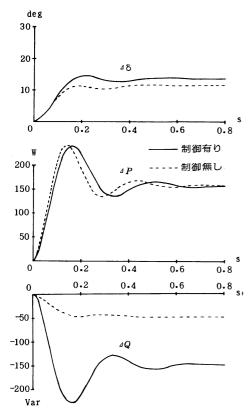


図3(a) 1軸励磁における過度応答 (Qは全ての要素が $5 \times 10^{-7}$ , R は0.0001)

化した場合の電気角の変化 $\Delta\delta$ ,有効電力の変化 $\Delta P$ , 無効電力の変化 $\Delta Q$ , 界磁電圧の変化 $\Delta e_{fd}$ ,  $\Delta e_{fg}$ , q軸と誘導起電力との位相差の変化 Δ μ, 誘導起電力の 変化 Δ E<sub>0</sub> の計算結果を図 3 ~図 6 に示す。点線は制 御無し、実線は制御有りの場合である。図3と図4は 1軸励磁(通常の同期機に相当)の場合,図5~図6 は2軸励磁の場合である。図3では Qの値は各要素  $5 \times 10^{-7}$  である。図 4 では Q (3, 3) =  $5 \times 10^{-7}$ で他の要素は零である。図3(a)と図4(a)の比較より, 有効電力の項のみに重みを掛けた図4の方が良い応答 が得られる。 2 軸励磁においても,図 5(a)と図 6(a)と の比較より、同じ傾向を示している。また、図3(a)と 図 5(a)の比較より、Q、R の同一の値に対して、有効 電力,無効電力に関して2軸励磁の方が1軸励磁より, オーバシュートの量も小さく、速く平衡点に収束して いる。更に、図3~図6より、この二次形式評価では 無効電力 (進み) が制御無しに比較して増加すること が分った。

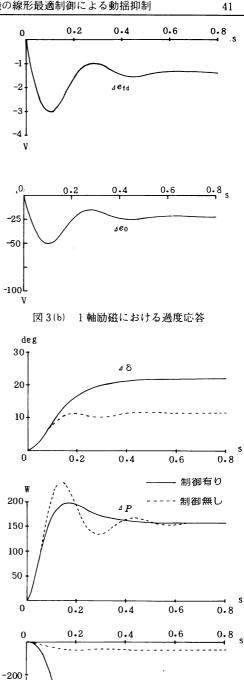


図 4(a) 1 軸励磁における過度応答  $(Q(3,3)=5\times10^{-7}$ ,他は零,Rは0.0001)

 $\Delta Q$ 

-400

-600 L

Var

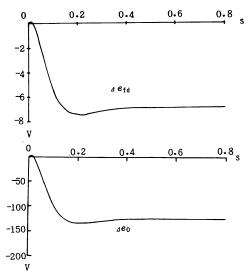


図4(b) 1軸励磁における過度応答

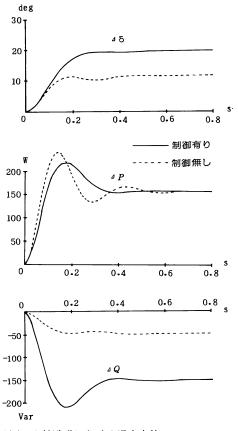


図 5(a) 2 軸励磁における過度応答 (**Q**は全ての要素が 5 × 10<sup>-7</sup>, **R**は0.0001の 対角行列)

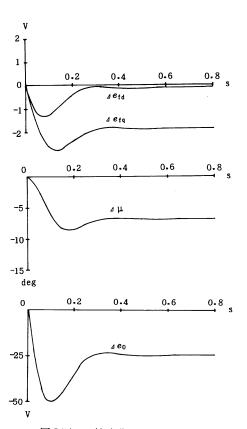
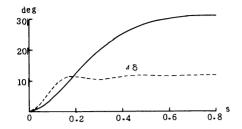
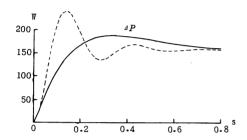


図5(b) 2軸励磁における過度応答





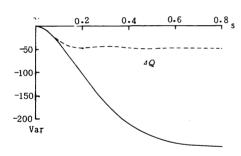


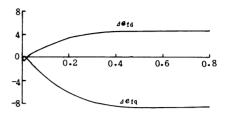
図 6(a) 2 軸励磁における過度応答  $(Q(3, 3) = 5 \times 10^{-7}, \text{ 他 は 零, } \mathbf{R}$ は 0.0001の対角行列)

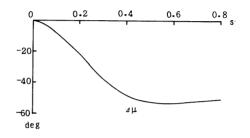
## 4. 結 論

2軸同期発電機において、機械入力のステップ変化に対して、線形最適制御を適用した場合の特性について計算機シミュレーションを行った。その結果、次のことが明らかとなった。

- (1) 2 軸同期発電機の方が従来の同期発電機より, 有効電力,無効電力,機械角等の応答に関して改善される。
- (2) 線形最適制御の採用により、制御無しと比較して、無効電力(進み)が増加する。
- (3) 有効電力,無効電力を任意の過渡応答波形にする場合は,モデル追従制御の適用が考えられる。

最後に、本研究に御助言を頂きました福岡工業大学





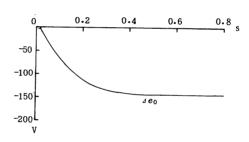


図6(b) 2軸励磁における過度応答

高田茂夫教授に深く感謝の意を表します。

# 文 献

- 1) 上田・高田:「2軸同期発電機の界磁電圧制御に よる電力系統の安定化」電気会論文誌 B 99,667 (昭 54-10).
- 2) Yao-nan Yu: Electric Power System Dynamics, p95 (1983).
- 3) 篠原・実成・入佐・守田・池田: 「2 軸同期発電機の外乱に対するシミュレーションと実験結果との比較」昭和60電気関係学会九州支部連合大会No.734.
- 4) 篠原・実成・入佐・守田:「二軸同期発電機の機 械入力の変化に対する界磁制御」昭和 61 電気学会 全国大会 No. 1030.