

エネルギー減少への寄与の大きさの順にニューロンを 遷移させる機能を有する2値ホップフィールドネット

村島 定行・徳重 昇・濱田 順一

(受理 平成4年5月29日)

Binary Hopfield Net in which the Neuron Changes its State in Descending Order of Contributions to Decrease in Energy

Sadayuki MURASHIMA, Noboru TOKUSHIGE, and Jyunichi HAMADA

In the ordinary binary Hopfield's Net, the neuron selected by random number changes its state asynchronously (We call this the "random method"). The performance of this network is very low. In order to improve this low convergence, we change the order of application of Hopfield's transition rule. In our method, the neuron changes its state in descending order of the contribution of neuron to energy decrease (We call this the "ordered method"). By several numerical simulations it is verified that the convergency in the ordered method is higher than that in the random method in almost all cases. In order to realize this new method we need to compute the amount of energy decrease resulting from the state transition. But the amount of this additional computation is negligibly small if we compute the difference in the energy decrease resulting from the transition of each neuron.

1. ま え が き

1984年に、Hopfieldの提案以来、相互結合型の神経回路網のモデルを用いて組合せ最適化問題^{1,2)}を解く研究が盛んである。

2値のホップフィールドネットワークでは各ニューロンは勝手なタイミングで非同期的に遷移を繰り返すとされ、乱数を使って遷移ニューロンを決定するのが普通に行なわれている¹⁾。このやりかたで、組み合わせ最適化問題の一つである都市数10の巡回セールスマン問題を解くと、10,000回の試行で、一度も最適解に収束しない³⁾。最小値探索機械としては使いものにならないという評価が定着している。

しかし、神経回路網が乱数に従って動作するだろうかという疑問を抱いている人は少なくない様に思う。

本論文では、エネルギー減少への寄与の大きさの順に遷移ニューロンを決める機能をもつ2値ホップフィールドネットを提案する^{4,5)}。この方式は従来の方式に比較して最適解への収束率が大幅に上がり、最小値探索機械としての実用可能性がでてくる。ニューロンの

遷移のたびに各ニューロンの入力値を計算し直さなければならぬが変化分だけ計算することにすればほとんど負担増にならない。

現在のところ最適化問題は連続値モデル^{2,6)}でないことと収束しないということになっているがシャープニング⁶⁾やシグモイド関数など複雑な処理をやっているのでハードウェア化してシミュレーション通りの収束率を得るのは困難が予想されるのに対し、提案の方法はデジタル的に正確にハード化でき、集積度の高いLSI化が可能と考えられる。

ここで提案する2値ホップフィールドネットも近似的な最小値探索機械に過ぎないので複数回初期状態を変えて解を求め、その中の最良の解を取ったり、多段遷移アルゴリズム³⁾で最小値を探索する等の近似解を改良するための処置を合わせ行なうことを考えている。

遷移ニューロンをランダムに選ぶことに疑問をもちエネルギー減少量の大きい順にニューロンを遷移させるという考えを田中、古谷、秋山氏も「しきい値動的制御法⁷⁾」の中で述べている。この論文で田中、古谷、秋山氏は従来のホップフィールドネットを用いてエネ

ルギー減少量の大きい順にニューロンが遷移するホップフィールドネットを模擬する方法で提案している。しきい値を動的に変動させる方法で模擬するため計算時間がかかり、エネルギー減少量の大きさの順が完全には実現できないので得られる近似解の質は本論文の手法に比較して劣っている。

本論文ではエネルギー減少量の大きさの順にニューロンを遷移させる機能をハードウェアとして持つ新しい2値ホップフィールドネットを提案している。巡回セールスマン問題、k-クリーク問題等を例にして本論文の有効性を示す。

2. 順序方式の2値ホップフィールドネット

2.1 ネットワークのエネルギー

ホップフィールドネットのエネルギー関数は次式で与えられる¹⁾。

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^N (S_i - \theta_i) x_i \quad (1)$$

ここで、

W_{ij} : ニューロン i からニューロン j への結合の重み

X_i : ニューロン i の状態

S_i : ニューロン i への外部からの入力

θ_i : ニューロン i のしきい値

N : ニューロン数

である。但し $W_{ij} = W_{ji}$, $W_{ii} = W_{jj} = 0$ である。

各ニューロンは相互に結合しており、 i 番目のニューロンへの他のニューロンからの影響 I_i は次式で与えられる。

$$I_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} x_j + S_i - \theta_i \quad (2)$$

2値ホップフィールドネットは、ニューロンが0または1の2つの値をとり、次の規則により状態変化をする。

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{for } I_i > 0 \\ 0 & \text{for } I_i < 0 \end{cases} \quad (3)$$

ニューロン i の状態が、 x_i から \bar{x}_i へ変化したときの E の変化量 ΔE_i は、

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= -(x_i - \bar{x}_i) I_i \\ &= \begin{cases} -I_i & \text{for } x_i = 1 \\ I_i & \text{for } x_i = 0 \end{cases} \quad (4) \end{aligned}$$

と表される。 X_i が1の場合と0の場合について遷移が起こったとして ΔE_i の符号を調べてみると必ず正である²⁾ことがわかる。

いまネットワークの状態が、どのユニットの状態を変えても E の値が増えてしまう、つまり $\Delta E_i < 0$ となるような状態になった場合には、それ以上の状態変化は起こらない。

従って(3)式は次のように書き直すことができる。

$$x_i = \begin{cases} \bar{x}_i & \text{for } \Delta E_i > 0 \\ x_i & \text{for } \Delta E_i < 0 \end{cases} \quad (5)$$

2.2 従来の遷移則の適用法(ランダム方式)

2値ホップフィールドネットの数値シミュレーションにおける一般的な方法であって、乱数で変化させてニューロンを選び、そのエネルギー減少量に応じて遷移させる。連続して N 個のニューロンのエネルギー減少量が負なら極小値と判定し、停止する。これを「ランダム方式」と呼ぶことにする。

ランダム方式のアルゴリズムとしては、

①初期状態を選ぶ。

②全てのニューロンの中から、乱数で一つ選ぶ。

$m = 0$

③選ばれたニューロン i のエネルギー減少量 (ΔE_i) を、計算する。

④ $\Delta E_i > 0$ ならば、 $x_i = \bar{x}_i$, ②へ

$\Delta E_i < 0$ なら、 $m = m + 1$, ⑤へ

⑤もし $m < N$ なら

まだ調べていないニューロンの中から、乱数で一つ選び、③へ

$m = N$ なら終了。

図1に、ランダム方式のアルゴリズムのフローチャートを示す。ここで m は続けて不遷移であった回数を意味する。最後のニューロンが遷移したあと N 回続けて不遷移であれば停止状態と判断できるよう設けられている。

2.3 新しい遷移則の適用法(順序方式)

2.3.1 順序方式のアルゴリズム^{4,5)}

本論文で提案する遷移則の適用法は、遷移させたときのエネルギー減少量 (ΔE_i) が最大になるニューロンから遷移させていく方法で、これを「順序方式」と呼ぶことにする。

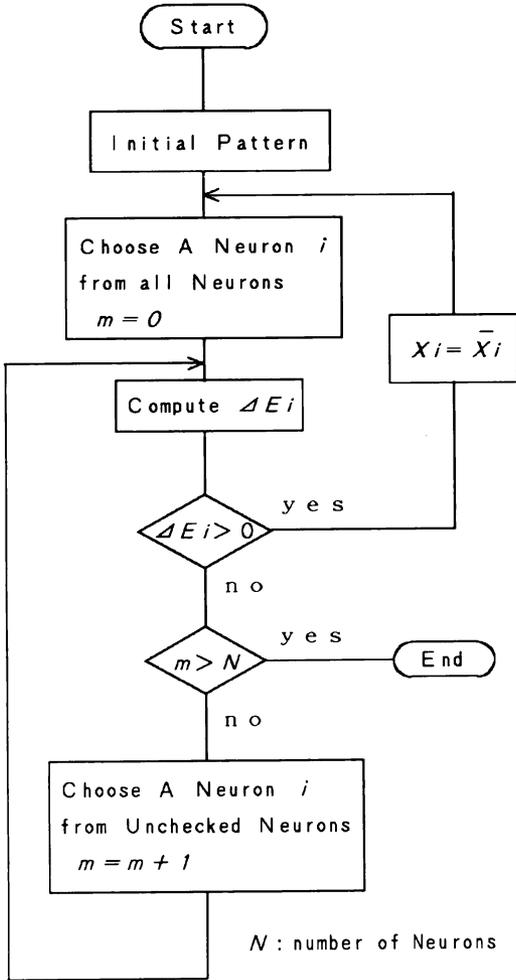


Fig. 1 Algorithm of Random Method
図1 ランダム方式のアルゴリズム

順序方式のアルゴリズムは、

- ①初期状態を選ぶ
- ②全てのニューロンについて、そのニューロンが遷移した場合のエネルギー減少量 ΔE_i ($i = 1, 2, \dots, N$) を求める。
- ③最大の ΔE_i を与えるニューロン k を求める。
- ④ $\Delta E_k < 0$ ならば、終了。
 $\Delta E_k > 0$ ならば、 $X_k = \bar{X}_k$
- ⑤ ΔE_i ($i = 1, 2, \dots, N$) を更新後、③へ

図2に、順序方式のアルゴリズムのフローチャートを示す。

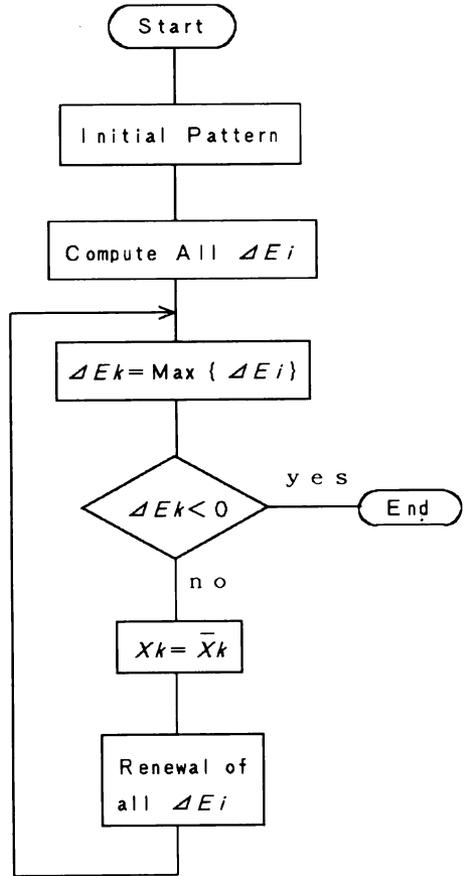


Fig. 2 Algorithm of Orderd Method
図2 順序方式のアルゴリズム

2.3.2 入力 I_i 値の効率のよい更新法

I_i の計算は(2)式を使うがこれは最初だけで更新の際には変化分だけ計算すると計算時間が短くなる。

いま k 番目のニューロンが x_k から \bar{x}_k に変化した後の i 番目のニューロンの新しい入力値 I_i' は

$$I_i' = \begin{cases} I_i - w_{ik} & \text{for } x_k = 1 \\ I_i + w_{ik} & \text{for } x_k = 0 \end{cases} \quad (6)$$

で計算できる。

2.3.3 最大値を求める処理について

N 個のニューロンのエネルギー減少量の最大値を決めるのに普通にやれば N に比例する時間がかかる。3章の数値実験では N に比例している。ハードウェアの面で $\log_2 N$ に比例する時間で最大値を求められる様にする等の工夫が必要である。

$\log_2 N$ で最大値を探せればよいが N に比例する時

間がかかればニューロン数が大きくなると問題がで
 くる。画像処理などの様にニューロン数が数万を越え
 る程の大きな値になるとNに比例するアルゴリズム
 では処理時間の90%が最大値を決める部分で費やされ
 る。この場合は厳密に全体で1番減少量の大きいニュー
 ロンを遷移させるのではなく適当な小ブロックで1番
 であれば遷移させて良いという様に改めることで対処
 しなければならない。得られる解の質は若干落ちるが
 ランダム方式と変わらない時間ではるかに質のよい解
 を得ることが可能である。

3. 数値シミュレーション

3.1 問題の設定

前節で紹介した、ランダム方式と順序方式との最適
 値への収束率を比較するために、「巡回セールスマン
 問題」及び「k-クリーク問題⁵⁾」に関して数値シミュ
 レーションを行った。

巡回セールスマン問題を、ホップフィールドネット
 に埋め込む方法として、ニューロンの縦横の意味に
 則して言えば「都市-訪問順モデル」と「都市-都
 市モデル」の二つの方法がある。前者は訪問順モデ
 ル^{1, 2, 3, 6)}、後者は隣接性モデル^{9, 10)}と言う。訪問順モ
 デルは各行が都市の番号、各列がその都市を訪問する
 順番を表し、N×N個のニューロンが必要である。こ
 のモデルでは図3 (a) の訪問順路に対し、(b) の
 表現になる。このモデルのエネルギー関数は

$$E = \alpha \left\{ \sum_{k=1}^N \left(\sum_{l=1}^N x_{kl} - 1 \right)^2 + \sum_{l=1}^N \left(\sum_{k=1}^N x_{kl} - 1 \right)^2 \right\} + \beta \sum_{k=1}^N \left(\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N d_{lm} x_{kl} x_{jm} \right) \quad (7)$$

となる^{1, 2, 6)}。ここで第1項は各行各列に一個のニュー
 ロンが発火するという条件を表わす。第2項は巡回路
 の距離である。隣接性モデルは、i行j列のニューロ
 ン x_{ij} は都市iと都市jとの隣接性（続いて訪問する
 かどうか）を表す。 $x_{ij} = x_{ji}$ ということ considering と、
 図3 (c) のようなニューラルネット表現が出来る。
 従って、使用するニューロンの数は、 $(N^2 - N) / 2$
 個となる。

このモデルのエネルギー関数は

$$E = \alpha \sum_{k=1}^N \left\{ \sum_{l=k+1}^N x_{kl} + \sum_{l=1}^{k-1} x_{lk} - 2 \right\}^2 + \beta \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^N d_{kl} x_{kl} \quad (8)$$

となる⁹⁾。第1項はどの都市も2個の都市と隣接して
 いるという条件、第2項は巡路の距離である。

数値実験で扱った都市数10, 15及び20の都市配置
 図⁹⁾とその最適経路を図4に示す。隣接性モデルのエ
 ネルギー関数は不完全で都市配置によっては複数の部
 分巡路に分れる解に収束する場合があるがこの例では
 現われない。

図4の都市配置については、ランダム方式、順序方
 式の各々で、5通りの数値実験を行った。表1に問題
 の名前、都市数、ニューロン数を示す。

都市数20の訪問順モデルはニューロン数が400にな
 りパーソナルコンピュータの処理能力に余るので数値
 シミュレーションは省いた。

表2にはk-クリーク問題から取った3種の例題の
 諸元を示す。k-クリーク問題とは無向グラフ中に節
 点数kの部分完全グラフがあるかどうかを判定する
 問題である。この場合のエネルギー関数⁵⁾は

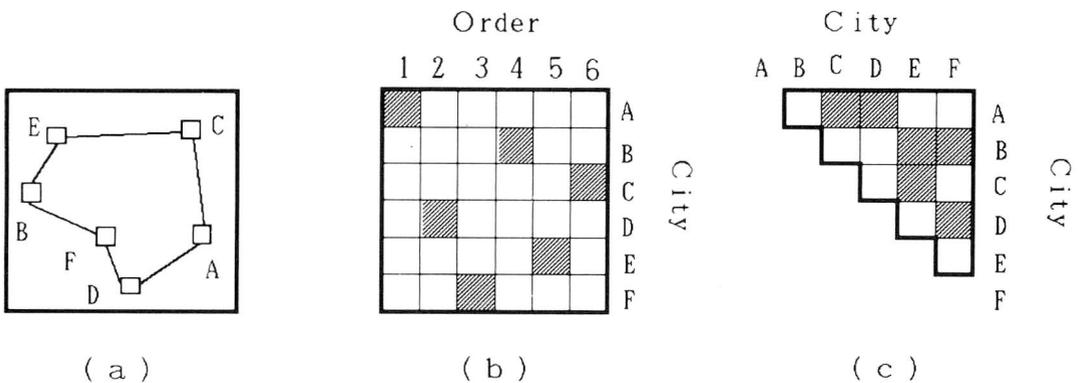


Fig. 3 Representation of Closed Tour
 図3 巡路の表現

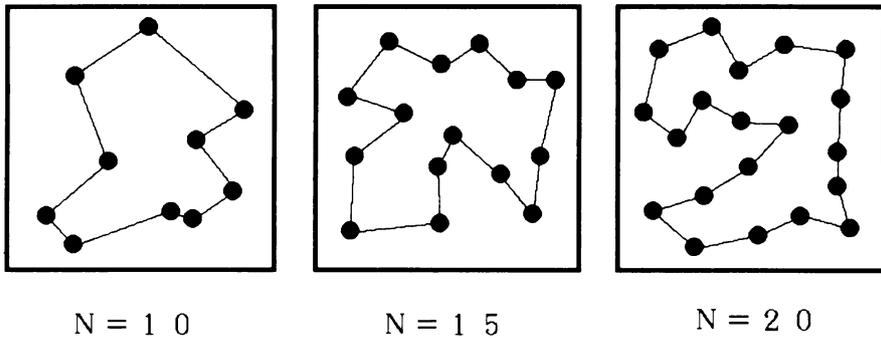


Fig. 4 City Location and Optimal Solution
図4 都市配置図と最適解

表1 巡回セールスマン問題と諸元

モデル	訪問順モデル		隣接性モデル		
	A	B	C	D	E
問題の名前					
都市数	10	15	10	15	20
ニューロン数	100	225	45	105	190

表2 k-クリーク問題と諸元

問題の名前	F	G	H
節点数	50	50	100
ニューロン数	50	50	100
最大クリーク	13	7	8
与えたクリーク数	13	7	8

$$E = \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^N |1 - d_{ml}| x_m x_l + \alpha \left| \sum_{i=1}^N x_i - k \right|^2 \quad (9)$$

となる。 d_{ml} は節点mと節点lとの結合の有無を示し、結合があれば $d_{ml}=1$ である。エネルギーゼロの状態になり停止すると $X_m=1$ の節点が求めるk-クリークを構成する節点となる。

結合率とは任意の節点が他の節点とつながっている割合である。最大クリーク数は存在する最大の部分完全グラフの節点数である。

尚、数値シミュレーションには、数値演算プロセッサ80387 (20MHZ) を搭載したEPSONのパーソナルコンピュータPC-386V (20MHZ) を使用した。

3.2 シミュレーション結果

表3に上にあげた8種の問題についてランダム方式と順序方式のホップフィールドネットの収束回数を示す。試行回数は10,000回である。いずれの問題でも順序方式が最適解への収束率が高い。

参考のため連続値モデルでの実験結果が収束率で示してある。連続値モデルは停止までの所要時間が長いので試行回数は100回にしている。順序方式の収束率はどの問題でも連続値モデルに及ばない。問題Aは連続値モデルで多くの人に解かれており、WilsonとPawley¹¹⁾は15%、我々の実験では18%、秋山氏等⁹⁾はさらに高い収束率も報告している。しかし連続値モデルには時間をかけてシャープニングをすればかなりのところまで収束率が向上するという性質があり、収束率だけでは比較が難しい。順序方式の30回というのは収束率では0.3%に相当する。連続値モデルに比較すると低すぎるが、複数回初期状態を変えて動作させると大抵最適解が見つかる。巡回セールスマン問題では連続値モデルが圧倒的だがk-クリーク問題では順序方式と連続値モデルの収束率は大きく変わらない。連続値モデルの計算時間が順序方式の20~200倍もかかるので順序方式の2値モデルの方が総合的に良い場合が多い。

表4には平均到達エネルギーが示されている。巡回セールスマン問題では最低エネルギーが負なので最低値で到達エネルギーを割った値に100を掛けて示してある。従って100に近いほど理想的である。しかしk-クリーク問題では最低エネルギーが零なので零で正規化出来ないので到達エネルギーをそのまま示してある。停止までの平均遷移回数及び所要時間を表5及び表6に示す。これらの結果から、どの問題においても、ランダム方式より順序方式の方が、最小値探索機械とし

表3 最適解への収束率 [回] (試行回数 : 10,000)

問題	訪問順モデル		隣接性モデル			k-クリーク問題		
	A	B	C	D	E	F	G	H
ランダム	0	0	349	2	0	15	25	41
順序	30	1	1,302	97	7	52	206	444
連続値*	18	0	100	100	100	2	4	6

*連続値モデルの試行回数は100回

表4 最適エネルギーへの到達度 [%] (試行回数 : 10,000)

問題	訪問順モデル		隣接性モデル			k-クリーク問題**		
	A	B	C	D	E	F	G	H
ランダム	87.3	86.2	95.2	89.4	91.1	7.9454	5.2703	5.6313
順序	93.0	93.2	95.8	92.3	94.0	4.2865	1.9879	1.7441

**k-クリーク問題については最低値はゼロなのでエネルギー値が示してある。

表5 停止までの平均遷移回数 [回] (試行回数 : 10,000)

問題	訪問順モデル		隣接性モデル			k-クリーク問題		
	A	B	C	D	E	F	G	H
ランダム	49	112	28	65	115	19	21	47
順序	43	101	20	46	87	14	18	42

表6 停止までの平均所要時間 [秒] (試行回数 : 10,000)

問題	訪問順モデル		隣接性モデル			k-クリーク問題		
	A	B	C	D	E	F	G	H
ランダム	1.000	3.456	0.984	3.059	6.677	0.153	0.132	0.380
順序	1.072	4.579	0.385	1.159	2.959	0.114	0.128	0.496
連続値*	161	477	16	60	339	3.09	2.26	10.53

*連続値モデルの試行回数は100回

での性能がすぐれていることを示している。

3.3 評価

3.3.1 ランダム方式との比較

順序方式の方が最適解に到達する確率が高いだけでなく、収束にいたるまでの平均遷移回数が少ない。収束時のエネルギー値の平均が小さい。すべて最小値探索機械として性能がよいことを示している。各ニューロンの値の最大値を求める機能が余分に必要であるがそれほど問題ではない。ホップフィールドネットが停止するまでの時間は問題に依存する¹²⁾が順序方式の方が平均的に短く、ランダム方式の1/3~1.5倍程度である。一般性を重んずるため、この数値を得る際は疎結合の場合の有利さを利用していない。

順序方式では最大値を探す機能が必要であるが、実数の表現法として浜田氏の万能実数値表現法¹³⁾を使うと数値の大小比較が2進数の大小比較と同じにでき、最大値を探すハードウェアも比較的に簡単になると思われる。

3.3.2 連続値モデルとの比較

連続値モデルと比較すると最適解へ到達する回数は少ないが計算量が大幅に少ない。連続値モデルが実数の乗算が必要なのに対し実数の加減算で十分であるので通常のパーソナルコンピュータでホップフィールドネットが停止するまでに必要な時間も1/20~1/200になる。

最大クリーク問題では回数で稼いで結果的に最小値探索能力が連続値モデルより大きいという結果が得られている。2値モデルをハード化した場合、シミュレーション通りの収束率が得られるのに対し、連続値モデルをハード化したものはシミュレーション通りの収束率は得られない可能性が大きい。その意味で順序方式の意義は大きい。

順序方式と連続値モデルの優劣は問題にも依存する。例えば巡回セールスマン問題の様に距離情報と位相情報の微妙な違いの中から最適なものを見つけないければならない問題には連続値モデルが有利で、k-クリーク問題の様に位相情報だけを扱う問題には連続値モデルの能力が十分活かさない傾向がある。この種の問題には順序方式の2値ホップフィールドネットが十分効果的である。

3.3.3 多段遷移ホップフィールドネットとの親和性

筆者の一人はホップフィールドネットが極小値に落

ちついたあと、複数のニューロンが同時に遷移した場合のエネルギー減少量が正になる組合せを探索して遷移することを繰り返す多段遷移ホップフィールドネット³⁾を提案した。この時はホップフィールドネットとしてランダム方式を採用していたので、本論文の順序方式で置換すると性能が向上するはずである。先の論文では複数のニューロンが同時に遷移するときだけエネルギー減少量の大きい順に選ぶというルールを採用しておきながら、最重要部分でランダムにニューロンを選ぶという不徹底な形になっていた。

順序方式の2値ホップフィールドネットのハード化を実現した場合、それに最大値を探す機能は既に備わっているので多段遷移の機能を付加するのは容易で自然なものになる。

3.4 「しきい値動的制御法」について

田中、古谷、秋山氏の「しきい値動的制御法⁷⁾」は従来のホップフィールドを用いてエネルギー減少量の大きい順にニューロンを遷移させるホップフィールドネットを模擬する方法を与えている。

まず遷移可能なニューロンが1個になるようなしきい値を与えホップフィールドネットを動かし1個のニューロンを遷移させる。次に又遷移可能なニューロンが1個になるようなしきい値を与えホップフィールドネットを動かし1個のニューロンを遷移させる。こういうことを繰り返していく。従って1個の最適化問題を解くために数十回、しきい値を変えて従来のホップフィールドネットを動作させることになるので大幅に計算時間が長くなる。

本論文の2値ホップフィールドネットは1回動作させるだけで1個の最適化問題を解くことができる。

「しきい値動的制御法」ではしきい値をどのように制御するかも難しい問題である。しきい値変化の刻みを大きくとると得られる近似解の質が悪くなり、よい近似解を得るために刻みを小さくすると計算時間が増大する。しきい値の最適な制御法を知るのとは不可能に近い。しきい値を最適に制御出来たときに得られる近似解は本論文のものと同じ程度になる。通常は最適に制御できないので得られる近似解の質は本論文の方が優れている。

これらの違いは本論文では順序方式の2値ホップフィールドネットをハードウェアで完全に実現したものを仮定しているのに対し「しきい値動的制御法」では従来のホップフィールドネットのしきい値を動的に制御す

ることで不十分な形で順序方式の2値ホップフィールドネットを模擬している点にある。

その他、この方法には遷移則をエネルギー減少量の関数として書き改めていないので初期値をすべて1にしなければならないという制約があり、終了条件が問題に依存するなどの問題もある。

1991年10月に同じ田中、秋山、古谷氏は「エネルギー減少量が最大となるニューロンのみを選択的に状態変化させるホップフィールド型ニューラルネット⁸⁾」という論文で連続値モデルを扱っている。遷移させるニューロンを論文に示されている順に選ぶことで最適解への収束率が上がりシャープニング操作が不要になれば連続値モデルの欠点を大いに改良したという意味で評価できる。しかしながら連続値モデルでは入力値とエネルギー減少量との間に簡単な関係がないので論文に示されている順はエネルギー減少量の大きさの順になっていないと考えられる。つまりこの論文の内容と表題は一致していない。順序方式のホップフィールドネットは連続値モデルへ拡張できないと我々は考えている。

本論文の考えは多段遷移⁹⁾ホップフィールドネットに発するが現在の形になって公表されたのは1991年9月のニューロコンピューティングの研究会¹⁰⁾が最初である。

4. 結 論

ホップフィールドネットの遷移ニューロンを選ぶ際に、従来使われてきた「ランダム方式」に代わる方法として、ネットワークのエネルギー減少への寄与の大きさの順にニューロンを遷移させる、「順序方式」を提案した。数値シミュレーションの結果、順序方式は、ランダム方式よりも、最適値への収束率が高いことが明らかになった。遷移回数が少なく、ホップフィールドネットが極小状態に達するまでの時間もランダム方式より短い場合が多い。

順序方式を実現するために必要な入力値の更新処理は変化分だけ計算するようにすればほとんど負担にならない。乱数で遷移ニューロンを決める方式より、順序方式の方が自然をモデルとしたものとしては理にかなっているのではないだろうか。

収束率がよくとされている連続値モデルはシグモイド関数の形を動的に変更するなどの複雑な処理をやっており、ハード化には大きな困難が予想されるのに対し、本論文で提案した順序方式は処理が簡単であり、高い集積度のLSI化が可能と考えている。

ホップフィールドネットは近似的な最小値探索機械に過ぎない。そこでそれを前提とした研究は今後の研究課題と考えている。例えば高速なので複数回解いて最良のものを採用するといった方法、あるいは画像処理や初期視覚の問題等では近似的な解でも十分利用可能な応用がある。

文 献

- 1) 麻生秀樹：ニューラルネットワーク情報処理，産業図書，(1988)
- 2) Hopfield J. J. and Tank D. W. : Neural Computation of Decisions in optimization problems, Biol. Cybernetics. 52, pp.141-152 (1985).
- 3) 村島定行，淵田孝康：多段遷移ニューラルネットによる最小値探索，信学論 (D-II)，J 73-D-II，No. 12, pp. 2012-2021 (1990).
- 4) 村島定行，徳重 昇，濱田順一：エネルギー減少への寄与の大きい順に遷移する2値ホップフィールドネット，第14回情報理論とその応用シンポジウム (1991)
- 5) 村島定行，濱田順一，徳重 昇：最大の部分完全グラフを探すニューラルネット，信学技報，NC 91-37 (1991).
- 6) 秋山 泰，山下明良，梶浦正浩，安西祐一郎，相磯秀夫：ガウシアンマシンによる組み合わせ最適化，信学技報，MBE 88-183 (1989).
- 7) 田中敏雄，古谷立美，秋山 泰：しきい値の動的制御を用いた相互結合型ニューラルネットワークによる最適化問題の解法，信学技報，NC 90-41 (1990).
- 8) 田中敏雄，秋山 泰，古谷立美：エネルギー減少量が最大となるニューロンのみを選択的に状態変化させるホップフィールド型ニューラルネット，信学技報，NC 91-61 (1991).
- 9) 村島定行，萬膳義久：巡路中の都市の隣接性に基づく巡回セールスマン問題のニューラルネットへの埋め込み，信学論 (D-II)，J 74-D-II，No. 8, pp. 1080-1089 (1991).
- 10) Aart Joppe, Helmut R. A. Cardon and Jan C. bioch : A Neural Network for Solving the Traveling Salesman Problem on the Basis of City Adjacency in the Tour, International Neural Network Conference, Paris. (1990).

- 11) Wilson G. V. and Pawley G. S. : On the stability of the Traveling Salesman Problem Algorithm of Hopfield and Tank, *Biological Cybernetics*, 58, pp. 63-70 (1988).
- 12) 中野 馨編：ニューロコンピュータの基礎，コロナ社（1990）.
- 13) 浜田穂積：二重指数分割に基づくデータ長独立実数値表現法Ⅱ，*情報処理学会論文誌*，Vol. 24, No.2, pp. 149-156 (1983).