

コンクリート充填管の解析方法

松 本 進
(受理 昭和 54 年 5 月 31 日)

ANALYTICAL METHOD OF STEEL-ENCASED CONCRETE BEAM-COLUMNS

Susumu MATSUMOTO

This paper described the analytical method of steel-encased concrete beam-columns. From the results on the basis of the analysis, it became clear that the analytical method by this study was qualitatively appropriate.

1. 緒 言

現在、工事中の青函トンネルではトンネル支保工としてモルタル充填の鋼管が採用されている。この理由としては、鋼管だけだと座屈等で長さに制限を受けることや大きな軸力を負担させることに難点が生じることが考えられる。その点、鋼管にモルタルを充填すれば上記の点が改善でき、さらに大きな曲げモーメントに対しても有利になる可能性がある。

従来、鋼構造物関係では円環断面を有する鋼管等の解析については数多くの研究報告があり、またコンクリート構造物関係では円環断面を有するパイル等の解析についても数多く研究されていて、それぞれに良好なる成果が報告されている。このような成果をコンクリート充填管にもある程度取り入れることは可能であるが、中空断面でないため計算が極めて複雑になるこ

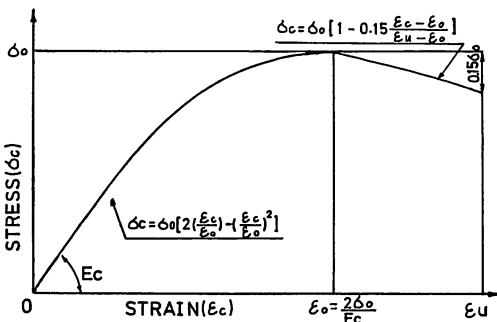


図1 コンクリートの応力・歪曲線 (I)

とおよび微小変形から破壊に至るまで連続的に解析する点でまだ問題があると思われる。

本研究では、鋼管の中にコンクリートを充填した合成構造を取り上げ、このような構造物が軸力、曲げモーメントおよび軸力と曲げモーメントを受ける場合の、特にその解析方法について検討を加えようとするものである。

2. 仮定および記号

2.1 仮 定

本研究で行った充填管の解析に当っては、次に示す仮定を用いて行った。

- (1) 鋼管とコンクリートは平面保持の仮定が成立する。
- (2) 合成断面において、歪の直線保持が成立する。
- (3) コンクリートの応力・歪の関係は図-1に示す2種類のものを使用する。ただし、コンクリートの引張応力は無視する。
- (4) 鋼管の応力・歪の関係は図-2に示すようなBi-linear型のものを用い、圧縮応力に関しても引張応力に関しても応力・歪の関係は同じものとする。
- (5) コンクリートと鋼管は破壊に至るまで付着は保たれているものとする。

2.2 記 号

解析に当っては円筒座標を用いた。なお、記号にお

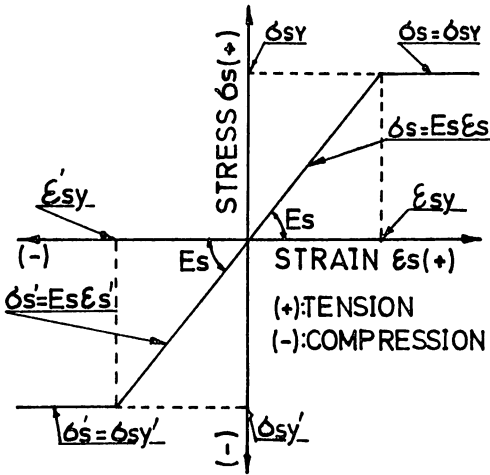


図2 鋼管の応力・歪の関係

ける第一添字のもので、s および c は鋼管およびコンクリートを表わす。以後に用いる主な記号を以下に示す。

- A_c : コンクリートの断面積
- A_s : 鋼管の断面積
- e_c : 任意点における歪
- e : 圧縮側断面のコンクリートの最外縁の歪
- e_0 : コンクリートの応力が最大応力に達するときの歪
- e_u^* : コンクリートの破壊歪
- ϵ_{sy} : 鋼管の降伏歪
- σ : 圧縮側断面のコンクリートの最外縁応力
- σ_c : 任意点におけるコンクリートの応力
- σ_0 : コンクリートの最大応力度
- σ_s : 任意点における鋼管の応力
- σ_{sy} : 鋼管の降伏点応力度
- E_c : コンクリートの弾性係数
- E_s : 鋼管の弾性係数
- r_c : コンクリート断面の半径
- r_s : 鋼管の平均半径
- t : 鋼管の厚さ
- a : 中立軸が断面外にある場合のその長さ係数
- α : e_0 に対応する断面の角度
- φ : 任意点における角度
- θ_0 : コンクリートの中立軸の角度
- θ_1 : 鋼管の中立軸の角度
- θ_2 : e_2 に対応する断面の角度
- C_c : 中立軸が断面内にある場合のコンクリート

- が受け持つ軸力
- C_s : 中立軸が断面内にある場合の鋼管が受け持つ軸圧縮力
- C_c^* : 中立軸が断面外にある場合のコンクリートが受け持つ軸力
- C_s^* : 中立軸が断面外にある場合の鋼管が受け持つ軸圧縮力
- T : 鋼管が受け持つ引張力
- M_c : 中立軸が断面内にある場合のコンクリートの図心まわりの曲げモーメント
- M_c^* : 中立軸が断面外にある場合のコンクリートの図心まわりの曲げモーメント
- M_s : 中立軸が断面内にある場合の鋼管の図心まわりの曲げモーメント
- M_s^* : 中立軸が断面外にある場合の鋼管の図心まわりの曲げモーメント

3. 解析方法

3.1 軸力みの場合

コンクリート充填管に作用する中心軸方向荷重 P は鋼管 (P_s) およびコンクリート (P_c) のそれぞれの軸方向力との和で表わされる。

$$P = P_s + P_c \quad \text{--- ①}$$

ただし、それぞれの軸方向力は図-1 および図-2 の応力・歪図を参照すると次のとおりである。

$$P_s = A_s E_s e \quad (e \leq \epsilon_{sy}) \quad \text{--- ②}$$

$$= A_s \sigma_{sy} \quad (e > \epsilon_{sy}) \quad \text{--- ③}$$

$$P_c = A_c \cdot \sigma_0 \cdot \left\{ 2 \left(\frac{e}{e_0} \right) - \left(\frac{e}{e_0} \right)^2 \right\} \quad (e \leq e_0) \quad \text{--- ④}$$

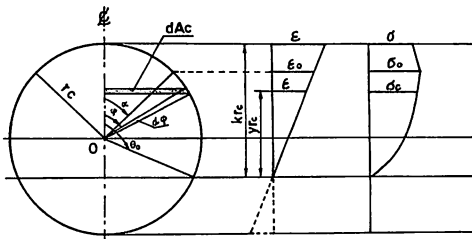
$$= A_c \cdot \sigma_0 \cdot \left\{ 1 - 0.15 \frac{e - e_0}{e_u - e_0} \right\} \quad (e > e_0) \quad \text{--- ⑤}$$

3.2 軸力および曲げモーメントの場合

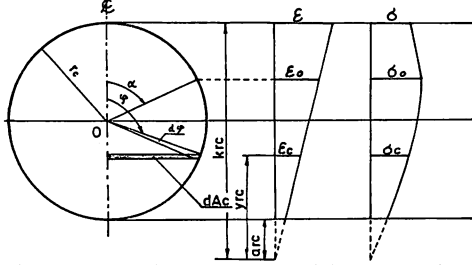
軸力と曲げモーメントの比率によっては、中立軸の位置が (I) 断面内に入る場合と (II) 断面外に出る場合が生じ、計算方法もそれぞれの場合で異ってくる。以下、上記のそれぞれの場合でコンクリートおよび鋼管について断面力 (軸力、曲げモーメント) と歪の関係を理論的に導く。

(1) コンクリートに関して、

図-3 は中立軸の相違によるコンクリート断面の極座標表示と歪分布および応力分布の関係を示したもの



(Cross Section.) (Strain Dist.) (Stress Dist.)
(A) in the case that Neutral Axis is in the Section.



(Cross Section.) (Strain Dist.) (Stress Dist.)
(B) in the case that Neutral Axis is out of the Section.

図3 コンクリート断面の極座標表示と
応力・歪の関係

である。これより、コンクリートの軸力 C_c は一般的には次式で示される。

$$C_c = \int \sigma_c \cdot dA_c \quad \text{--- ⑥}$$

一方、図3より微少面積 dA_c は次式となる。

$$dA_c = r_c^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot d\varphi \quad \text{--- ⑦}$$

また、 σ_c は図-1で示すように、歪の関数であるので、これを極座標表示に変換すると次のようになる。

$$\sigma_c = \sigma_0 (k_1 \cdot \cos \varphi - k_2 - B_1 \cos^2 \varphi) \quad (\varepsilon_c \leq \varepsilon_0) \quad \text{--- ⑧}$$

$$= \sigma_0 \cdot \{(1+k_4) - k_3 (\cos \varphi - \cos \theta_0)\} \quad (\varepsilon_c > \varepsilon_0) \quad \text{--- ⑨}$$

ただし、

$$A_1 = \frac{2 \cdot \varepsilon}{\varepsilon_0 (1 - \cos \theta_0)}$$

$$B_1 = \left\{ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 (1 - \cos \theta_0)} \right\}^2$$

$$k_1 = A_1 + 2B_1 \cos \theta_0$$

$$k_2 = A_1 \cos \theta_0 + B_1 \cos^2 \theta_0$$

$$k_3 = \frac{0.15 \varepsilon}{(1 - \cos \theta_0) (\varepsilon_u - \varepsilon_0)}$$

$$k_4 = \frac{0.15 \varepsilon_0}{(\varepsilon_u - \varepsilon_0)}$$

そこで、中立軸が断面内にあるときの軸力は図-3(A)を参照し、⑦式および⑧式を⑥式に代入すれ

ば求まる。すなわち、

$$\begin{aligned} C_c &= 2 \cdot \int_0^{\theta_0} \sigma_c \cdot dA_c + 2 \int_0^{\alpha} \sigma_c \cdot dA_c \\ &= 2 \cdot \int_0^{\theta_0} \sigma_0 (k_1 \cdot \cos \varphi - k_2 - B_1 \cos^2 \varphi) \cdot r_c^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot d\varphi \cdot A_c \\ &\quad + 2 \cdot \int_0^{\alpha} \sigma_0 \{(1+k_4) - k_3 (\cos \varphi - \cos \theta_0)\} \cdot r_c^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot d\varphi \cdot A_c \quad \text{--- ⑩} \end{aligned}$$

⑩式を積分して、整理すると以下の様になる。

$$\begin{aligned} C_c &= 2\sigma_0 r_c^2 \left\{ -\frac{(B_1 + 4k_2)}{8} [\varphi]_0^{\theta_0} + \frac{k_1}{4} [\sin \varphi]_0^{\theta_0} \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_2}{4} [\sin 2\varphi]_0^{\theta_0} - \frac{k_1}{12} [\sin 3\varphi]_0^{\theta_0} + \frac{B_1}{32} [\sin 4\varphi]_0^{\theta_0} \right\} \\ &\quad + 2\sigma_0 r_c^2 \left\{ (1+k_4 + k_3 \cos \theta_0) \left(\frac{1}{2} [\varphi]_0^{\alpha} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{4} [\sin 2\varphi]_0^{\alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. - k_3 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_0^{\alpha} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_0^{\alpha} \right) \right\} \quad \text{--- ⑪} \end{aligned}$$

同様にして中立軸が断面の外にある場合の軸力は図-3(B)を参照すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} C_c^* &= \int_{\alpha}^{\pi} \sigma_c \cdot dA_c + \int_0^{\alpha} \sigma_c \cdot dA_c \\ &= 2 \int_{\alpha}^{\pi} \sigma_0 \cdot (k_1 \cdot \cos \varphi - k_2 - B_1 \cos^2 \varphi) \cdot r_c^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot d\varphi \cdot A_c \\ &\quad + 2 \int_0^{\alpha} \sigma_0 \cdot \{(1+k_4) - k_3 (\cos \varphi - \cos \theta_0)\} \cdot r_c^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot d\varphi \cdot A_c \quad \text{--- ⑫} \end{aligned}$$

⑫式の積分を解いて整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} C_c^* &= 2\sigma_0 r_c^2 \left\{ \frac{1}{8} (4k_3' - B_2) [\varphi]_{\alpha}^{\pi} + \frac{1}{4} (A_2 - k_4) [\sin \varphi]_{\alpha}^{\pi} \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_3'}{4} [\sin 2\varphi]_{\alpha}^{\pi} - \frac{1}{12} (A_2 - k_4') [\sin 3\varphi]_{\alpha}^{\pi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{B_2}{32} [\sin 4\varphi]_{\alpha}^{\pi} \right\} + 2\sigma_0 r_c^2 \left\{ (1+k_4 \right. \\ &\quad \left. + k_3 \cos \theta_0) \left(\frac{1}{2} [\varphi]_0^{\alpha} - \frac{1}{4} [\sin 2\varphi]_0^{\alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. - k_3 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_0^{\alpha} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_0^{\alpha} \right) \right\} \quad \text{--- ⑬} \end{aligned}$$

ただし、

$$A_2 = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0 (a+2)}$$

$$B_2 = \left\{ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 (a+2)} \right\}^2$$

$$k_3' = A_1(a+1) - B_1(a+1)^2$$

$$k_4' = B_1(a+2)$$

なお,

$$\alpha = \cos^{-1} \left\{ \frac{e}{e_u} (1 - \cos \theta_0) + \cos \theta_0 \right\}$$

$$a = k - 2$$

次に、コンクリートが受け持つ曲げモーメントは一般的には次式で表わせる。

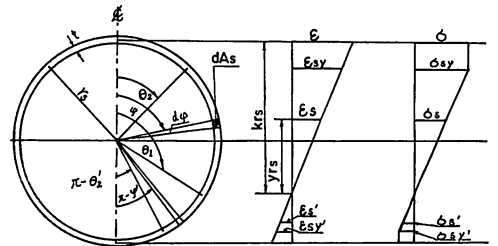
$$M_c = \int y r_c \cdot \sigma_c \cdot dA_c \quad \text{---(14)}$$

そこで、図-3(A)および(B)を参照して、中立軸のそれぞれの位置でのコンクリートが受け持つ図心軸まわりの曲げモーメントはそれぞれ (M_c , M_c^*) は次の様になる。

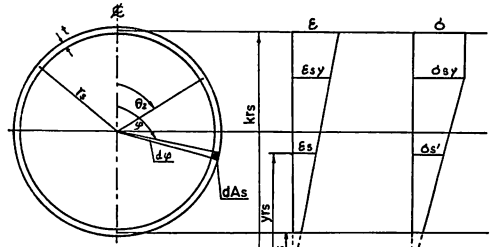
$$\begin{aligned} M_c &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_0} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c \\ &+ \int_0^{\alpha} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c \\ &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_0} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c \\ &+ \int_0^{\alpha} \sigma_c \cdot y r_c \cdot dA_c \\ &= -2\sigma_0 r_c^3 \left\{ k_1 \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} - \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} \right) - B_1 \right. \\ &\times \left(\frac{1}{3} [\sin^3 \varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} - \frac{1}{5} [\sin^5 \varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} \right) \\ &- k_2 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\frac{\theta_0}{2}}^{\theta_0} \right) \left. \right\} \\ &+ 2\sigma_0 r_c^3 \left\{ k_1 \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \right. \\ &- B_1 \left(\frac{1}{3} [\sin^3 \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{5} [\sin^5 \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \\ &- k_2 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \left. \right\} \\ &+ 2\sigma_0 r_c^3 \left\{ (1 + k_4' + k_3' \cos \theta_0) \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \right. \\ &- \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - k_3' \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \\ &- \left. \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right\} \quad \text{---(15)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_c^* &= \int_0^{\alpha} y r_c \cdot \sigma \cdot dA_c + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} y r_c \cdot \sigma \cdot dA_c \\ &- \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} y r_c \cdot \sigma \cdot dA_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2\sigma_0 r_c^3 \left\{ (1 + k_4' + k_3' \cos \theta_0) \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \right. \\ &- \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - k_3' \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \left. \right\} \\ &+ 2\sigma_0 r_c^3 \left\{ k_3 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \right. \\ &+ (A_2 - k_4) \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \\ &- B_2 \left(\frac{1}{3} [\sin^3 \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{5} [\sin^5 \varphi]_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \right) \left. \right\} \\ &- 2\sigma_0 r_c^3 \left\{ k_3 \left(\frac{1}{4} [\sin \varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \frac{1}{12} [\sin 3\varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right) \right. \\ &+ (A_2 - k_4) \left(\frac{1}{8} [\varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \frac{1}{32} [\sin 4\varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right) \\ &- B_2 \left(\frac{1}{3} [\sin^3 \varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \frac{1}{5} [\sin^5 \varphi]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right) \left. \right\} \quad \text{---(16)} \end{aligned}$$



(Cross Section.) (Strain Dist.) (Stress Dist.)
(A) in the case that Neutral Axis is in the Section.



(Cross Section.) (Strain Dist.) (Stress Dist.)
(B) in the case that Neutral Axis is out of the Section.

図4 鋼管の極座標表示と応力・歪の関係

(2) 鋼管に関して,

図-4(A)および(B)は中立軸の断面内・外における鋼管断面の極座標表示と歪分布および応力分布の関係を示したものである。これより、鋼管の受け持つ軸力 C_s および T_s は一般的には次式で示される。

$$C_s = T_s = \int \sigma_s \cdot dA_s \quad \text{---(17)}$$

一方、図-4より微小面積および σ_s の極座標表示

は次のようになる。

$$dA_s = r_s \cdot t \cdot d\varphi \quad \text{---(18)}$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \frac{\cos\varphi - \cos\theta_1}{1 - \cos\theta_1} \cdot \varepsilon \quad (\varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy}) \quad \text{---(19)}$$

$$= \sigma_{sy} \quad (\varepsilon_s > \varepsilon_{sy}) \quad \text{---(20)}$$

従って、中立軸が断面内にあるときは図-4 (A) を参照し、(18)式、(19)式および(20)式を(7)式に代入すれば、 C_s および T_s は次の様になる。

$$\begin{aligned} C_s &= 2 \int_{\theta_2}^{\theta_1} \sigma_s \cdot dA_s + 2 \int_0^{\theta_2} \sigma_s \cdot dA_s \\ &= 2 \int_{\theta_2}^{\theta_1} E_s \cdot \frac{\cos\varphi - \cos\theta_1}{1 - \cos\theta_1} \cdot \varepsilon \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \\ &\quad + 2 \int_0^{\theta_2} \sigma_{sy} \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \quad \text{---(21)} \end{aligned}$$

ただし、

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left\{ \frac{\varepsilon_{sy}}{\varepsilon} (1 - \cos\theta_1) + \cos\theta_1 \right\}$$

$$\begin{aligned} T_s &= 2 \int_{\theta_1}^{\pi - \theta_2} \sigma_s dA_s + 2 \int_{\pi - \theta_2}^{\pi} \sigma_s \cdot dA_s \\ &= 2 \int_{\theta_2}^{\pi - \theta_2} E_s \frac{\cos\varphi - \cos\theta_1}{1 - \cos\theta_1} \cdot \varepsilon \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \\ &\quad + 2 \int_{\pi - \theta_2}^{\pi} \sigma_{sy} \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \quad \text{---(22)} \end{aligned}$$

C_s および T_s の積分を解いて整理すると、それぞれ次式の様になる。

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{2E_s \cdot r_s \cdot t \cdot \varepsilon}{(1 - \cos\theta_1)} (\left[\sin\varphi \right]_{\theta_2}^{\theta_1} - \cos\theta_1 \left[\varphi \right]_{\theta_2}^{\theta_1}) \\ &\quad + 2\sigma_{sy} r_s t \left[\varphi \right]_0^{\theta_2} \quad \text{---(23)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{2E_s \cdot r_s \cdot t \cdot \varepsilon}{(1 - \cos\theta_1)} (\cos\theta_1 \times \left[\varphi \right]_{\theta_1}^{\pi - \theta_2} - \left[\sin\varphi \right]_{\theta_1}^{\pi - \theta_2}) \\ &\quad + 2\sigma_{sy} \cdot r_s \cdot t \left[\varphi \right]_{\pi - \theta_2}^{\pi} \quad \text{---(24)} \end{aligned}$$

同様に、中立軸が断面外にあるときは図-4 (B) を参照すれば、 $T_s = 0$ で C_s^* のみが生じることになる。この場合の C_s^* は次式の様になる。

$$\begin{aligned} C_s^* &= \int_{\theta_2}^{\pi} \sigma_s \cdot dA_s + \int_0^{\theta_2} \sigma_s \cdot dA_s \\ &= 2 \int_{\theta_2}^{\pi} E_s \cdot \frac{\cos\varphi - \cos\theta_1}{1 - \cos\theta_1} \cdot \varepsilon \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \\ &\quad + 2 \int_0^{\theta_2} \sigma_{sy} \cdot r_s \cdot t \cdot d\varphi \\ &= \frac{2E_s r_s t \varepsilon}{(a+2)} \left\{ (a+1) \left[\varphi \right]_{\theta_2}^{\pi} + \left[\sin\varphi \right]_{\theta_2}^{\pi} \right\} \end{aligned}$$

$$+ 2\sigma_{sy} r_s t \left[\varphi \right]_0^{\theta_2} \quad \text{---(25)}$$

次に、鋼管が受け持つ曲げモーメントは図-4 を参照すれば、基本的には次式が成立する。

$$M_s = \int y r_s \cdot \sigma_s \cdot dA_s \quad \text{---(26)}$$

(26)式によって、中立軸が断面内・外にあるときの鋼管の図心軸まわりの曲げモーメント (M_s, M_s^*) を、図-4 (B) を参照して求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} M_s &= - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_1} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s + \int_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s \\ &\quad + \int_0^{\theta_2} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s + \int_{\theta_1}^{\pi - \theta_1'} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s \\ &\quad + \int_{\pi - \theta_2'}^{\pi} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s \\ &= - \frac{2E_s r_s^2 t \varepsilon}{(1 - \cos\theta_1)} \left\{ \frac{1}{2} \left[\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_1} + \frac{1}{4} \left[\sin 2\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_1} \right. \\ &\quad \left. - \cos\theta_1 \left[\sin\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\theta_1} \right\} \\ &\quad + \frac{2E_s r_s^2 t \varepsilon}{(1 - \cos\theta_1)} \left\{ \frac{1}{2} \left[\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \left[\sin 2\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \right. \\ &\quad \left. - \cos\theta_1 \left[\sin\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \right\} + 2\sigma_{sy} r_s^2 t \left[\sin\varphi \right]_0^{\theta_2} \\ &\quad + \frac{2E_s r_s^2 t \varepsilon}{(1 - \cos\theta_1)} \left\{ \cos\theta_1 \left[\sin\varphi \right]_{\theta_1}^{\pi - \theta_2'} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[\varphi \right]_{\theta_1}^{\pi - \theta_2'} - \frac{1}{4} \left[\sin 2\varphi \right]_{\theta_1}^{\pi - \theta_2'} \right\} \\ &\quad + 2\sigma_{sy} r_s^2 t \left[\sin\varphi \right]_{\pi - \theta_2'}^{\pi} \quad \text{---(27)} \end{aligned}$$

同様に、 M_s^* は次の様になる。

$$\begin{aligned} M_s^* &= \int_0^{\theta_2} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s + \int_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_s y r_s \cdot dA_s \\ &\quad - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sigma_s \cdot y r_s \cdot dA_s \\ &= 2\sigma_{sy} \cdot r_s^2 t \left[\sin\varphi \right]_0^{\theta_2} \\ &\quad + \frac{2E_s r_s^2 t \varepsilon}{a+2} \left\{ (a+1) \left[\sin\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left[\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \left[\sin 2\varphi \right]_{\theta_2}^{\frac{\pi}{2}} \right\} \\ &\quad - \frac{2E_s r_s^2 t \varepsilon}{a+2} \left\{ (a+1) \left[\sin\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \frac{1}{2} \left[\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left[\sin 2\varphi \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right\} \quad \text{---(28)} \end{aligned}$$

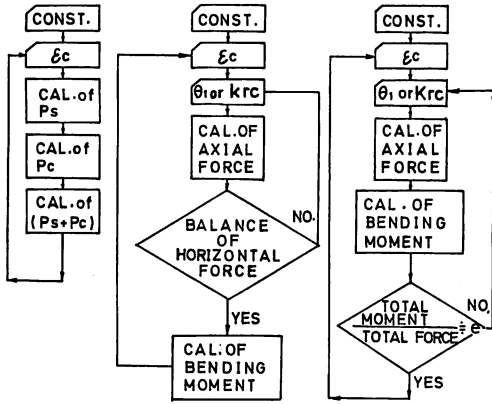


図5 計算の手順

3.3 解析手順

図-5 はコンクリート充填管が (1) 軸力のみを受ける場合 (2) 曲げモーメントのみを受ける場合 (3) 軸力と曲げモーメントを受ける場合の解析手順を示したものである。以下、それぞれの場合について詳述する。

(1) 軸力みの場合

図-5 (A) で示したように、先づ任意の歪 ϵ_c を与えて、①式によりそれぞれの軸力 (P_s, P_c) を求めて、総和すればよい。

(2) 曲げモーメントみの場合 (図-5 (B))

任意の歪 ϵ_c を与え、この場合について任意の θ_1 を与え、③式、⑨式および⑩式を用いてそれぞれの軸力 C_c, C_s, T_s を計算し、 $C_c + C_s = T_s$ が成立するような θ_1 を繰り返し計算によって先づ求める。次に、このときの C_c, C_s, T_s, θ_1 を使って曲げモーメントを⑪式から M_c を、⑫式から M_s を求め、 $(M_c + M_s)$ が任意の ϵ_c に対して求める断面力となる。

(3) 軸力と曲げモーメントの場合 (図-5 (C))

任意の歪 ϵ_c を与え、この場合について任意の θ_1 もしくは kr_c をランダムに選び、これに対応する軸力 ($C_c, C_s, T_s, C_c^*, C_s^*$) を計算し、中立軸が断面内にあるときは $(C_c + C_s - T_s)$ 、中立軸が断面外にあるときは $(C_c^* + C_s^*)$ を計算して軸力のトータルを求める。さらに、上記の θ_1 もしくは kr_c に対して同様にそれぞれの曲げモーメント (M_c, M_s, M_c^*, M_s^*) を⑬式、⑭式、⑮式、⑯式から求め、中立軸の位置に対応させて $(M_c + M_s)$ もしくは $(M_c^* + M_s^*)$ を計算し、曲げモーメントのトータルを求める。次に、 $(M_c$

$+ M_s)/(C_c + C_s - T)$ もしくは $(M_c^* + M_s^*)/(C_c^* + C_s^*)$ を計算し、これらの値が所定の偏心距離 e になる様に θ_1 もしくは kr_c を適宜替えて上記した計算を繰り返し行い、所定の偏心距離に見合う θ_1 もしくは kr_c が見つければ、このときの軸力ならびに曲げモーメントが任意の ϵ_c に対する断面力となる。

4. 解析結果

図-6~図-9は解析結果を示したものである。なお、コンクリート充填管の解析に用いた鋼管径が 155.2 mm、厚さ 5mm のものを使用し、またコンクリートについては圧縮強度が 383kg/cm² 程度のもので、弾性係数 2.4×10^5 kg/cm² のものを使用した。表-1 は解析に使用した主要な諸元を示したものである。なお、解析に当っては比較検討のため、鋼管の降伏点応力度を 3,300kg/cm² にしたものならびにコンクリートの応力歪の関係を図-10 に示した様なものを用いた。

図-6 は軸力のみがコンクリート充填管に作用した

表 1 解析に用いた諸元

コンクリート		鋼管	
Ac	189.18cm ²	As	25.15cm ²
Ec	2.4×10^5 kg/cm ²	Es	2.1×10^6 kg/cm ²
σ_a	283kg/cm ²	σ_{sy}	2400kg/cm ²
ϵ_a	2358×10^{-6}	ϵ_{sy}	1143×10^{-6}
ϵ_u	3500×10^{-6}	t	5 mm
r_c	15.52cm	r_s	24.28cm

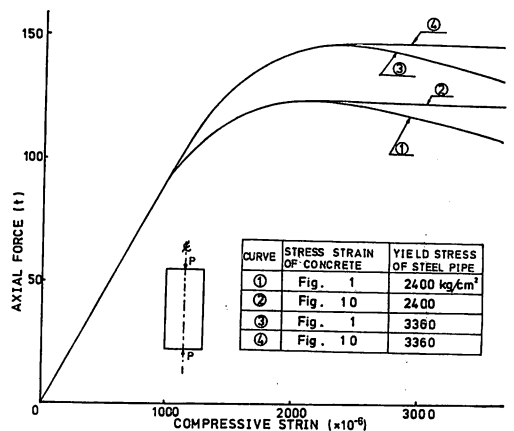


図6 軸力のみを受ける場合の変形性状

CURVE	STRESS STRAIN OF CONCRETE	YIELD STRESS OF STEEL PIPE
①	Fig. 1	2400 kg/cm ²
②	Fig. 10	2400
③	Fig. 1	3360
④	Fig. 10	3360

場合の変形性状を示したものである。同図より、鋼管の降伏点応力度が大きくなれば、耐荷力ならびに最大耐荷力に達するまでの歪が大きくなる傾向が認められる。また、鋼管の降伏点応力度が同一である場合には、最大耐荷力に達したあとの耐荷力はコンクリートの応力・歪曲線の傾向と同一の傾向が認められる。

図-7 は曲げモーメントのみがコンクリート充填管に作用した場合の変形性状の一例を示したものである。同図より、鋼管の降伏点応力度が大きくなれば、コンクリート充填管の曲げモーメントが大きくなること

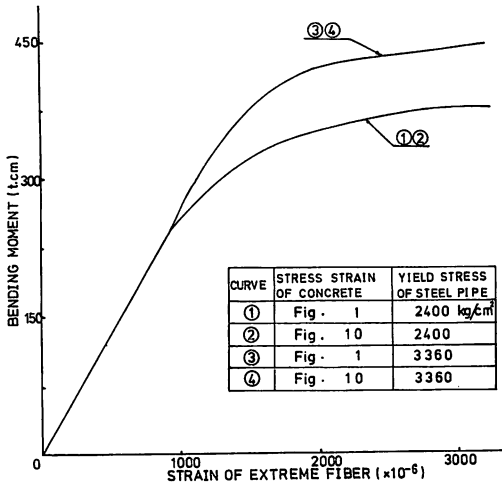


図7 曲げモーメントを受ける場合の変形性状

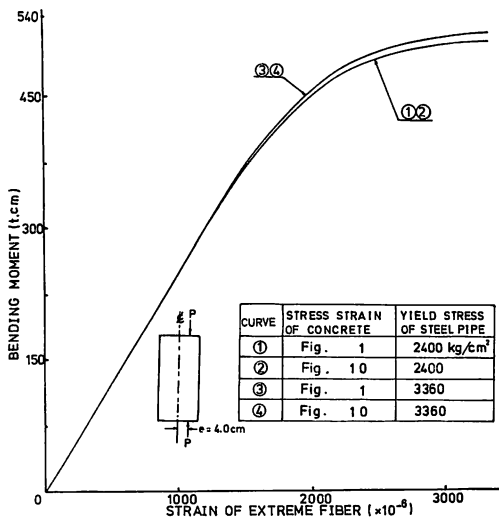


図8 軸力と曲げモーメントを受ける場合の変形性状

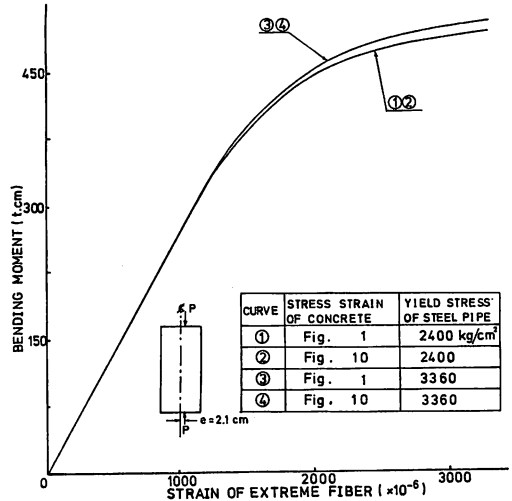


図9 軸力と曲げモーメントを受ける場合の変形性状

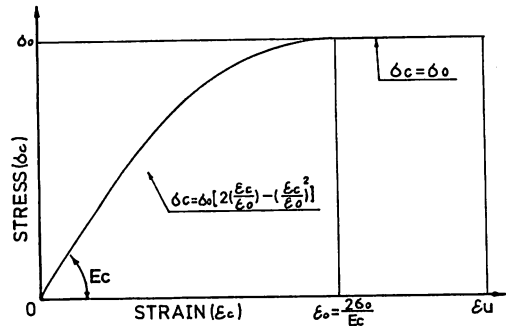


図10 コンクリートの応力・歪曲線 (Ⅱ)

認められる。また、鋼管の降伏点応力度が同一の場合にはコンクリートの応力・歪の相違による影響はほとんどないことが認められる。

図-8 および図-9 は軸力と曲げモーメントを作用させたコンクリート充填管の変形性状を示したもので、図-8 は偏心量が 2.1cm のものおよび図-9 は偏心量が 4.0cm のものを示したものである。両図から、曲げモーメントのみを受ける場合に認められた同一の傾向が認められる。また曲げモーメントに対する耐荷力は偏心量が大きければ大きくなる傾向も合わせて認められる。

5. 結 言

コンクリート充填管の解析は一般には極めて複雑と

なり、取り扱いが難しい。本研究では、このような問題に対して、本文中で示した様にコンクリートの応力・歪の関係ならびに鋼管の応力・歪の関係を利用して、これらを極座標に変換し、力の釣合い方程式を解くことによって解決したものである。すなわち、本方法によって解析されたコンクリート充填管の力学性状は定性的には極めて妥当なものであると考えられる。

今後は、実際にコンクリート充填管を製作して、実験を行い、その実験の結果と本方法による解析結果との比較・検討を行い、コンクリート充填管の定量的な問題を解決するつもりである。

本研究は昭和53年度の卒業論文で取り上げたもの一部を加筆・取りまとめたもので、卒論生 塘 俊一郎氏（現若松築港建設KK勤務）に負う所が多く、ここに謝意を表します。

参 考 文 献

1) 辻正哲他2名：モルタル充てん鋼管柱におけるら

せん鉄筋の効果、コンクリート工学論文、No. 78, 11-1.

- 2) PCパイルハンドブック編集委員会編：PCパイルハンドブック、昭和45年9月、山海堂。
- 3) 水野高明：鉄筋コンクリート工学、森北出版、昭和46年。
- 4) 田代嘉広他1名：理工系の微分積分学、森北出版、昭和42年。
- 5) A. I. フォーサイス他3名：コンピュータサイエンス入門3、FORTRAN編、培風館、昭和49年。
- 6) Richard W. Furlong: Design of Steel-Encased Concrete Beam-Columns, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 94, No. ST1, Jan., 1968.
- 7) 土木学会：鉄筋コンクリート標準示方書、昭和49年度版。
- 8) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説、1975年版。
- 9) 日本建築学会：鉄骨鉄筋コンクリート構造計算規準、昭和50年11月
- 10) 若林実他2名：鉄骨鉄筋コンクリート構造、彰国社、昭和42年10月。