コンクリートの粘弾性挙動に関する基礎研究

松　本　　　進

(受理　昭和52年5月31日)

FUNDAMENTAL STUDY ON VISCO-ELASTIC BEHAVIOR OF CONCRETE

Susumu MATSUMOTO

An astonishing amount of effort and ingenuity have been expended by engineers in the development of pile driving formulas with the result that these are great many different formulas in use. Because, in spite of these formulas are shown by mathematics, in fact pile driving is not a simple problem of impact that may be solved directly by Newton's law. Pile driving is a problem in longitudinal wave transmission that is covered in a general way by the wave equation, which is well known to mathematics. And moreover, the pile and the ground have many problems in them selves.

At the present time, by using the conception of the wave equation and resorting to numerical integration and electronic computers, a solution of the pile driving problems can be solved simply. This paper was descrived on visco-elastic behavior of concrete especially in many problems of wave transmission occured in pile driving, by means of using the model of pile driving that E. A. L. Smith advanced.

Based on test results, the internal damping constant was 0.000235-0.000263 in the case of Voigt Model, and 0.000336-0.000371 in Maxwell Model. Visco-elastic characteristics of the both Model were made clear.

1. 緒　　言

従来，コンクリート杭が打撃を受けるときに杭体に発生する応力の解析のほとんどは静的な力学公式からなされたものが多く，これらの公式によって求められた応力は実際に打撃を受けた杭の応力との間に大きな懸隔がある．近年になって，電子計算機の高度の成長に伴って，打撃によって杭体に生じる応力の問題を波動方程式で厳密に解析しようとする試みが内外で盛んに行なわれだした[1]．このような研究によれば杭体に生じる衝撃現象を波動現象としてとらえるために，例えば時間々隔が非常に短い連続打撃によって杭頭部や杭先端部に圧縮破壊が生じる現象や杭を軟弱地盤等に打撃貫入する場合に杭体に引張破壊が生じる現象等をかなり適確にとらえることが可能となってくる．

本研究では波動問題の中でも特に内部減衰一すなわち，杭体を衝撃波が伝パンしてゆく中でコンクリートの粘弾性的性質により衝撃が減衰する問題を取り上げ，実験および理論の両面から精細に検討を加えたものである．

2. 波動方程式の杭への適用

いま，図1の場を考えてみる．棒の一端を重錘 W_1 で打撃すると棒内部には圧縮波が生じ，それが速度Vで下方へ伝パンする．圧縮波が下端へ到達すると支持条件により反射波が生じる．すなわち，下端が固定であると圧縮波は圧縮波として反射し，棒の長さによってはオーバーラップする部分も考えられる．また，下端が自由であると圧縮波は引張波として棒上方へ向うことはよく知られている．本文ではこのような棒内を伝わる波動を杭打撃に応用して解析した E. A. L. Smith のモデルを利用して，コンクリートの内部減衰の問題を解析した．

Smith のモデルは図2に示すように，杭を W_3～W_{12} の質量とそれを結ぶ K_2～K_{12} のバネにおきかえたものである．いま，W_m と W_{m+1} の部分を取り出して考察してみると明らかに次式が成立する．

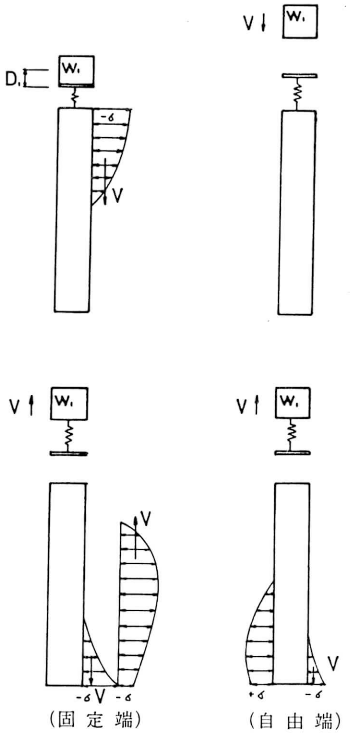


図1　衝 撃 波 の 伝 パ ン

$$D_m = d_m + V_m \varDelta t \qquad (1)$$

図3において，点線の部分が W_m，W_{m+1} の最初の位置，実線の部分が時間 n 後の位置とすると，

$$C_m = l - l' \qquad (2)$$

$$l + D_{m+1} = D_m + l' \qquad (3)$$

式 (2)，(3) よりただちに

$$C_m = D_m - D_{m+1} \qquad (4)$$

したがって，

$$F_m = C_m K_m \qquad (5)$$

W_m に働く力はスプリング m と $m-1$ による力，ならびに外力または抵抗 R_m である．したがって，W_m に働く力 Z_m は

$$Z_m = F_{m-1} - F_m - R_m \qquad (6)$$

この力による $\varDelta t$ 間の速度の増分は $Z_m(\varDelta tg/W_m)$ したがって，

$$V_m = v_m + Z_m(\varDelta tg/W_m) \qquad (7)$$

いま，それぞれ時間を一段階前 $n-1$ にした式になおすと，

$$d_m = d_m{}^* + v_m{}^* \varDelta t \qquad (1)'$$

$$c_m = d_m - d_{m+1} \qquad (4)'$$

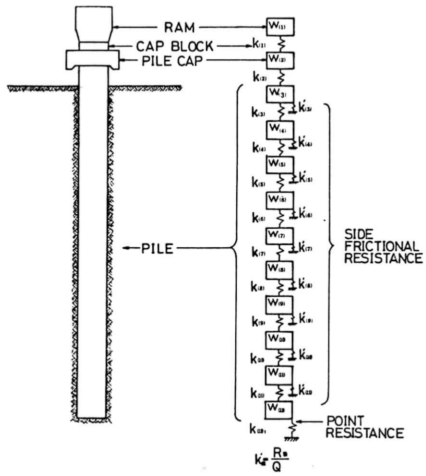


図2　Smith の杭モデル

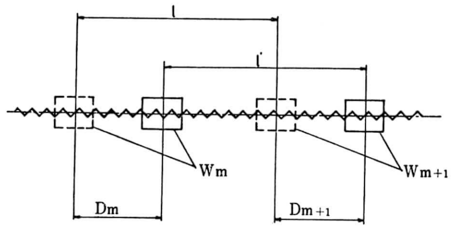


図3　要素間の相対変位

$$f_m = C_m K_m \qquad (5)'$$

$$z_m = f_{m-1} - f_m - R_m \qquad (6)'$$

$$v_m = v_m{}^* + z_m \cdot \varDelta tg/W_m \qquad (7)'$$

以上，式 (1)，(1)′，(4)′，(5)′，(6)′，(7)′ を使うと

$$D_m = 2d_m - d_m{}^* + g \cdot \varDelta t^2[(d_{m-1} - d_m)K_{m-1} - (d_m - d_{m+1})K_m - R_m]/W_m \qquad (8)$$

一方，外部抵抗 R を考えた場合の波動方程式は

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{g}{W}\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} - \frac{g}{W}R \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \frac{D_m - 2d_m + d_m{}^*}{\varDelta t^2}$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} = \frac{d_{m+1} - 2d_m + d_{m-1}}{\varDelta x^2}$$

なる関係を用いて (9) を差分方程式になおすと，

$$D_m = 2d_m - d_m{}^* + g \cdot \varDelta t^2[(d_{m-1} - d_m)K_{m-1} - (d_m - d_{m+1})K_m - R_m]/W_m$$

となり，式 (8) と一致する．すなわち，Smithの

モデルから導いた式と波動方程式とほぼ同じものをあらわしている．

符号の説明

C ＝時刻 n におけるバネのちぢみ量
c ＝時刻 $(n-1)$ におけるバネのちぢみ量
D＝時刻 n における変位量
d ＝時刻 $(n-1)$ における変位量
d^*＝時刻 $(n-2)$ における変位量
D'＝時刻 n における地盤の塑性変位
d' ＝時刻 $(n-1)$ における地盤の塑性変位
E＝杭材の弾性係数
F＝時刻 n においてバネに働く力
g ＝重力の加速度
J ＝地盤の減衰定数（くい先端抵抗に用いる）
J' ＝地盤の減衰定数（くい周辺抵抗に用いる）
K＝バネ定数
K'＝地盤のバネ定数
R ＝時刻 n における抵抗
Q ＝地盤の量大弾性変位
R_u＝最大地盤抵抗の和
$R_{um}=R_u$ の一部で W_m に対するもの
S ＝くい先端の貫入量（塑性変位）
V＝時刻 n における速度
v ＝時刻 $(n-1)$ における速度

3. 波動方程式とコンクリート内部減衰の関係

実際のコンクリート杭体においては衝撃波が伝パンする場合に何らかの抵抗が生じるためエネルギー消費が起り，初期の衝撃波は形をかえることになる．このようなコンクリートの内部減衰について Smith は次のように提案している．

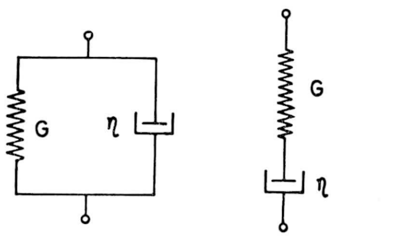
$$F_m=C_m\cdot K_m+B_m\cdot K_m(C_m-C_m)/\Delta t \quad (10)$$

ただし，B_m＝内部減衰定数

この内部減衰定数はコンクリートの粘弾性的性質による所が極めて大きい．したがって，上記の内部減衰定数を決定するためにはコンクリートの粘弾性的性質が明らかにされねばならない．一般に粘弾性体については弾性的挙動はフックの法則に従い，粘性的挙動はニュートン流体として考えるとすると，通常次式が成立する．

$$弾性挙動：\sigma_e=E\cdot\varepsilon_e \quad (11)$$

$$粘性挙動：=\eta\cdot(d\varepsilon_v/dt) \quad (12)$$



(a) Voigt Model (b) Maxwell Model

図4 粘 弾 性 モ デ ル

ここで，$\varepsilon_e, \varepsilon_v$＝弾性ひずみ，粘性流動
σ_e, σ_v＝弾性応力，弾性係数
E＝弾性係数，η＝粘性係数

このようなコンクリートの粘弾性的性質を表わすモデルの例としては図4に示したモデルが考えられている．図中 (a) は Voigt Model を示しており，(b) は Maxwell Model を示している．

Voigt Model による応力 (σ) と歪 (ε) の関係は次式で表わされる．

$$\sigma=E\varepsilon+\eta(d\varepsilon/dt) \quad (13)$$

これより，ひずみ ε についてとくと次式のように求まる．

$$\varepsilon_t=\sigma(1-e^{-(E/\eta)t})/E$$
$$=\sigma(1-e^{-\lambda t})/E \quad (14)$$

ただし，$\lambda=E/\eta$

(14) 式は一定の応力が常に作用している場合，ひずみが減少することを示すもので，λ はこの減少してゆくひずみが始めのひずみの$(1-\frac{1}{e})$ に到達する時間を表わしている．これを一般に「遅延時間」とよんでいる．

式 (13) を $\sigma=F/A$, $\varepsilon=C/l$ なる関係を利用して変形してみると次のようになる．

$$\frac{F}{A}=E\frac{C}{l}+\eta\cdot\frac{d(C/l)}{dt}$$

従って，

$$F=\frac{AE}{l}C+\eta\cdot A\cdot\frac{d(C/l)}{dt}$$

$$=KC+\frac{\eta}{E}\cdot\frac{AE}{l}\cdot\frac{C-c}{\Delta t}$$

$$=KC+\frac{\eta}{E}\cdot K\cdot\frac{C-c}{\Delta t}$$

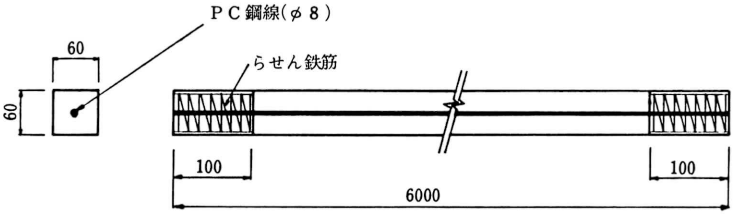


図5　実　験　供　試　体

この式を，杭体を n 個に分離してスプリングで結合した場合のモデルの一要素に置換えて考えてみると

$$F_m=K_mC_m+\frac{\eta}{E}\cdot K_m\cdot\frac{C_m-c_m}{\Delta t} \tag{15}$$

従って，$\eta/E=B_m$ とおければ上式は Smith の式 (10) と全く同一の形となることがわかる．

よって，何らかの方法で η- すなわち遅延時間 λ を決定することができれば，内部減衰定数を決定できることになる．

一方，Maxwell Model による応力 σ とひずみ ε は次のようになる．

$$\varepsilon=\varepsilon_e+\varepsilon_v \tag{16}$$

$$\sigma=\sigma_e=\sigma_v \tag{17}$$

ここで，ε＝モデル全体でのひずみ

式 (16) を t で微分して，式 (11) および式 (12) を用いると基礎方程式が次式のように得られる．

$$\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{\sigma}{\eta}+\frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} \tag{18}$$

このモデルに瞬間的にあるひずみが与えられて，そのひずみをそのまま一定に保った場合，その時に生じる応力を S とする式 (18) において $d\varepsilon/dt=0$ となり，$\sigma=S$ とおくことによって応力 S と時間の関係は次のようになる．

$$S=S_0\cdot e^{-E\cdot t/\eta} \tag{19}$$

ここで，S_0＝ひずみを瞬間的に起す場合に作用する応力

この式から，ある一定のひずみを常に持続させると，このモデルに生じていた応力が減少してゆくことがわかる．$\eta/E=\lambda'$ とおくと λ' は応力が最初に作用した応力の $1/e$ に達するまでの時間を表わしており，λ' を一般に「緩和時間」と呼んでいる．

そこで，式 (17) に式 (11) および式 (12) を代入すると次式が導かれる．

$$E\varepsilon_e=\eta\cdot(d\varepsilon_v/dt) \tag{20}$$

Maxwell Model を n 個結合したとして，$\varepsilon=C/l$ を上式に代入すれば，一要素については

$$E\cdot C_m/l=\eta/l\cdot dC_{m'}/dt \tag{21}$$

ここで，$C_{m'}$＝時間 n におけるダッシュポットの圧縮量

そこで，$C_{m'}$ について式 (15) と同様に考えると

$$\frac{dC_{m'}}{dt}=\frac{C_{m'}-c_{m'}}{\Delta t} \tag{22}$$

これを式 (21) に代入すれば，

$$C_m=\frac{\eta}{E}\cdot\frac{C_{m'}-c_{m'}}{\Delta t} \tag{23}$$

一方，式 (16) について ε はモデル全体でのひずみ量なので，これを Smith の式に適用すると，一要素 m について

$$\varepsilon=(D_{m+1}-D_m)/l \tag{24}$$

よって，式（4）は次のように変形される．

$$(D_{m+1}-D_m)=\frac{\eta}{E}\cdot\frac{C_{m'}-c_{m'}}{\Delta t}+C_{m'}$$
$$=C_{m'}\left(\frac{\eta}{E\cdot\Delta t}+1\right)-\frac{\eta}{E\cdot\Delta t}\cdot c_{m'}$$

よって，

$$C_{m'}=(D_{m+1}-D_m)/(\eta/E\cdot\Delta t+1)$$
$$+(\eta C_{m'}/E\cdot\Delta t)/(\eta/E\cdot\Delta t+1)$$
$$=(D_{m+1}-D_m)/(\eta/E\cdot\Delta t+1)$$
$$+c_{m'}/(1+E\cdot\Delta t/\eta)$$

ここで，$\eta/E=B_{m'}$ とおき，Voigt Model の場合と同様に内部減衰定数と考えると

$$C_m=(D_{m+1}-D_m)-\left\{\frac{(D_{m+1}-D_m)}{(B_{m'}/\Delta t+1)}+\frac{c_{m'}}{(1+\Delta t/B_{m'})}\right\} \tag{25}$$

となる．これを式 (10) と置き換えることによって Maxwell Model を Smith の式で内部減衰定数を考えたものと本質的に同等のものとなる．従って，この

表　1　コンクリートの配合および物理的性質

コンクリートの種類	配合：粗骨材の最大寸法 (mm)	スランプの範囲 (cm)	空気量の範囲 (%)	水セメント比 W/C (%)	細骨材率 S/a (%)	単位量 (kg/m³)：水 W	セメント C	細骨材 S	粗骨材 G	混和材：シリカ	マイティー	物理的性質：密度 (g/cm²)	圧縮強度 (kg/cm²)	弾性係数 (×10⁵ kg/cm²)
オートクレーブ養生コンクリート	20	8±2	1.0	28.5	30	180	450	364	859	200	5.40	2.6	1000	3.3
蒸気養生コンクリート	20	8±2	2±1	36.8	40	167	470	692	1049		5.64	2.4	550	3.0

※使用材料の比重は，セメント．3.13，細骨材．2.62，粗骨材．2.65，である

$B_{m'}$ は Maxwell Model における応力緩和時間に等しく，この応力緩和時間を求めれば内部減衰定数を決定することが可能となる．

4.　使用材ならびに実験方法

4. 1　使用材料

実験に用いた供試体は図5に示すような断面が60×60mm，長さ 6000mm のプレストレストコンクリート棒であって，断面の中心には PC 鋼線（ϕ 8.0，降伏点応力度 14100kg/cm²）が1本配置しており，断面にはおよそ 40kg/cm² のプレストレスを導入したものである．使用したコンクリートは2種類あって，一つはオートクレーヴ養生をしたもので，圧縮強度は約1000kg/cm² 弾性係数は 3.4×10⁵kg/cm² であり，他方は蒸気養生したもので圧縮強度は 550kg/cm² 程度，弾性係数は 3.0×10⁵kg/cm² のものである．これらのコンクリートの配合ならびに物理的性質を表1に示す．

4. 2　実験方法

実験装置はその概略を 図6（a）に示すように，供試体を蛮線（ϕ3mm）によって上方から3点で吊し，水平に設置したものを鋼製の重錘（重量 12.8 kg）で打撃を与えるようにしたものである．

実験方法は重錘を所定の位置まで引上げ，これを離すことによって供試体に衝撃を与え，生じた衝撃波形を 図6（b）に示した測定回路（歪ゲージ―ブリッジボックス―増幅器―シンクロスコープ）によってとらえたものである．なお，衝撃波形の記録については本実験で使用したシンクロスコープは波形がストレージできるものであるのでこれを透明の記録紙に写し取った．また，測定の方法としては，2現象シンクロスコープのため4つの測定点を同時に記録できないので，

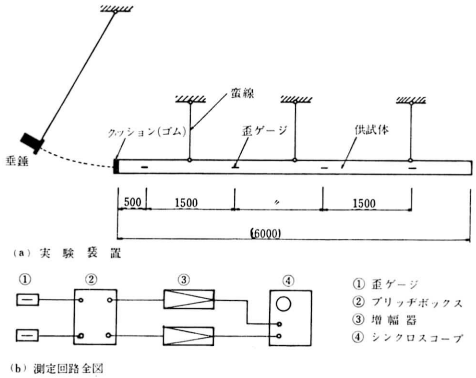


図6　実　験　方　法

一つの測定点は常に測定し，残りの測定点を順次入れ替え，3回の打撃を行うことにより，1個のデータが取れるようにした．

5.　実験結果および考察

実験より得られた衝撃波形より内部減衰定数を決定するに当って，Voigt Model における遅延時間および Maxwell Model における緩和時間を求める必要がある．この求め方を具体的に以下に示す．

（a）Voigt Model の場合

供試体に生じた衝撃波は図7に示すようなもので，

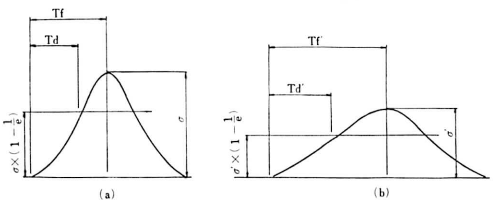
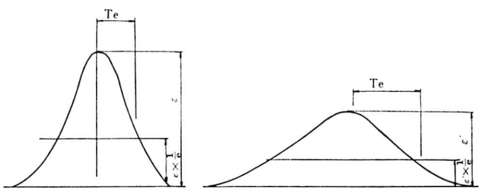


図7　フォクトモデルにおける遅延時間

初期の衝撃波（a）すなわち粘性がないと考えられる衝撃波が時間の経過のために（b）のように変化する．従って，粘性がある場合のひずみがピーク値の（1−1/e）倍に達する時間 $T_{d'}$ と粘性がない場合の（1−1/e）倍になる時間 T_d との間には明らかに差が生じ，この差（$T_{d'}-T_d$）が粘性による遅れと考えられ，これが遅延時間となる．

（b）Maxwell Model の場合

供試体に生じた衝撃波を Maxwell Model について考えたものが図8であって，粘性がない場合の衝撃波（a）とある場合のそれ（b）とでは立下がり時間に差が生じることになる．そこで，コンクリートの塑性的性質を無視すれば，ピーク値のひずみの 1/e 倍になるまでの立下がり時間の差（$T_{e'}-T_e$）が結局緩和時間となる．



(a)　　　　(b)

図8　マックスウェルモデルにおける緩和時間

実験より得られた衝撃波形から，表2〜表3は Voigt Model の場合の遅延時間を，表4〜表5は Maxwell Model の場合の緩和時間について，種々の条件（コンクリートの種類；2種類，重錘の角度；15°，20°，30°）の下で整理したものである．

さらに，表6はオートクレーヴ養生したコンクリートおよび蒸気養生したコンクリートについて，実験で得られた内部減衰定数について取纏めたものである．同表より，Voigt Model における内部減衰定数はオートクレーヴ養生コンクリートで 0.000263，蒸気養生コンクリートで 0.000235 であった．また，Maxwell Model においての値はオートクレーヴ養生コンクリートで 0.000336，蒸気養生コンクリートで 0.000371 であった．これらの内部減衰定数の実験値からコンクリートの相違による差はほとんど認められない．

次に，実験より得られた内部減衰定数を用いて理論解析した波形と実測波形の比較の一例を図9（a）および図9（b）に示す．

これらの図から，Voigt Model および Maxwell

表　2　Voigt Model におけるオートクレーヴ養生コンクリートの内部減衰定数の実測値

ゲージNo.	重錘の角度　θ=15°				重錘の角度　θ=20°				重錘の角度　θ=30°			
	No.1	No.2	No.3	No.4	No.1	No.2	No.3	No.4	No.1	No.2	No.3	No.4
立上り時間 (平均)	1.18 0.95 0.95	1.70 1.40 1.75			1.00 0.96 1.00	1.20 1.65 1.30			0.77 0.83 0.70	1.20 1.25 1.20		
	1.03	1.62			0.99	1.38			0.76	1.22		
立上り時間 (平均)	0.83 0.83 1.15		1.40 1.40 1.65		0.80 0.94		1.38 1.57		0.98 1.00 0.92		1.60 1.65 1.50	
	0.94		1.48		0.87		1.48		0.96		1.58	
立上り時間 (平均)	0.92 0.92 0.82			1.45 1.47 1.45	0.80 1.08 0.75			1.65 1.60 1.50	1.20 1.00 0.98			1.65 1.60 1.65
	0.89			1.46	0.88			1.58	1.06			1.63
①平　均	$\frac{1.03+0.94+0.89}{3}$ =0.95	$1.62\times\frac{0.95}{1.03}$ =1.49	$1.48\times\frac{0.95}{0.94}$ =1.50	$1.46\times\frac{0.95}{0.89}$ =1.56	$\frac{0.99+0.87+0.88}{3}$ =0.91	$1.38\times\frac{0.91}{0.99}$ =1.27	$1.48\times\frac{0.91}{0.87}$ =1.55	$1.58\times\frac{0.91}{0.88}$ =1.62	$\frac{0.76+0.96+1.06}{3}$ =0.93	$1.22\times\frac{0.93}{0.76}$ =1.49	$1.58\times\frac{0.93}{0.96}$ =1.53	$1.63\times\frac{0.93}{1.06}$ =1.43
②理 論 値	0.63	0.87	0.90	1.06	0.70	0.82	0.99	1.07	0.73	0.90	1.02	1.06
① − ②	0.32	0.62	0.60	0.50	0.21	0.45	0.56	0.55	0.20	0.59	0.51	0.37
×1/2000sec	0.000160	0.000310	0.000300	0.000250	0.000105	0.000225	0.000280	0.000275	0.000100	0.000295	0.000255	0.000185

表　3　Voigt Model における蒸気養生コンクリートの内部減衰定数の実測値

ゲージNo.	重錘の角度　θ=15°				重錘の角度　θ=20°				重錘の角度　θ=30°			
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
立上り時間(平均)	1.04	1.50			0.95	1.20			0.92	1.25		
	1.02	1.33			0.87	1.26			0.83	1.15		
	0.80	1.20			0.95	1.23			0.90	1.20		
	0.95	1.34			0.92	1.23			0.88	1.20		
立上り時間(平均)	0.82		1.57		0.62		1.28		0.98		1.65	
	1.18		1.84		0.80		1.46		1.04		1.75	
	0.90		1.80		0.80		1.28		1.12		1.85	
	0.97		1.74		0.74		1.34		1.05		1.75	
立上り時間(平均)	1.00			1.85	0.88			1.76	1.20			1.90
	0.88			1.55	0.95			1.70	1.12			1.85
	0.72			1.62	0.93			1.85	1.00			1.70
	0.87			1.67	0.92			1.77	1.10			1.82
①平　均	$\frac{0.95+0.97+0.87}{3}$ =0.93	$1.34\times\frac{0.93}{0.95}$ =1.31	$1.74\times\frac{0.93}{0.97}$ =1.67	$1.67\times\frac{0.93}{0.87}$ =1.79	$\frac{0.92+0.74+0.92}{3}$ =0.86	$1.23\times\frac{0.86}{0.92}$ =1.15	$1.34\times\frac{0.86}{0.74}$ =1.56	$1.77\times\frac{0.86}{0.92}$ =1.65	$\frac{0.88+1.05+1.10}{3}$ =1.01	$1\ 20\times\frac{1.01}{0.88}$ =1.38	$1.75\times\frac{1.01}{1.05}$ =1.68	$1.87\times\frac{1.01}{1.10}$ =1.67
②理論値	0.76	0.91	1.08	1.22	0.77	0.91	1.08	1.20	0.73	0.92	1.08	1.20
① − ②	0.17	0.40	0.59	0.57	0.09	0.24	0.48	0.45	0.28	0.46	0.60	0.47
×1/2000sec	0.000085	0.000200	0.000295	0.000285	0.000045	0.000120	0.000240	0.000225	0.000140	0.000230	0.000300	0.000235

表　4　Maxwell Model におけるオートクレーヴ養生コンクリートの内部減衰定数の実測値

ゲージNo.	重錘の角度　θ=15°				重錘の角度　θ=20°				重錘の角度　θ=30°			
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
立上り時間(平均)	1.75	1.95			1.65	1.95			1.43	1.95		
	1.80	1.74			1.68	1.83			1.45	1.98		
	1.60	1.84			1.72	1.63			1.32	1.90		
	1.72	1.84			1.68	1.80			1.40	1.94		
立上り時間(平均)	1.60		1.22		1.42		1.27		1.35		0.93	
	1.65		1.10		1.50		1.20		1.33		1.25	
	1.80		1.14						1.37		1.25	
	1.68		1.15		1.46		1.24		1.35		1.14	
立上り時間(平均)	1.50			0.90	1.40			0.63	1.40			0.62
	1.48			0.83	1.60			0.65	1.43			0.70
	1.50			0.82	1.45			0.60	1.35			0.48
	1.49			0.85	1.48			0.63	1.39			
①平　均	$\frac{1.72+1.68+1.49}{3}$ =1.63	$1.84\times\frac{1.63}{1.72}$ =1.74	$1.15\times\frac{1.63}{1.68}$ =1.12	$0.85\times\frac{1.63}{1.49}$ =0.93	$\frac{1.68+1.46+1.48}{3}$ =1.54	$1.80\times\frac{1.54}{1.68}$ =1.65	$1.24\times\frac{1.54}{1.46}$ =1.31	$0.63\times\frac{1.54}{1.48}$ =0.66	$\frac{1.40+1.35+1.39}{3}$ =1.38	$1.94\times\frac{1.38}{1.40}$ =1.91	$1.14\times\frac{1.38}{1.35}$ =1.17	$0.60\times\frac{1.38}{1.39}$ =0.60
②理論値	0.82	0.88	0.80	0.71	0.80	0.90	0.75	0.70	0.80	0.87	0.77	0.65
① − ②	0.81	0.86	0.32	0.21	0.74	0.75	0.66	−0.04	0.58	1.04	0.40	−0.05
×1/2000sec	0.000405	0.000430	0.000160	0.000105	0.000370	0.000375	0.000330		0.000290	0.000520	0.000200	

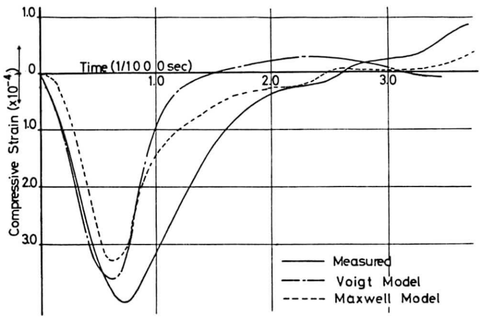
表 5　Maxwell Model における蒸気養生コンクリートの内部減衰定数の実測値

ゲージNo.	重錘の角度 $\theta=15°$				重錘の角度 $\theta=20°$				重錘の角度 $\theta=30°$			
	No.1	No.2	No.3	No.4	No.1	No.2	No.3	No.4	No.1	No.2	No.3	No.4
立上り時間 (平均)	1.75 1.80 1.55	1.85 1.82 1.60			1.60 1.60 1.40	1.88 1.70 1.85			1.32 1.20 1.28	1.60 1.75 1.60		
	1.70	1.76			1.53	1.81			1.27	1.65		
立上り時間 (平均)	1.60 1.68 1.55		1.40 1.40 1.20		1.55 1.45 1.45		1.40 1.27 1.20		1.26 1.34 1.45		1.15 1.33 1.34	
	1.61		1.33		1.48		1.29		1.35		1.27	
立上り時間 (平均)	1.75 1.98 1.60			0.80 0.92 0.82	1.60 1.80 1.60			0.76 0.94 0.75	1.65 1.40 1.55			0.70 0.83 0.78
	1.78			0.84	1.67			0.82	1.53			0.77
①平　均	$\frac{1.70+1.61+1.78}{3}$ $=1.70$	$1.76\times\frac{1.70}{1.70}$ $=1.76$	$1.33\times\frac{1.70}{1.61}$ $=1.40$	$0.84\times\frac{1.70}{1.78}$ $=0.80$	$\frac{1.53+1.48+1.67}{3}$ $=1.56$	$1.81\times\frac{1.56}{1.53}$ $=1.85$	$1.29\times\frac{1.56}{1.48}$ $=1.36$	$0.82\times\frac{1.56}{1.67}$ $=0.78$	$\frac{1.27+1.35+1.53}{3}$ $=1.38$	$1.65\times\frac{1.38}{1.27}$ $=1.79$	$1.27\times\frac{1.38}{1.35}$ $=1.30$	$0.77\times\frac{1.38}{1.53}$ $=0.70$
②理論値	0.85	0.85	0.70	0.65	0.83	0.83	0.83	0.70	0.88	0.88	0.80	0.64
① － ②	0.85	0.91	0.70	0.15	0.73	1.02	0.53	0.08	0.50	0.91	0.50	0.06
×1/2000sec	0.000425	0.000455	0.000350	0.000075	0.000365	0.000510	0.000265	0.000040	0.000250	0.000465	0.000250	0.000030

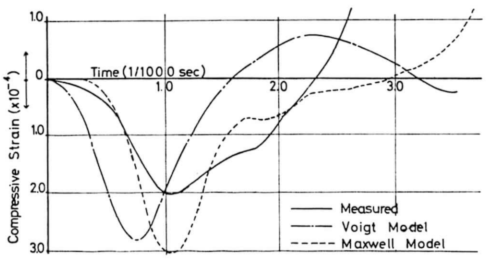
表 6　各種コンクリートの内部減衰定数

	コンクリートの種類	オートクレーヴ養生コンクリート				蒸気養生コンクリート			
	ゲージNo.	No.1	No.2	No.3	No.4	No.1	No.2	No.3	No.4
Voigt Model	$\theta=15°$	0.000160	0.000310	0.000300	0.000250	0.000085	0.000200	0.000295	0.000285
	$\theta=20°$	0.000105	0.000225	0.000280	0.000275	0.000045	0.000120	0.000240	0.000225
	$\theta=30°$	0.000100	0.000295	0.000255	0.000185	0.000140	0.000230	0.000300	0.000235
	平　均	0.000122	0.000277	0.000278	0.000234	0.000090	0.000180	0.000278	0.000248
	総平均		0.000263				0.000235		
Maxwell Model	$\theta=15°$	0.000405	0.000430	0.000160	0.000105	0.000425	0.000455	0.000350	0.000075
	$\theta=20°$	0.000370	0.000375	0.000330		0.000365	0.000510	0.000265	0.000040
	$\theta=30°$	0.000290	0.000520	0.000230		0.000250	0.000465	0.000250	0.000030
	平　均	0.000355	0.000442	0.000230		0.000347	0.000477	0.000288	0.000048
	総平均	0.000336				0.000371			

Model での内部減衰定数を使用した場合，測定点が打撃端に近いもののそれぞれの波形はあまり差がないように見受けられるが，打撃端から離れた場合の波形はピーク値に達するまでの時間およびピーク値等に相違がかなりはっきり出てくる．すなわち，ピーク値に達するまでの時間については Maxwell Model の場合の方が Voigt Model の場合より，実測波形にかなり近いことが認められる．また，ピーク値については，打撃先端からの各距離におけるピーク値の詳細を示した図10から，Maxwell Model の場合の応力の減衰の仕方は極めて小さく，Voigt Model の場合の方が減衰の仕方は大きく，これは実測値のものにかなり近



（a）　打撃端から50*mm*の位置における各波形の比較



（b）　打撃端から1,550 *mm* の位置における各波形の比

図 9　衝撃波の実測波形と理論波形の比較

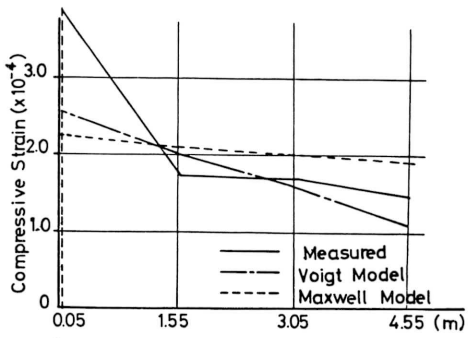
いものであることが認められる．

6. むすび

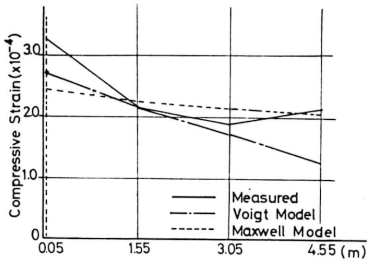
単位セメント量や養生方法等がかなり異る２種類のコンクリートについて，衝撃試験をした範囲から，コンクリートの内部減衰について次のことが言えると思われる．

（1）コンクリートの内部減衰定数はコンクリートの種類にはほとんど関係せず，Voigt Model より得られた値B_mは 0.000263〜0.000235，Maxwell Model では $B_{m'}$ は 0.000336〜0.000371 程度であった．

（2）Voigt Model および Maxwell Model より求められた内部減衰定数を用いて理論波形を求めた結果から，Maxwell Model の場合にはピーク値に達するまでの時間についてはかなり実測に近いものが得られるが，ピーク値の減衰の仕方はかなり小さく，一方，Voigt Model の場合にはピーク時の値および減衰の仕方は実際のものに近いことの特徴が認められた．



（a）　オードクレーブ養生コンクリート（角度30°）



（b）　蒸気養生コンクリート（角度30°）

図 10　各点におけるピーク値の比較

参考文献

1) E. A. L. Smith: Pile-driving analysis by the wave equation, Transaction of A. S. C. E. 1962.
2) E. A. L. Smith: Impact and longitudinal wave transmission: Transaction of A. S. C. E. 1955.
3) 渡辺他２名：波動方程式によるくいの打撃時応力解析，コンクリートジャーナル，Vol. 6, No. 10, Jan. 1967.
4) 松本進：模型パイルによる打込時応力の測定，土木学会年次学術講演集，第Ｖ部門，昭和44年.
5) 岩崎訓明：コンクリートの特性，共立出版.