

# 輪郭制御のできない NC フライス盤における近似輪郭 切削について (平面輪郭の場合)

田 中 秀 穂

(受理 昭和 48 年 5 月 31 日)

## ON THE APPROXIMATE CONTOURING WITH POSITIONING/STRAIGHT CUT CONTROL NC MILLING MACHINE. (ON PLANE PROFILE)

Hideho TANAKA

For contouring with the positioning/straight cut control NC milling machine, the profile must be cut with stepped approximations, using the small straight movements of the table  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  in the directions of the  $x$  and  $y$  axes.

Some methods are introduced for these approximate contourings. While, these approximate cutting methods cause the unavoidable residual height  $\Delta h$ , and this  $\Delta h$  is related to  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  and cutter radius  $r$ . The relations among these are discussed on the cuttings of the circumferences and straight lines had any angles of inclination which we encounter well in cutting operations generally.

### 1. は じ め に

一般に、フライス加工においては、その作業の大半は直線切削で占められ、曲線加工は作業比率も小さい。したがって、実習教育を目的とするような場合、高価な輪郭制御可能な NC フライス盤を導入することは予算的裏づけのある場合は別として、低廉な位置決め直線切削用の NC フライス盤を活用して、曲線の切削加工の可能な方法を見出すことは、興味あることである。しかるに、このような曲線の切削を輪郭制御のできない NC フライス盤で行う場合、カッターの各軸方向の直線の微小移動を利用し、階段状に要求される輪郭曲線に近似して切削しなければならない。

そこで、本報では、 $X$ ,  $Y$  平面内における輪郭切削を目的に、その便法を提案し実際に平面輪郭切削を行い、それが可能なことを確認した。

一方、この階段状の近似切削は、図 1 に示すような削り残しを生ずることは免かれず、これを小さくするためには、 $X$ ,  $Y$  軸方向のカッターの微小移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を細かくすればよいわけであるが、作業能率の点からこの削り残し高さ  $\Delta h$  を、要求される仕上精度内におさめ、効率よく作業を行うことが望まれるため、実際上最も多く利用される任意の傾きをもつ直線、お

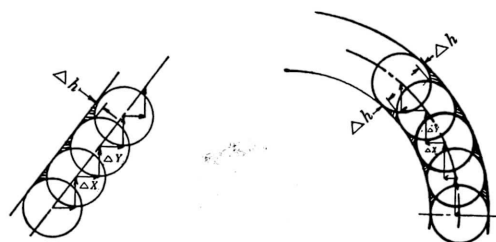


図 1 階段状近似切削における削り残し

よび円弧切削の場合について、 $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  と  $\Delta h$  との関係を数式的に求め、実際に切削した場合と比較検討した結果について報告する。

### 2. 任意の曲線の近似切削

#### 2・1 カッター中心の軌跡の求め方

いま、図 2 に示すように  $y=f(x)$  の形で表示できる任意の曲線について、階段状の近似切削を行うとき、カッター中心の軌跡は、 $y=f(x)$  の任意の点における接線に対し、直角にカッターの半径 ( $r$ ) だけ移動した点の軌跡となる。したがって、 $y=f(x)$  の曲線を切削するとき、新しく求められたカッター中心の軌跡  $Y=f(X)$  に沿ってカッターを、 $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  だけずつ階段状



表1 実験条件

使用機械	日立精機製 MD 型 FANUC 260A 付き
加工条件	被削材 アルミニウム
	切削速度 24.5 m/min (390 rpm)
	使用工具 エンドミル 20 $\phi$
	切削油 軽油

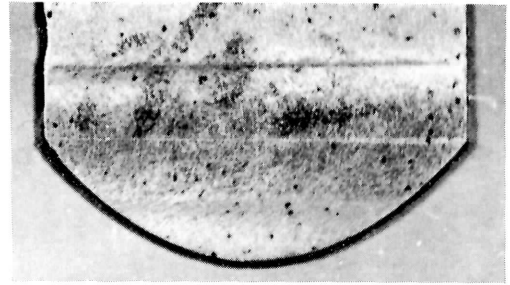


図4 放物線の切削実例

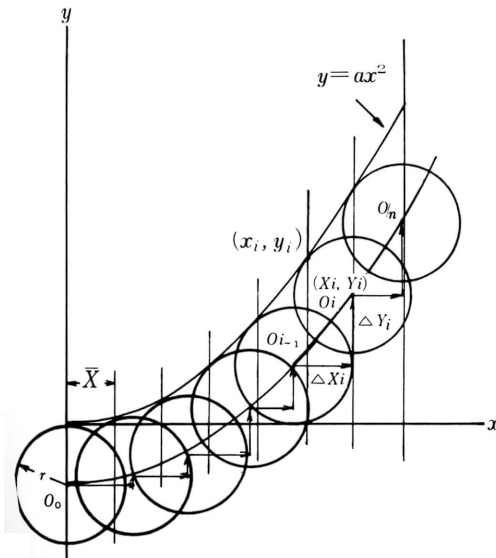


図3 放物線の近似切削

$$\Delta Y_i = ax_i^2 - ax_{i-1}^2 \left( + \right) r \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (2ax_i)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + (2ax_{i-1})^2}} \right]$$

いま、 $x$  軸を等間隔に分け、その大きさを  $\bar{X}$  とすると

$$\begin{aligned} \Delta Y_i &= a\{(i\bar{X})^2 - (i-1)^2\bar{X}^2\} \left( + \right) r \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (2ai\bar{X})^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \{2a(i-1)\bar{X}\}^2}} \right] \\ &= a\bar{X}^2(2i-1) \left( + \right) r \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (2ai\bar{X})^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \{2a(i-1)\bar{X}\}^2}} \right] \dots\dots\dots(2.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta X_i &= (x_i - x_{i-1}) \left( - \right) r \left[ \frac{2ax_i}{\sqrt{1 + (2ax_i)^2}} - \frac{2ax_{i-1}}{\sqrt{1 + (2ax_{i-1})^2}} \right] \\ &= \bar{X} \left[ 1 \left( - \right) 2ar \left\{ \frac{i}{\sqrt{1 + (2ai\bar{X})^2}} - \frac{i-1}{\sqrt{1 + \{2a(i-1)\bar{X}\}^2}} \right\} \right] \dots\dots\dots(2.14) \end{aligned}$$

で必要なカッター移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を計算できる。

図4に  $\bar{X}=3\text{mm}$  として切削された、 $y=0.02x^2$  の放物線を示す。

#### ii) 楕円の切削

図5に示す方法で、 $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$  で表わされる楕円を切削する場合について、第一象限において  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を求めると、i) と同様に、(2・9), (2・10), および(2・11), (2・12)式より

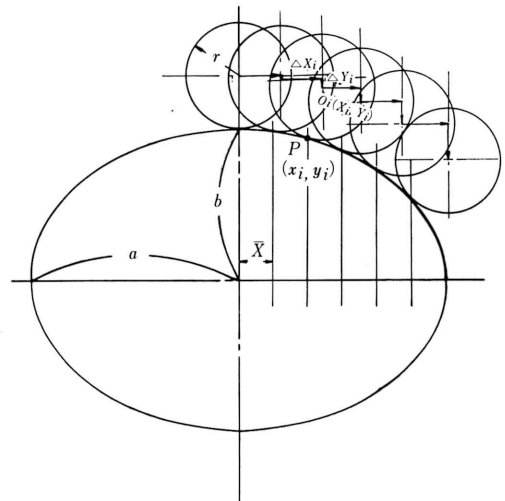


図5 楕円の近似切削

$$\begin{aligned}
\Delta Y_i &= b \left[ \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}} - \sqrt{1 - \frac{x_{i-1}^2}{a^2}} \right] \\
&\quad (+) r \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{-b^2}{a^2} \cdot \frac{x_i}{y_i} \right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{-b^2}{a^2} \cdot \frac{x_{i-1}}{y_{i-1}} \right)^2}} \right] \\
&= \frac{b}{a} [\sqrt{a^2 - x_i^2} - \sqrt{a^2 - x_{i-1}^2}] (+) r a^2 \left[ \frac{y_i}{\sqrt{a^4 y_i^2 + b^4 x_i^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{y_{i-1}}{\sqrt{a^4 y_{i-1}^2 + b^4 x_{i-1}^2}} \right] \\
&= \frac{b}{a} [\sqrt{a^2 - i^2 \bar{X}^2} - \sqrt{a^2 - (i-1)^2 \bar{X}^2}] \\
&\quad (+) r a \left[ \sqrt{\frac{a^2 - i^2 \bar{X}^2}{a^4 - k^2 i^2 \bar{X}^2}} - \sqrt{\frac{a^2 - (i-1)^2 \bar{X}^2}{a^4 - k^2 (i-1)^2 \bar{X}^2}} \right] \dots\dots\dots (2.15) \\
\Delta X_i &= (x_i - x_{i-1}) (+) (-) r \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \left( -\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y_i}{x_i} \right)^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{1 + \left( -\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y_{i-1}}{x_{i-1}} \right)^2}} \right]
\end{aligned}$$

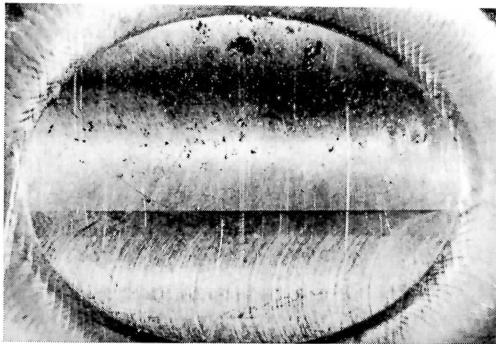


図6 楕円の切削実例

$$\begin{aligned}
&= (x_i - x_{i-1}) (+) (-) r b \left[ \frac{x_i}{\sqrt{a^4 - k^2 x_i^2}} - \frac{x_{i-1}}{\sqrt{a^4 - k^2 x_{i-1}^2}} \right] \\
&= \bar{X} (+) (-) r b \left[ \frac{i \bar{X}}{\sqrt{a^4 - k^2 i^2 \bar{X}^2}} - \frac{(i-1) \bar{X}}{\sqrt{a^4 - k^2 (i-1)^2 \bar{X}^2}} \right] \dots\dots\dots (2.16)
\end{aligned}$$

但し  $k$ : 焦点距離

となり、残りの各象限においては、この求めた  $\Delta Y$ ,  $\Delta X$  の正負の符号および指令順序を考慮してきめればよい。

図6に、 $\bar{X}=1\text{mm}$  として切削された  $x^2/40^2 + y^2/30^2 = 1$  の楕円の実例を示す。

### iii) 円弧の切削

図7に示す方法で、 $x^2 + y^2 = R^2$  にて表わされる円を切削する場合、前と同様にして、第1象限において、 $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を求めると、(2・9), (2・10), (2.11), (2・12) 式より

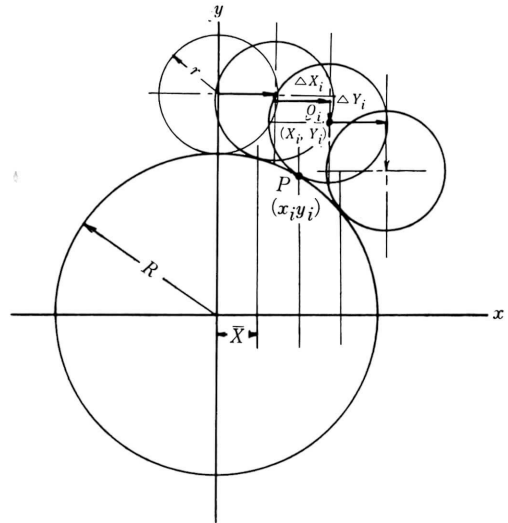


図7 円の近似切削

$$\begin{aligned}
\Delta Y_i &= (y_i - y_{i-1}) (-) (+) \frac{r}{R} (y_i - y_{i-1}) \\
&= (y_i - y_{i-1}) \left( 1 (-) \frac{r}{R} \right) \\
&= (\sqrt{R^2 - (i \bar{X})^2} - \sqrt{R^2 - (i-1)^2 \bar{X}^2}) \left( 1 (-) \frac{r}{R} \right) \dots\dots\dots (2.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta X_i &= (x_i - x_{i-1}) \left( 1 (+) \frac{r}{R} \right) \\
&= i \bar{X} \left( 1 (+) \frac{r}{R} \right) \dots\dots\dots (2.18)
\end{aligned}$$

となり、残りの各象限においては、上の二式で求められた  $\Delta Y$ ,  $\Delta X$  の値を正負の符号、および指令順序を考慮してきめればよい。

一方、円弧の切削の場合、図13に示すように、円弧を任意の角度  $\Delta\theta$  に等分割し、

$$\Delta Y_i = R' (\sin i \Delta\theta - \sin (i-1) \Delta\theta) \dots\dots\dots (2.19)$$

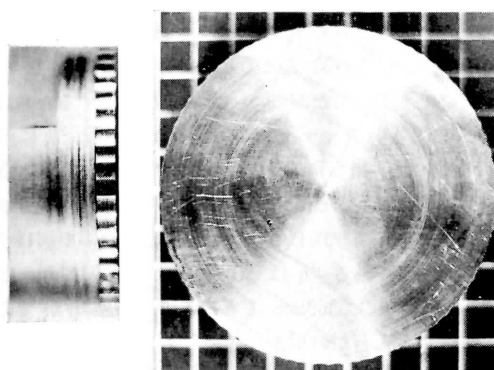
$$\Delta X_i = R' (\cos i \Delta\theta - \cos (i-1) \Delta\theta) \dots\dots\dots (2.20)$$

但し  $R' = R + r$  (外面削り), または  $R - r$  (内面削り)

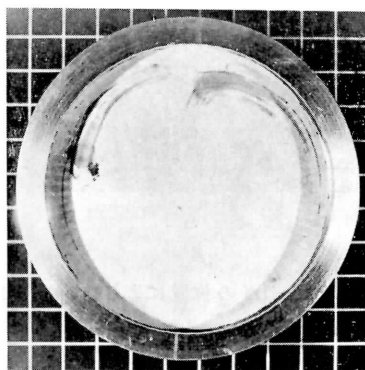


で求めることも便利である。

図8に、(2・19)、(2・20)式で求めた、 $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ より分割角度  $\Delta\theta=5^\circ$ ,  $r=10\text{ mm}$ ,  $R=50\text{ mm}$  の外面削り（同図-イ）、内面削り（同図-ロ）された実例を示すが、これには、後述する削り残し高さ  $\Delta h$  を比較するため、故意に分割角度を  $5^\circ$  と大きくしたので削り残しがみられる。



(イ)



(ロ)

図8 円の切削実例 (イ)外面削り(ロ)内面削り

#### iv) 任意の傾きをもつ直線の切削

図10に示す方法で、 $y=ax$  の直線を切削する場合や  
はり前と同様にして、

$$\begin{aligned}\Delta Y &= a(x_i - x_{i-1}) - \left( \frac{r}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{r}{\sqrt{1+a^2}} \right) \\ &= a(x_i - x_{i-1}) \\ &= a\bar{X} \dots\dots\dots(2.21)\end{aligned}$$

あるいは、傾き角を  $\alpha$  とすれば、

$$\Delta Y = \tan\alpha \cdot \bar{X} \dots\dots\dots(2.21')$$

$$\begin{aligned}\Delta X &= x_i - x_{i-1} + \left( \frac{ra}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{ra}{\sqrt{1+a^2}} \right) \\ &= x_i - x_{i-1} = \bar{X} \dots\dots\dots(2.22)\end{aligned}$$

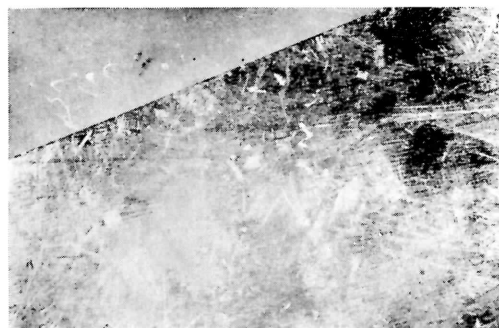


図9 直線の切削実例

で表わされ、したがって、任意の傾きの直線の切削の場合は  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  はいづれの点でも等しい。

図9に、 $\alpha=20^\circ$ ,  $r=10\text{ mm}$ ,  $\Delta X=1.46\text{ mm}$ ,  $\Delta Y=5.3\text{ mm}$  で切削された実例を示す。これも前の円の切削の場合と同様、 $\Delta h$  を強調するため、 $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を大きくしてあるので削り残し高さが見られる。

### 3. 近似切削における削り残しについて

前述の方法で、任意の輪郭または直線の切削を行えば、必然的に免かれようもない削り残し高さ  $\Delta h$  を生ずることになり、これを実用上要求される精度内におさめるべく、作業能率とにらみ合せてカッターの微小移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  およびカッターの直径を決定することが必要になってくる。

一般に、実際の作業では、円弧の切削、任意の傾きの直線の切削が大半を占めるので、本節では、この場合について削り残し高さ  $\Delta h$  と  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , およびカッター径の変化による関係を検討することにする。

#### 3・1 任意の傾きをもつ直線の切削の場合

図10のように、カッターを座標原点にセットした場合、カッターのオフセット量は、 $X_s=r\sin\alpha$ ,  $Y_s=r\cos\alpha$  で与えられる。つきに、図4より、

$$(r - \Delta h)^2 + \left( \frac{\Delta x}{2\cos\alpha} \right)^2 = r^2$$

$$\frac{\Delta x^2}{4r^2\cos^2\alpha} = \frac{2\Delta h}{r} - \frac{\Delta h^2}{r^2}$$

ここで、 $\Delta h^2/r^2$  を無視して

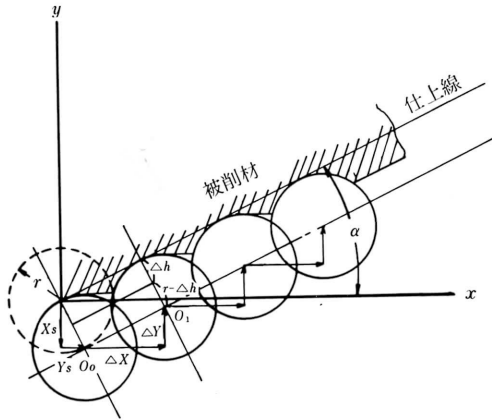


図10 直線切削における削り残し

$$\Delta X \doteq \sqrt{8r} \Delta h \cos \alpha$$

$$\Delta X \doteq 2\sqrt{D} \cdot \Delta h \cos \alpha \quad (3.1)$$

$D$ : カッター直径

同様にして

$$\Delta Y \doteq 2\sqrt{D} \cdot \Delta h \sin \alpha \quad (3.2)$$

(3.1) (3.2)式より

$$\Delta h = \frac{\Delta X^2}{4D \cos^2 \alpha} = \frac{\Delta Y^2}{4D \sin^2 \alpha} \quad (3.3)$$

(3.1), (3.2)式より, カッター直径  $D$ , 直線の傾き  $\alpha$  が与えられれば, 所要の仕上精度に対する削り残し高さ  $\Delta h$  をうるためのカッターの移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を決定でき, 一方 (3.3) 式により逆に,  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  より  $\Delta h$  を決定できる. したがって,  $\Delta h$  を小さくするためには  $D$  の大きいカッターのよいことがわかる. 前に示した図9は, 傾き角  $\alpha = 20^\circ$ , カッター直径  $20\phi$ ,  $\Delta X = 1.46 \text{ mm}$ ,  $\Delta Y = 5.3 \text{ mm}$  で実際に切削された例を示し, これの, 削り残し高さ  $\Delta h$  を測定したのが図11である. 計算される  $\Delta h$  は, (3.3)式より  $0.0302 \text{ mm}$  となり, 測定値  $0.0369 \text{ mm}$  であるのでその差  $6.7\mu$  でよく一致することがわかる.

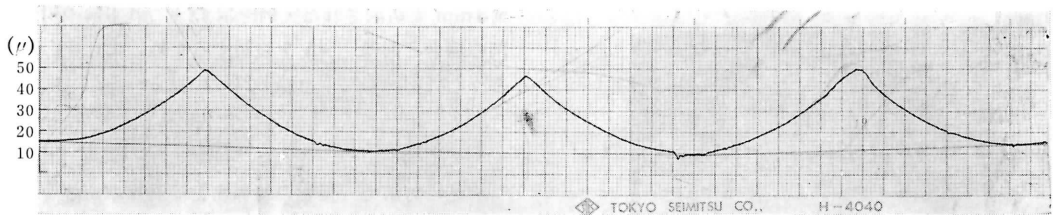


図11 近似直線切削時の表面形状

図12は, カッター直径 ( $D$ ), 直線の傾き角 ( $\alpha$ ) より所要の削り残し高さ ( $\Delta h$ ), をうるための, 必要カッター移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を求める計算図表である. 例えば, 要求する削り残し高さ  $\Delta h = 5\mu$  とし  $D = 50\phi$  のカッターを使用して,  $30^\circ$ の傾きの直線を切削するときのカッター移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  は,  $D \cdot \Delta h = 20 \times 0.005 = 0.1$  となるので,  $0.1$ の円弧と  $30^\circ$ の線の交点より図中に示す矢印のように  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  を求めれば,  $\Delta X = 0.548 \text{ mm}$ ,  $\Delta Y = 0.316 \text{ mm}$  をうることができる.

### 3.2 円弧切削の場合

図13に示すように, 外面削りと内面削りにわけて考える. まず, 円弧を任意の角度に等分割し, カッターの進行方向は反時計方向,  $x$  軸上の  $O_0$  の位置より切削を開始し,  $O_1, O_2, \dots, O_n$  点に順次カッターを移動させるものとする. (図中, カッター移動の矢印は内面削りについて示してある). この場合, 図から明ら

かなように, 切削点の位置によりカッターの移動量  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  は異っている. いま,

削られる円弧の半径	$R_0$ (外面), $R_i$ (内面)
カッター半径	$r$
削り残し高さ	$\Delta h_o$ (外面), $\Delta h_i$ (内面)
分割角度	$\Delta \theta$
分割数	$n$
カッター中心の軌跡半径	$R'$ とすると

i) 内面削りの場合

任意の  $i$  番目の切削位置において, 削り残し高さ,  $\Delta h_i$  は, 図に示すように  $\overline{PS}$  で表わされる. すなわち,

$$\begin{aligned} \Delta h_i &= R_i - \overline{OP} = R_i - (\overline{MP} + \overline{OM}) \\ &= R_i - [\sqrt{r^2 - \{(R_i - r) \sin(\Delta \theta / 2)\}^2} \\ &\quad + (R_i - r) \cos(\Delta \theta / 2)] \end{aligned}$$

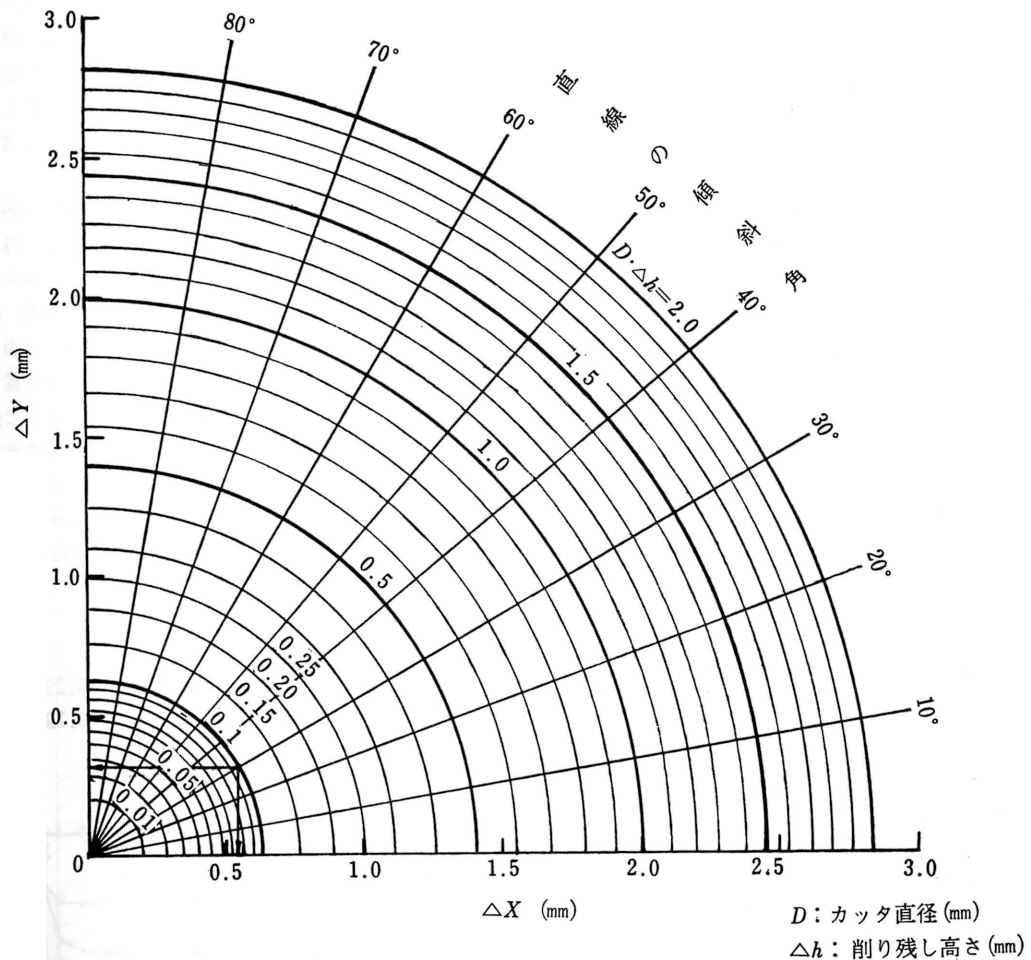


図12 カッター必要移動量計算図表（任意の傾きの直線近似切削の場合）

$$= R_t - (R_t - r) \sqrt{(1 + \cos \Delta\theta)/2} \\ - \sqrt{r^2 - 1/2 (R_t - r)^2 (1 - \cos \Delta\theta)}$$

$R_t - r = R'$  において

$$\Delta h_t = R_t - R' \sqrt{(1 + \cos \Delta\theta)/2} \\ - \sqrt{r^2 - 1/2 R'^2 (1 - \cos \Delta\theta)} \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

で与えられる。

ii) 外面削りの場合

i) と同様にして、 $TQ$  が削り残し高さ  $\Delta h_0$  となる。したがって、

$$\Delta h_0 = OM - (OT + MQ)$$

$$= (R_0 + r) \cos(\Delta\theta/2) - R_0 \\ - \sqrt{r^2 - (R_0 + r)^2 \sin^2(\Delta\theta/2)}$$

$R_0 + r = R'$  において

$$\Delta h_0 = -R_0 + R' \sqrt{(1 + \cos \Delta\theta)/2} \\ - \sqrt{r^2 - 1/2 R'^2 (1 - \cos \Delta\theta)} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

で与えられる。

以上、(3.6)、(3.7) 式より分割角度  $\Delta\theta$  より、削り残し高さ  $\Delta h$  が得られ、逆に、要求される  $\Delta h$  を与える必要カッター移動量  $\Delta X$ 、 $\Delta Y$  が(2.19)、(2.20) 式より計算できるが、実際には、カッター外周の包絡線で切削が行なわれるので、図13に示すように、実際の

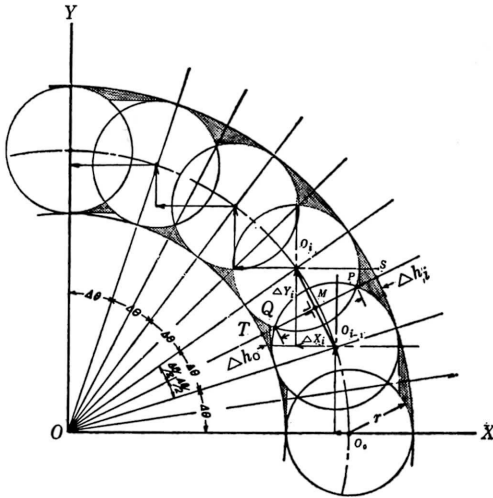


図13 円弧切削における削り残し

削り残し高さ  $\Delta h$  は、円弧の切削位置において異なり、計算される  $\Delta h$  より小さくなり、 $OS$  が  $45^\circ$  に一致すると  $\Delta h$  は、計算された値と等しくなり最大となる。したがって、 $\Delta\theta/2$  の整数倍が  $45^\circ$  に一致しないような分割角度を採用することが望ましいと考えられる。

さらに、図8に、外径、内径  $100^\phi$  の場合について、カッター径  $20^\phi$ 、分割角度  $\Delta\theta=5^\circ$  の内面削り、外面削りされた実例を示したが、この切削面をタリロンド100型真円度測定器 (TAYLOR-HOBBSOON 社製) にて測定した結果を図14に示す。 $\Delta h$  は、内面、外面ともに切削開始点より  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  の位置で最小となり、逆に、 $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$  の点で最大となっている。ここで(3・6), (3・7)式で計算される値は、内面の場合  $\Delta h_{imax}=0.1914\text{mm}$  で、外面の場合、 $\Delta h_{omax}=0.2914\text{mm}$  であるが、測定された値は、内面の場合  $\Delta h_{imax}=0.156\sim 0.158\text{mm}$ 、外面の場合

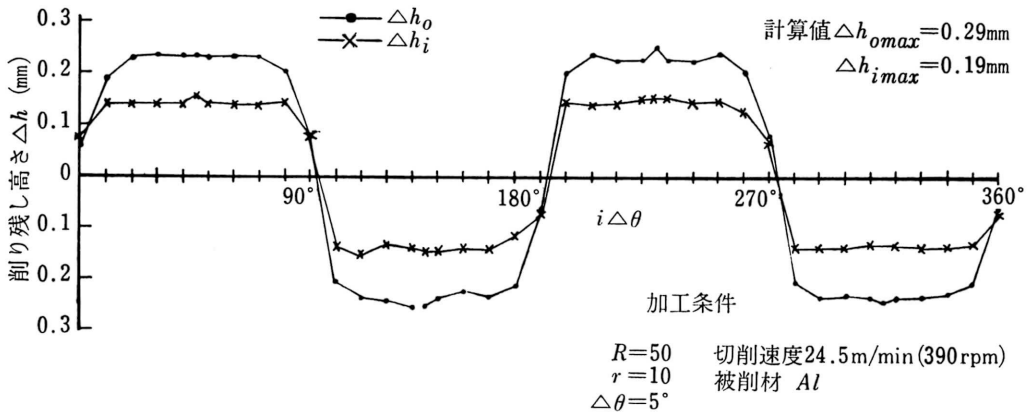


図14 円切削時の削り残し高さ

$\Delta h_{omax}=0.250\text{mm}$  となり計算値より約  $0.04\text{mm}$  小さくなっている。これは、分割角度  $\Delta\theta$  を  $5^\circ$  としたため、 $\Delta\theta/2$  の整数倍が、 $45^\circ$  ( $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$ ) に一致しないためである。

図15は、分割角度  $\Delta\theta$  と削り残し高さ  $\Delta h_{max}$  の関係を、カッター半径  $r$ 、削られる円の半径  $R$  の比をパラメーターにして求めた計算図表である。例えば、 $100^\phi$  の円の外周を  $20^\phi$  のカッターで切削するとき、分割角度を  $0.8^\circ$  にするとき、 $\Delta h_0/r$  は、横座標の  $0.8$  の

線と、 $r/R=0.2$  の交点より左側え求めれば、 $\Delta h_0/r=7.31 \times 10^{-4}\text{mm}$  となり、 $\Delta h_{omax}=7.31 \times 10^{-4} \times 10=0.00731\text{mm}$  が求まる、(同図・ロ)。また、逆に、所要の削り残し高さ  $\Delta h$  に対する、分割角度  $\Delta\theta$  も得られるが、当然のことながら、カッター半径  $r$  の大きい方が、分割角度  $\Delta\theta$  を大きくとれるので作業能率の点から、また、機械の最小設定単位の点からも、なるべく大きな径のカッターを用いることが望ましい。

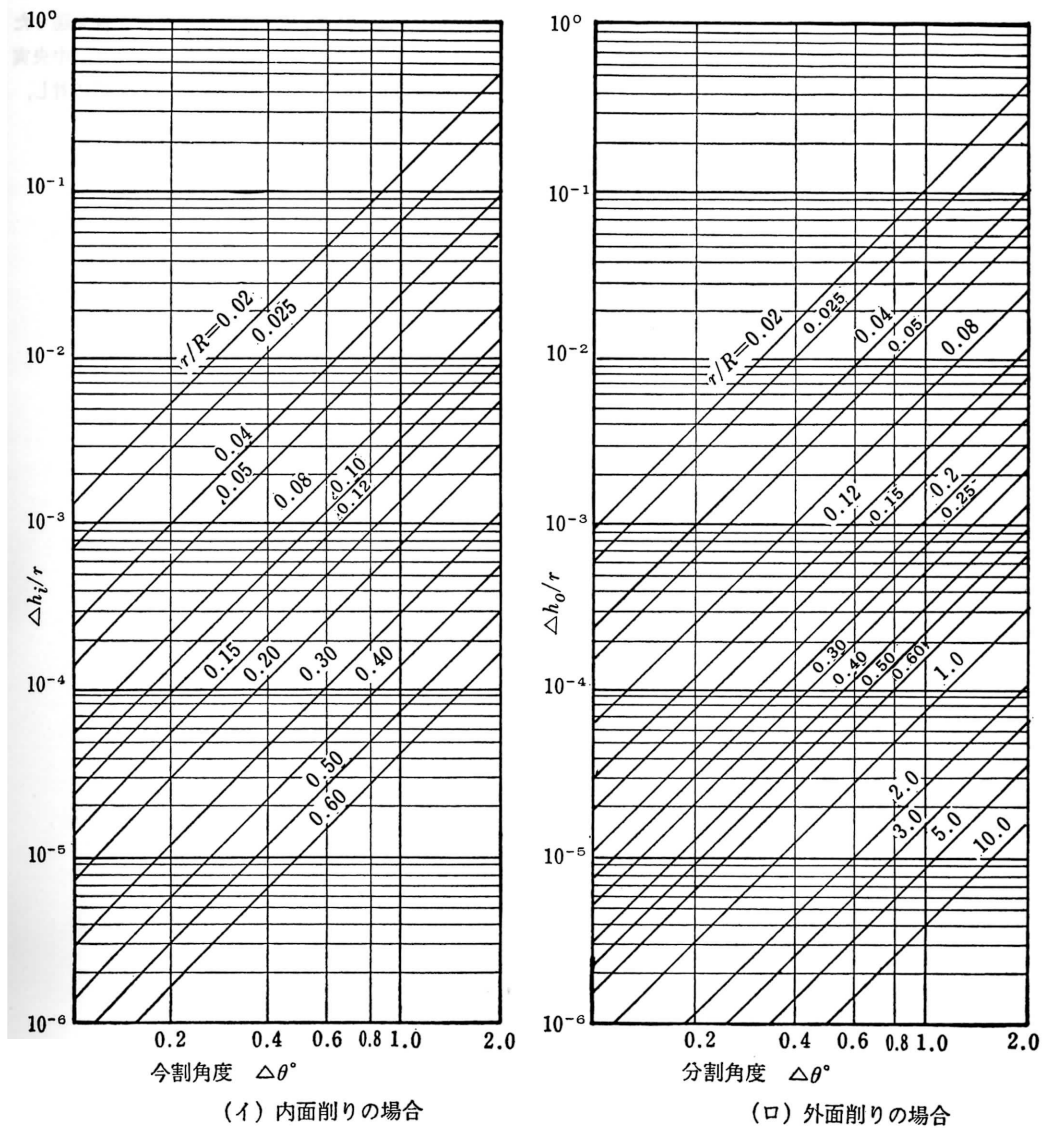


図15 円弧切削時の削り残高さ計算図表

#### 4. お わ り に

位置ぎめ／直線切削用 NC フライス盤を用い、平面輪郭の近似切削を行い

1. 平面輪郭が数学的表現が可能ならば、簡単に近似切削が行える。
2. 近似切削には、削り残し量の生ずる事は免かれ

ないが、円弧切削、任意の傾きの直線切削について、削り残し高さ  $\Delta h$  を求めることができた。

また、この  $\Delta h$  の計算値はかなり精度よく実験値と一致する。

3. 近似切削の場合はなるべく大きな径のカッターを採用することが望ましい。
- ことなどがわかった。

### あ と が き

輪郭曲線の数学的表現が不可能な複雑なものに対しては、図的にカッター中心の軌跡を求めればよいことは、明らかで、今後、立体的な輪郭の近似切削につい

ても検討を進めたい所存である。

本研究を行うにあたり、種々有益な御助言を賜った田中豊助教授、ならびに、切削に協力された、中央実験工場、福倉技官、機械工作実験室加治屋君に対し、深く謝意を表する次第である。