別記様式第３号－１

# 学 位 論 文 の 要 旨

| | |
|---|---|
| 氏　　　名 | 津曲　紀宏 |
| 学位論文題目 | Probability meets Non-Probability via Complete IL-Semirings<br>（完備べき等左半環による確率システムと非確率システムの比較） |

本論文は，確率システムについての形式手法に係るシステム検証の手法の実用化を視野に，確率システムのモデルと非確率システムのモデルを，完備べき等左半環という代数構造を通して数学的に比較検討した結果をまとめたものである。

McIverらは，確率システムのモデルを与えた上で，そのモデルが確率クリーニ代数の公理をみたすことを利用したシステム検証方法を提案した．しかしながら，彼女らが与えたモデルには確率的な要素が残されているため，この手法の実用化は困難である．したがって，実用化には確率システムに近い性質をもつ非確率的な抽象領域を与える必要がある．本論文では，そのような抽象領域の候補として二項多重関係を提案する．

本論文の構成は次のとおりである．

第１章では，本研究の背景について述べる．

第２章では，二項多重関係の基本的な性質を述べた上で，クリーニ代数の３つの拡張に対するそれぞれの関係モデルを与える．一般にクリーニ代数の関係モデルは二項関係で与えられることが知られている．緩クリーニ代数，単ロ木クリーニ代数，確率クリーニ代数はクリーニ代数の拡張としてそれぞれ異なる目的で提案された．一方，二項多重関係は二項関係の拡張であり，非決定的なプログラムの述語変換意味論の新たな枠組みとして研究されている概念である．本章では，緩クリーニ代数，単ロ木クリーニ代数，確率クリーニ代数の関係モデルが二項多重関係で与えられることを示す．

第３章では，第２章で得られた結果を拡張し，緩クリーニ代数の部分クラスと二項多重関係の部分クラスの対応について議論する．まず，緩クリーニ代数の８つの部分クラスからなる立方体を定義する．また，完備べき等左半環の８つの部分クラスからなる立方体を定義し，緩クリーニ代数の部分クラスと完備べき等左半環の部分クラスの対応を示す．その上で，二項多重関係の「型」という概念を導入し，完備べき等左半環を通じて，どの型の二項多重関係がどの公理をみたす緩クリーニ代数をなすかを示す．

第４章では，２，３章で挙げたものとは異なる，完備べき等左半環の多重関係モデルを与える．このモデルはMcIver，Weberらが与えた確率システムの抽象モデルで，彼らはこのモデルが確率クリーニ代数をなすことを利用して，確率クリーニ代数とこの関係モデルが確率システムにおける等式の反例探索に有用であることを示した．本章ではこのモデルを底付きの多重関係として一般化し，いくつかの条件をみたす底付きの多重関係全体が完備べき等左半環をなすことを示す．

第５章では，完備べき等左半環の確率的なモデルを与える．McIverらによって，確率システムのモデルが確率クリーニ代数をなすことが示されている．本章では，まずこの確率システムのモデルを確率多重関係として一般化し，いくつかの条件の下で右有向上限，右０を保つ完備べき等左半環，ひいては確率クリーニ代数をなすことを示す．

第６章では，確率多重関係と二項多重関係の間のガロア接続，特に，右有向上限，右０を保つ完備べき等左半環をなす確率多重関係と二項多重関係の間のガロア接続について議論する．ガロア接続は２つの順序集合の特殊な対応関係であり，抽象解釈というプログラムの健全な近似理論に現れる．本章では，確率多重関係と二項多重関係の間のガロア接続をいくつか提案し，完備べき等左半環の演算を保存するかという観点から比較検討する．

最後に，研究結果の列挙と今後の展望を述べ，本論文のまとめとする。

別記様式第13号

# 論 文 審 査 の 要 旨

| | | | |
|---|---|---|---|
| 報告番号 | 理工研　第３６４号 | 氏　　名 | 津曲 紀宏 |
| 審査委員 | 主　　査 | 古澤 仁 | |
| | 副　　査 | 新森 修一 | 與倉 昭治 |
| | | | |

学位論文題目　Probability meets Non-Probability via Complete IL-Semirings
（完備べき等左半環による確率システムと非確率システムの比較）

審査要旨

提出された学位論文及び論文目録等を基に学位論文審査を実施した．

本論文は，確率的な振る舞いをするシステムを対象とした形式手法による検証技術の実用化を目標として，システムの確率的なモデルと非確率的なモデルを完備べき等左半環という代数構造を通して数学的に比較検討した結果をまとめたもので，全７章で構成されている．

第１章では，本研究の背景と目的，本研究と先行研究について概要がまとめられている．第２章では，二項多重関係の基本的な性質を述べた上で，クリーニ代数の３つの拡張に対するそれぞれの関係モデルを与えている．一般にクリーニ代数の関係モデルは二項関係で与えられることが知られている．緩クリーニ代数，単口木クリーニ代数，確率クリーニ代数はクリーニ代数の拡張としてそれぞれ異なる目的で提案された．一方，二項多重関係は二項関係の拡張であり，非決定的なプログラムの述語変換意味論の新たな枠組みとして研究されている概念である．本章では，緩クリーニ代数，単口木クリーニ代数，確率クリーニ代数の関係モデルが二項多重関係で与えられることが示されている．第３章では，第２章で得られた結果を拡張し，緩クリーニ代数の部分クラスと二項多重関係の部分クラスの対応について議論されている．まず，緩クリーニ代数の８つの部分クラスからなる立方体と完備べき等左半環の８つの部分クラスからなる立方体が定義され，緩クリーニ代数の部分クラスと完備べき等左半環の部分クラスの対応が示されている．その上で，二項多重関係の「型」という概念が導入され，完備べき等左半環を通じて，どの型の二項多重関係がどの公理をみたす緩クリーニ代数をなすかが示されている．第４章では，２，３章で挙げたものとは異なる，完備べき等左半環の多重関係モデルが与えられている．これはWeber，McIverらが与えた確率システムの抽象モデルの一般化である．彼らは，彼らの抽象モデルが確率クリーニ代数をなすという事実に基づき，これを確率システムにおける等式の反例探索に用いた．このモデルは本章において底付きの多重関係として一般化され，さらに底付きの多重関係が完備べき等左半環および確率クリーニ代数をなすための十分条件が与えられている．第５章では，完備べき等左半環の確率的なモデルを与えている．McIverらによって，確率システムのモデルが確率クリーニ代数をなすことが示されている．本章において，この確率システムのモデルは確率多重関係として一般化され，さらに確率多重関係が確率クリーニ代数をなすための十分条件が与えられている．第６章では，確率多重関係と二項多重関係の間のガロア接続についての議論がなされている．ガロア接続は２つの順序集合の特殊な対応関係であり，抽象解釈というプログラムの健全な近似理論に現れる．本章では，確率多重関係と二項多重関係の間のガロア接続が複数提案され，完備べき等左半環の演算を保存するかという観点から比較検討されている．最後に，研究結果の列挙と今後の展望が述べられ，本論文の総括が行われている．

以上，本論文は，確率的に振る舞うシステムのモデルの抽象化に関する研究で，完備べき等左半環という代数構造を通して複数の抽象化手法を提案し，これらを詳細に比較検討している．本研究で得られた知見は，確率的に振る舞うシステムのモデルの抽象化（妥当な非確率化）の指針を与えるものである．よって，審査委員会は博士（理学）の学位論文として合格と判定する．

別記様式第14号

# 最終試験結果の要旨

<table>
<tr><td>報告番号</td><td colspan="2">理工研　第３６４号</td><td>氏　名</td><td>津曲 紀宏</td></tr>
<tr><td rowspan="3">審査委員</td><td>主　査</td><td colspan="3">古澤 仁</td></tr>
<tr><td rowspan="2">副　査</td><td colspan="2">新森 修一</td><td>輿倉 昭治</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

平成２４年２月１日に行われた論文発表会において，主査および副査２名で構成される審査委員会は，申請者に対して論文の内容について説明を求め，申請者より明瞭な説明が得られた．これに引き続き，参加者を含めて質疑応答を行うとともに，関連事項について諮問を行った．主な質疑応答は以下のとおりであった．

【質問】「底付きの多重関係」を定義する際，もともと与えられている集合に特別な元を１つ付け加えているのはどういう意味があるのか．

【回答】理論的には，確率多重関係との対応を考える際に必要となる．ここで考えているのは弱い意味での確率分布であるため全ての変数に対する確率の総和がちょうど１になるとは限らない．総和が１未満であるものに対して，対応する集合を与える際に，特別な元が必要となる．プログラム意味論的見地からいうと，特別な元はデッドロックを表現している．

【質問】べき等左半環の定義で現れる順序はどこから出てくるのか．

【回答】べき等，可換かつ結合的な２項演算子＋を用いて定義される．

【質問】本研究で与えた複数のガロア接続について，右分配律の反例を保つとか保たないとかいう議論がなされているが，反例を保つというのは任意の反例を保つという意味か．

【回答】特定の反例を保つという意味．特定の反例とは，本発表で用いた２点集合上の多重関係を考えるケースのことである．

【質問】よい抽象化というのはどういうものか．

【回答】考える問題により，適切な抽象化は変わる．検証のことを考えると，検証したい事柄によって，抽象化がどの性質を保存すべきかが変わってくる．本研究では，個別のケースを考えるのではなく，できるだけ多くの性質を保つような抽象化を与えようと試みた．

【質問】今後，どのような研究をしていくつもりか．

【回答】まず，本論文の中で，未発表の部分をまとめて論文としてどこかに投稿したい．さらに，今後の課題として挙げた点を含めて，本論文の結果を発展させていくことを考えている．本論文の結果は，抽象化技術を構築するための第一歩に過ぎないと考えているので，継続して取り組もうと考えている．しかし，他にも取り組んでみたい課題があるので，これと並行してやることとなるだろう．

【質問】他に取り組みたい課題とは何か．

【回答】本研究はMcIverらのモデルに基づくものであったが，この他にも確率システムのモデルとして有用なものは存在する．これらの中に，すでに目を付けているものがあり，これの公理化に取り組みたい．

【質問】公理化と本論文で扱った抽象化とはまったく違ったことなのか．

【回答】違う．抽象化は二つの意味領域の間の写像ですでに説明したような条件をみたすもののなかで適当なものを見つけることである．公理化はある意味領域をとらえる規則を定めることである．例えば，クリーニ代数は正規言語の公理化であると言える．先の質問で目を付けていると述べた意味領域に対して，クリーニ代数にあたるようなものは何なのかを明らかにしたい．

上記のように，それぞれの質問に対して適切な回答がなされた．ここに記載しなかった質問に対しても同様であった．

以上の結果から，審査委員会は全員一致で申請者が大学院博士後期課程の修了者として十分な学力ならびに見識を有するものと判断し，博士（理学）の学位を与えるに足る資格を有するものと判断した．