

## プロペラ性能への尺度影響の近似計算法

上田 耕平, 中山 博

### Approximate Numerical Method for Estimating the Scale Effect on Performance of Propeller

Kohei Ueda\* and Hiroshi Nakayama\*

*Keywords* : Performance of Propeller, Scale Effect, Thrust, Torque, Propeller

#### Abstract

The paper presents the simple calculation method of estimating the propeller scale effect corrections. The method is composed of formulas of computation of the zero lift pitch of a given propeller, the drag coefficient of the propeller based on the propeller Reynolds number and the lift coefficient of the propeller blade section for given propeller operating condition, computation of the lift coefficient of the propeller blade section etc.. Using this method, it is possible to estimate the thrust and torque of a propeller of a real ship easily, when the values of the thrust and the torque of the model propeller were given.

実船のプロペラ性能を推定するとき、相似模型プロペラを用いたプロペラ単独試験は重要である。しかしながら模型試験は一般に直径0.25m前後のプロペラを用いており、実船のプロペラと比較する上でその尺度影響を考慮しなければならない。著者の一人は粘性の影響(尺度影響)を考慮したプロペラ性能の理論的計算法<sup>1)</sup>を先に発表しているが、本報告では模型プロペラの推進性能が既知であるとき、できるだけ簡単に尺度影響を考慮した実船プロペラの推進性能を推定するための近似計算法を導き、計算例とともに示す。

- 1) プロペラレイノルズ数  $R_{Nd}$ 、揚力係数  $C_L$  と抗力係数  $C_D$  の関係
- 2) 揚力係数  $C_L$  の計算

---

\* 鹿児島大学水産学部漁船運用学講座 (Laboratory of Fishing Vessel Seamanship, Faculty of Fisheries, Kagoshima University, 50-20 Shimoarata 4, Kagoshima 890, Japan)

- 3) プロペラの無揚力ピッチ  $H_0$  ( $0.7 r_0$ ) の計算
- 4)  $\alpha_{g1}$ : 翼型の base line からの無揚力角の計算
- 5)  $C_L$ ,  $\Gamma$  の補正係数  $K_v$
- 6)  $K_T$ ,  $K_Q$  の尺度影響
- 7) 計算例
- 8) 結言

## 諸記号

$K$	プロペラの翼数
$r_0$	プロペラ半径
$D = 2r_0$	プロペラ直径
$n_r = \Omega/2\pi$	プロペラ毎秒回転数
$H(r)$	半径 $r$ における断面翼型の base line のピッチ
$H_0(r) = 2\pi a(r)$	半径 $r$ における断面翼型の無揚力線のピッチ
$c(r)$	半径 $r$ における断面翼型の弦長
$X - Y_U, Y_L$	断面翼型の base line の $X$ 値における翼型上下面の値
$X_0, X_N$	翼型の前縁, 後縁の $X$ 値
$Rn_D = n_r D^2/\nu$	プロペラレイノルズ数
$C_L$	代表断面 $r = 0.7 r_0$ における揚力係数
$C_D$	代表断面 $r = 0.7 r_0$ における抗力係数
$J = \frac{V}{n_r D}$	プロペラ前進係数
$K_T = \frac{T}{\rho n_r^2 D^4}$	推力係数
$K_Q = \frac{Q}{\rho n_r^2 D^5}$	トルク係数

1) プロペラレイノルズ数  $Rn_D$ , 揚力係数  $C_L$  と抗力係数  $C_D$  の関係

プロペラレイノルズ数  $Rn_D = n_r D^2/\nu$ , 代表断面  $r = 0.7 r_0$  における揚力係数  $C_L$  が与えられたとき,  $r = 0.7 r_0$  における抗力係数  $C_D$  は前論文<sup>1)</sup>の結果から近似的に  $Rn_D = 2 \times 10^5 \sim 10^8$ ,  $C_L = 0 \sim 0.45$  の範囲に於いて次の関係式を得る,

$$\begin{aligned} \text{a) } C_D = & (16.6R_0 - 48000R_1 + 2580R_2 - 0.0288) C_L^2 \\ & - (9.97R_0 - 19200R_1 + 516R_2 - 0.0123) C_L \\ & + 1.33R_0 + 0.0025, \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} R_0 &= (\log_{10} Rn_D)^{-3.4}, \quad R_1 = (\log_{10} Rn_D)^{-7.86}, \\ R_2 &= (\log_{10} Rn_D)^{-6.22}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } C_D = (131R_1 - 672R_0 - 0.00225) C_L + 269R_0 + 0.0037,$$

ただし

$$R_0 = (\log_{10} Rn_D)^{-6.72}, \quad R_1 = (\log_{10} Rn_D)^{-5.43}.$$

2) 揚力係数  $C_L$  の計算

代表断面  $r = 0.7 r_0$  における揚力係数  $C_L$  は前論文<sup>2)</sup>の結果から近似的に

$$C_L = \frac{14.7 k_1 (H_0'^2 - J^2)}{(13.8 + J^2) B},$$

ただし

$$B = (H_0' + J) (0.0226 H_0'^2 + 0.101 k_1 K C H_0' + 0.311) + k_1 K C,$$

$$k_1 = 1.07 - 2.1 C + 1.5 C^2, \quad C = c(0.7 r_0) / D,$$

$$K = \text{翼数}, \quad H_0' = H_0(0.7 r_0) / D, \quad D = 2 r_0.$$

ここで  $H_0(r) = 2\pi a(r)$  は半径  $r$  における翼型の無揚力線のピッチを表す。

3)  $H_0' = H_0(0.7 r_0) / D$  の計算

翼型の base line のピッチを  $H(r)$  で表すとき

$$H_0' = \frac{H' + 2.244 \alpha_{g1}}{1 - 0.454 H' \alpha_{g1}},$$

ただし

$$H' = H(0.7 r_0) / D,$$

$\alpha_{g1}$ : 翼型の base line からの無揚力角

(有効数字は1桁減らしてもよい 14.7⇒15, 13.8⇒14, 0.0226⇒0.023, 0.101⇒0.1, 0.311⇒0.31, 2.244⇒2.24, 0.454⇒0.45)

4)  $\alpha_{g1}$ : 翼型の base line からの無揚力角の計算

一般に翼型のオフセットでは前縁に近いほど chord 方向に小さく区切っているので、近似的に次式で求められる,

$$\alpha_{g1} = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^N \frac{(Y_n + Y_{n-1})(X_n - X_{n-1})}{(X_N - X'_n) \sqrt{(X'_n - X_0)(X_N - X'_n)}},$$

ただし

$$X'_n = (X_n + X_{n-1}) / 2, \quad Y_n = (Y_{U_n} + Y_{L_n}) / 2,$$

$X_0$  = 前縁,  $X_N$  = 後縁.

5)  $C_L$ ,  $\Gamma$  の補正係数  $K_v$

$K_v$  の値は  $C_L > 0.1$  では 0.9~0.998 にあり,  $C_L =$  一定での  $Rn_D$  の影響は  $Rn_D = 5.9 \times 10^5 \sim 8.12 \times 10^7$  の範囲ではほとんど無視できる。また  $C_L > 0.15$  では,

$$K_v (Rn_D = 8.12 \times 10^6) < K_v (Rn_D = 5.9 \times 10^5) < K_v (Rn_D = 8.12 \times 10^7)$$

となっており、これらの3個の  $Rn_D$  の値から  $Rn_D$  の  $K_v$  への影響を明らかにすることは無理であるが、前述の通り無視して差し支えない。なおこれらのレイノルズ数における  $C_L$  と  $K_v$  の関係は次式で与えられる、

$$K_v = 1 - A (C_L + C)^B.$$

ここで  $A$ ,  $B$ ,  $C$  の値は次のとおり、

	$Rn_D = 8.12 \times 10^6$	$Rn_D = 5.9 \times 10^5$	$Rn_D = 8.12 \times 10^7$
$A$	0.108	0.173	0.00305
$B$	-1.56	-1.40	-3.83
$C$	0.03	0.04	0.21

#### 6) $K_T$ , $K_Q$ の尺度影響

理論計算によって一般にプロペラの推力  $T$  およびトルク  $Q$  は

$$T = -F_x = -(F_{xp} + F_{xv}), \quad Q = M_x = M_{xp} + M_{xv}$$

の形で求められる<sup>2)</sup>。ここで  $F_{xv}$ ,  $M_{xv}$  は理論式において、 $r$  に関する被積分関数に  $C_D(r) Kc(r)$  が含まれているので、近似的に

$$\begin{aligned} K_T &= K_{T0} + C_D(0.7r_0) K_{T1}, & K_{T1} &= Kc(0.7r_0) K_{T2}, \\ K_Q &= K_{Q0} + C_D(0.7r_0) K_{Q1}, & K_{Q1} &= Kc(0.7r_0) K_{Q2} \end{aligned}$$

とおくことができ、 $K_{T2}$ ,  $K_{Q2}$  はプロペラピッチ、前進係数の関数となっている。前論文<sup>2)</sup>で計算された  $F_{xv}$ ,  $M_{xv}$  を用いて解析すると、近似的に次の2つの関係式が得られる。

$$K_{T1} = -0.22 (H'_0 + 0.5J) KC', \quad K_{Q1} = 0.21 (1 + 0.2J/H'_0) KC', \quad (1)$$

または

$$K_{T1} = -0.24 (H' + 0.5J) KC', \quad K_{Q1} = 0.21 (1 + 0.2J/H') KC', \quad (2)$$

ただし

$$\begin{aligned} H'_0 &= H_0(0.7r_0)/D, & H' &= H(0.7r_0)/D, \\ C' &= c(0.7r_0)/D, & J &= V/n_r D. \end{aligned}$$

ここで  $H$  および  $H_0$  は、それぞれプロペラ翼の base line および zero-lift line のピッチを表しており、zero-lift line のピッチは前述の計算法によって計算できるが、プロペラ単独性能曲線が与えられた時は、推力係数  $K_T = 0$  となる  $J$  の値を近似的に  $H'_0$  として採用できる。なお (1) 式と (2) 式の相違は  $K_{T1}$  の近似式で、係数が僅かに違っているだけであり、このことに関しては後の計算例で示す。

なお ITTC 78<sup>3)</sup> では

$$K_{T1} = -0.3H'KC', \quad K_{Q1} = 0.25KC' \quad (3)$$

と近似されている。

模型プロペラの  $K_T$ ,  $K_Q$  の値  $K_{TM}$ ,  $K_{QM}$  が与えられたとき実船の  $K_T$ ,  $K_Q$  の値  $K_{TS}$ ,  $K_{QS}$  は, 模型および実船のプロペラ抗力係数  $C_{DM}$ ,  $C_{DS}$  を計算することによって

$$K_{TS} = K_{TM} + \Delta K_T, \quad K_{QS} = K_{QM} + \Delta K_Q,$$

ただし

$$\Delta K_T = (C_{DS} - C_{DM})K_{T1}, \quad \Delta K_Q = (C_{DS} - C_{DM})K_{Q1}$$

を用いて求められる。

## 7) 計算例

1)~5) の式を用いた揚力係数  $C_L$ , 抗力係数  $C_D$ ,  $\Gamma$  の補正係数  $K_v$  の計算結果は, 前論文<sup>2)</sup> で求めたプロペラ性能に関する限り, 計算方法の誘導過程で十分に吟味しているので, ここでは結果を省略するがほとんど実用上十分な精度が得られる。

したがって, ここでは尺度影響についてのみ, 比較検討する。前論文<sup>2)</sup> のプロペラ性能の計算方法におけるプロペラに働く力およびモーメントを表す  $F'_{xv}$ ,  $M'_{xv}$  の式から,  $r$  に関する被積分関数に含まれる  $C_D(r)$  を除去した式を  $F'_{xv}$ ,  $M'_{xv}$  とし,

$$\Delta_T = -K_{T1}/F'_{xv} - 1, \quad \Delta_Q = K_{Q1}/M'_{xv} - 1$$

を定義し, MAU 4-40, AU 5-50, AU 5-65 および AUW 6-55 の各プロペラについて, ピッチ比  $H/D$  を変え, 前進係数毎に  $\Delta_T$ ,  $\Delta_Q$  を求めると Table 1 のようになる。Table 1 において (1), (2) および ITTC はそれぞれ  $K_{T1}$ ,  $K_{Q1}$  の計算で (1) 式, (2) 式および (3) 式 (ITTC 78) を用いたことを示す。

Table 1 から (1) および (2) は計算例に取り扱ったプロペラの種類によって, また前進係数  $J$  の値によって僅かに変動しているが, 相対誤差  $\Delta_T$  および  $\Delta_Q$  の絶対値はかなり小さい。他方 ITTC 78 の方法 (3) 式を用いた結果は, もちろん揚力係数の影響を考慮していないために,  $J$  の変化に対する  $\Delta_T$  および  $\Delta_Q$  の変動はやや大きい, さらにプロペラの種類によってもかなり大きな誤差が生じていることが分かる。

## 8) 結 言

以上において, 前論文<sup>1,2)</sup> を基にプロペラ性能への尺度影響を計算するための近似計算法を導き, ITTC 78 の方法 (3) と比較計算を行った結果, 本報告の方法は少なくとも理論計算値に関してはプロペラの種類, 稼働条件の影響も十分取り入れられており, 計算も簡便で, 結果の精度も良いことがわかった。しかしながら実船のプロペラ性能のデータが不十分であることから, まだまだ研究の余地は残されている。

## 参 考 文 献

- 1) 上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響. 九州大学学位論文  
 上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響 (I). 西部造船会々報, 69, 57-78  
 上田耕平 (1985) : 定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響 (II). 西部造船会々報, 70, 24-42
- 2) 上田耕平・中山 博 (1990) : 実船プロペラ性能の近似計算法について——相当無限翼数プロペラ計算法の改良——. 鹿児島大学水産学部紀要, 39, 99-112
- 3) ITTC 78 (1978), "1978 ITTC Performance Method for Single Screw Ships. Computer program.", APPENDIX TO THE REPORT OF THE PERFORMANCE COMMITTEE OF THE 15TH INTERNATIONAL TOWING TANK CONFERENCE, 1978. 390-404  
 ITTC 87 (1987), "Manual for Use of the 1978 ITTC Performance Prediction Method as Modified in 1984 and 1987.", APPENDIX TO THE REPORT OF THE PERFORMANCE COMMITTEE OF THE ITTC 87. 266-273

Table 1 The values of relative errors  $\Delta_r$ ,  $\Delta_q$ 

MAU 4-40 $H/D=0.50$						
$J$	$\Delta_r$ (2)	$\Delta_r$ (1)	$\Delta_r$ ITTC	$\Delta_q$ (2)	$\Delta_q$ (1)	$\Delta_q$ ITTC
0.10	-0.08	-0.02	0.05	-0.03	-0.04	0.11
0.20	-0.04	0.01	0.00	-0.00	-0.01	0.10
0.30	-0.02	0.02	-0.05	0.03	0.01	0.09
0.35	-0.01	0.03	-0.08	0.04	0.02	0.08
0.40	-0.01	0.02	-0.11	0.05	0.03	0.08
0.45	-0.01	0.02	-0.15	0.06	0.04	0.07
0.50	-0.01	0.01	-0.18	0.07	0.05	0.06

  

MAU 4-40 $H/D=0.80$						
$J$	$\Delta_r$ (2)	$\Delta_r$ (1)	$\Delta_r$ ITTC	$\Delta_q$ (2)	$\Delta_q$ (1)	$\Delta_q$ ITTC
0.10	0.05	0.07	0.23	-0.04	-0.04	0.12
0.20	0.06	0.07	0.18	-0.02	-0.03	0.11
0.30	0.06	0.07	0.12	-0.01	-0.01	0.10
0.40	0.05	0.06	0.05	0.00	-0.01	0.09
0.50	0.04	0.04	-0.01	0.01	0.00	0.07
0.60	0.02	0.01	-0.08	0.02	0.01	0.06
0.70	-0.01	-0.02	-0.14	0.02	0.01	0.04
0.80	-0.04	-0.05	-0.20	0.03	0.01	0.02

  

MAU 4-40 $H/D=1.20$						
$J$	$\Delta_r$ (2)	$\Delta_r$ (1)	$\Delta_r$ ITTC	$\Delta_q$ (2)	$\Delta_q$ (1)	$\Delta_q$ ITTC
0.20	0.19	0.19	0.38	-0.02	-0.03	0.13
0.40	0.15	0.13	0.23	-0.02	-0.02	0.10
0.60	0.08	0.07	0.08	-0.02	-0.02	0.06
0.80	0.02	-0.01	-0.05	-0.02	-0.03	0.03
1.00	-0.05	-0.08	-0.17	-0.03	-0.04	-0.01
1.20	-0.12	-0.14	-0.27	-0.05	-0.06	-0.06

AU 5-50  $H/D=0.40$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	-0.15	-0.07	-0.06	-0.02	-0.03	0.11
0.15	-0.12	-0.04	-0.07	-0.00	-0.02	0.10
0.20	-0.09	-0.02	-0.09	0.02	-0.00	0.10
0.25	-0.07	-0.01	-0.11	0.03	0.01	0.10
0.30	-0.05	0.01	-0.14	0.05	0.03	0.09
0.35	-0.04	0.01	-0.17	0.07	0.04	0.08
0.40	-0.03	0.02	-0.19	0.09	0.05	0.08

AU 5-50  $H/D=0.80$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	-0.00	0.02	0.17	-0.03	-0.03	0.13
0.20	0.02	0.03	0.13	-0.01	-0.02	0.12
0.30	0.03	0.04	0.08	0.00	-0.01	0.11
0.40	0.03	0.03	0.03	0.01	0.00	0.09
0.50	0.02	0.02	-0.03	0.02	0.01	0.08
0.60	0.00	0.00	-0.09	0.02	0.01	0.06
0.70	-0.02	-0.02	-0.14	0.03	0.01	0.04
0.80	-0.04	-0.05	-0.20	0.03	0.01	0.02

AU 5-50  $H/D=1.20$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.20	0.14	0.14	0.32	-0.00	-0.01	0.15
0.40	0.11	0.10	0.19	0.00	-0.00	0.12
0.60	0.07	0.05	0.07	-0.00	-0.01	0.08
0.80	0.01	-0.01	-0.06	-0.01	-0.02	0.04
1.00	-0.06	-0.08	-0.17	-0.03	-0.04	-0.01
1.20	-0.12	-0.14	-0.27	-0.04	-0.06	-0.05

AU 5-65  $H/D=0.40$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	-0.13	-0.08	-0.03	-0.02	-0.03	0.11
0.15	-0.09	-0.05	-0.05	-0.00	-0.01	0.11
0.20	-0.07	-0.03	-0.07	0.02	0.00	0.10
0.25	-0.04	-0.01	-0.09	0.04	0.02	0.10
0.30	-0.02	0.00	-0.11	0.05	0.03	0.09
0.35	-0.01	0.02	-0.14	0.07	0.05	0.09
0.40	0.00	0.02	-0.16	0.09	0.06	0.08

AU 5-65  $H/D=0.80$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	0.00	-0.00	0.18	-0.02	-0.02	0.14
0.20	0.03	0.02	0.14	-0.01	-0.01	0.13
0.30	0.04	0.03	0.09	0.01	0.00	0.11
0.40	0.04	0.03	0.04	0.02	0.01	0.10
0.50	0.04	0.02	-0.01	0.02	0.01	0.08
0.60	0.02	0.00	-0.07	0.03	0.02	0.07
0.70	0.01	-0.02	-0.13	0.03	0.02	0.05
0.80	-0.02	-0.04	-0.18	0.03	0.02	0.02

AU 5-65  $H/D=1.20$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.20	0.15	0.12	0.32	0.01	0.00	0.16
0.40	0.12	0.09	0.20	0.01	0.01	0.13
0.60	0.08	0.05	0.08	0.01	0.00	0.09
0.80	0.03	-0.01	-0.04	-0.00	-0.01	0.05
1.00	-0.04	-0.07	-0.15	-0.02	-0.03	0.00
1.10	-0.07	-0.10	-0.20	-0.03	-0.04	-0.02
1.20	-0.10	-0.14	-0.25	-0.04	-0.05	-0.05

AUW 6-55  $H/D=0.70$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	-0.18	-0.15	-0.05	-0.03	-0.03	0.12
0.20	-0.15	-0.12	-0.07	-0.01	-0.02	0.11
0.30	-0.13	-0.11	-0.10	0.01	-0.00	0.10
0.40	-0.12	-0.10	-0.14	0.02	0.01	0.09
0.50	-0.12	-0.10	-0.19	0.03	0.01	0.07
0.60	-0.12	-0.11	-0.23	0.04	0.02	0.06
0.70	-0.13	-0.13	-0.28	0.04	0.02	0.04

AUW 6-55  $H/D=0.90$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.10	-0.12	-0.10	0.04	-0.02	-0.02	0.14
0.20	-0.10	-0.09	0.01	-0.01	-0.01	0.13
0.30	-0.09	-0.08	-0.03	0.00	-0.00	0.12
0.40	-0.09	-0.08	-0.07	0.01	0.00	0.11
0.50	-0.10	-0.09	-0.12	0.02	0.00	0.09
0.60	-0.11	-0.11	-0.16	0.02	0.01	0.07
0.70	-0.12	-0.13	-0.21	0.02	0.00	0.05
0.80	-0.14	-0.15	-0.26	0.02	-0.00	0.03
0.90	-0.17	-0.18	-0.31	0.01	-0.01	0.00

AUW 6-55  $H/D=1.10$ 

$J$	$\Delta_{\tau}(2)$	$\Delta_{\tau}(1)$	$\Delta_{\tau}ITTC$	$\Delta_q(2)$	$\Delta_q(1)$	$\Delta_qITTC$
0.20	-0.02	-0.02	0.12	0.01	0.00	0.15
0.40	-0.04	-0.04	0.02	0.01	0.01	0.13
0.60	-0.07	-0.08	-0.09	0.01	0.00	0.09
0.80	-0.12	-0.13	-0.19	0.00	-0.01	0.04
1.00	-0.18	-0.19	-0.29	-0.01	-0.03	-0.00
1.10	-0.21	-0.22	-0.34	-0.02	-0.04	-0.03