

不足膨張軸対称超音速噴流の数値計算*

(ショックセル長さに及ぼすノズル広がり角とマッハ数の影響)

片野田 洋*¹, 宮里 義昭*²
益田 光治*², 松尾 一泰*²

Numerical Calculation of Underexpanded Axisymmetric Supersonic Jet (Effects of Nozzle Divergence Angle and Mach Number on Shock Cell Length)

Hiroshi KATANODA, Yoshiaki MIYAZATO,
Mitsuharu MASUDA and Kazuyasu MATSUO

A numerical study of underexpanded axisymmetric supersonic jets is presented. The TVD finite-difference scheme is employed for the numerical calculation of Euler's equations. The numerical results are compared both with results from the theoretical shock cell spacing formula suggested by Tam and with previous experimental results. For nozzles having no divergence angle at the nozzle exit, a good agreement is obtained among the theoretical, experimental and numerical results for pressure ratios across the nozzle until the occurrence of a Mach disk in the jet. For nozzles having a divergence angle at the nozzle exit, the effects of the divergence angle, the nozzle design Mach number and the pressure ratio across the nozzle on the shock cell length are discussed and clarified.

Key Words: Compressible Flow, Axisymmetric Flow, Numerical Analysis, Supersonic Jet, Shock Cell Length

1. ま え が き

ロケットエンジンノズルのように、超音速ノズルを通して高圧気体を大気に膨張させる場合、ノズル上流のよどみ圧を上げていくと、ノズルから噴出する超音速噴流の状態は過膨張から適正膨張、不足膨張へと変化する。不足膨張噴流において不足膨張の程度が小さい場合は、噴流の形状は連続したセル構造となり、不足膨張の程度が大きくなるとセル内にマッハディスクとよばれる衝撃波が生じる⁽¹⁾。不足膨張噴流におけるセル間隔、マッハディスクの位置およびその直径等は、噴流の基本的特性であるのみならず、噴流騒音にも関係し、従来より多くの実験的^{(2)~(11)}、理論的^{(12)~(26)}研究が行われている。しかし、これらの実験的研究に用いられたノズルの出口は中心軸に平行な形状(後述の図1における $\theta=0^\circ$ の場合)となっており、出口におけるノズル広がり角が噴流構造に与える影響を系統的に調べたものはまったくなく、わずかに、Loveら⁽²⁷⁾が実験と特性曲線法を用いて円すいノズルの広がり角や比熱比、ノズル前後の圧力比が噴流構造に与える影響

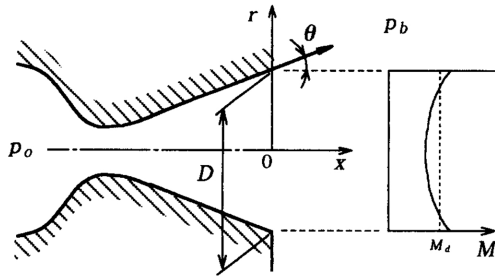
を調べただけである。理論的研究では、噴流のセル構造と噴流騒音が密接に関連しているとの観点から、セル間隔を理論的に予測する方法がいくつか報告されているが、出口におけるノズル広がり角の影響はまったく考慮されていない。数値計算では、音速噴流を対象にしているものがほとんどであり、不足膨張超音速噴流を対象とした研究はわずかしかない⁽²⁸⁾。また、ノズルからの超音速噴流は、金属粉末の製造^{(29)~(32)}、特殊繊維の製造⁽³³⁾や高電圧スイッチング⁽³⁴⁾などで工業的に多く利用されており、これらのノズルは出口において有限の広がり角をもっているものが多いが、広がり角が噴流構造に及ぼす影響についてはよくわかっていない。

本論文では図1(a)に示すように、ノズル出口における壁面の広がり半角 θ の円すいノズルからの不足膨張軸対称超音速噴流を対象にする。この場合、ノズル内の流れは放射状流れになるので、図1(b)に示すように、ノズル出口面でマッハ数は半径方向に分布をもつ。このため、ノズルの代表マッハ数をいかに定義するかという問題が生じるが、本論文ではノズルのスロート断面積と出口断面積の比から一次元理論により求まる出口マッハ数(これを設計マッハ数といい、 M_d で表す)をノズルの代表マッハ数とする。これについて

* 原稿受付 1995年2月15日。

*¹ 学生員, 九州大学大学院 (〒816 春日市春日公園6-1)。

*² 正員, 九州大学総合理工学研究科。



(a) Geometry of conical nozzle (b) Radial Mach number distribution at nozzle exit plane

Fig. 1 Supersonic axisymmetric conical nozzle

は3章で詳しく述べる。本研究では図1に示す円すいノズルから高压空気が不足膨張するときの噴流構造を調べるため、Yeeの対称形TVD差分スキーム⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾を用いて非粘性数値計算を行い、特に第1セルの長さに注目した。その結果をTamの理論式⁽²⁶⁾および実験結果⁽²⁷⁾と比較した。これにより、円すいノズルより生じる不足膨張噴流のセル長さを非粘性数値計算によって予測することの可能性、およびノズル広がり角とノズル設計マッハ数、ノズル前後の圧力比がセル長さに与える影響を明らかにした。

2. 解析方法

2.1 数値解析 本数値計算における作動気体は空気、比熱比 $\gamma=1.4$ の完全気体とする。対象とする流れ場は、図1に示す円すいノズル出口より下流側である。基礎方程式は軸対称オイラー方程式で、連続の式、 x 方向(流れ方向)、 r 方向(半径方向)の運動量の式、エネルギー式はそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} + \frac{\rho v}{r} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial r} + \frac{\rho uv}{r} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial r} + \frac{\rho v^2}{r} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial(e+p)u}{\partial x} + \frac{\partial(e+p)v}{\partial r} + \frac{(e+p)v}{r} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 t は時間、 ρ は密度、 u は軸方向速度成分、 v は半径方向速度成分、 p は圧力で、 e は次式で与えられる。

$$e = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2) \dots\dots\dots(5)$$

スロートの状態量(添字*)とノズル出口直径 D を基準とした以下の無次元量(添字')を導入する。

$$x' = \frac{x}{D}, r' = \frac{r}{D}, t' = \frac{t}{\sqrt{\gamma} D/a^*},$$

$$p' = \frac{p}{p^*}, \rho' = \frac{\rho}{\rho^*}, e' = \frac{e}{p^*},$$

$$u' = \frac{u}{a^*/\sqrt{\gamma}}, v' = \frac{v}{a^*/\sqrt{\gamma}}$$

ここで、 a は音速である。これらの無次元量を用いて式(1)~(4)を保存形表示すると次式のようになる。ただし、無次元量を表す添字'は省略した。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + W = 0 \dots\dots\dots(6)$$

ただし、

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix}, W = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

$$e = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho(u^2 + v^2)$$

式(6)について空間方向の離散化にはYeeの対称形TVDスキームを採用し、時間積分には二次精度を保つ時間分割法を用いた。TVD法は衝撃波のような急激な状態量の変化を含む流れ場も安定に計算でき⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾、衝撃波による状態変化は2~3格子点内で表される。対象とする流れ場はノズル出口より下流であり、ノズル内は含まない。軸対称の流れ場であるから噴流中心軸について対称計算を行った。本研究では、 r 方向と x 方向を等間隔の格子に分割し、まず格子分割数が計算精度に及ぼす影響を調べた。その結果、 r 方向に150点、 x 方向に500点の格子数をとれば、それ以上格子数を増しても、例えば r 方向に300点、 x 方向に1000点とってもセル長さや衝撃波の形状など、超音速噴流の形状は1%以下の誤差で一致することを確認した。したがって、以下の記述には、 r 方向に150点、 x 方向に500点、ノズル出口面で半径方向に10点の等間隔格子をとったときの計算結果を示すことにする。境界条件として、ノズル出口面では放射状の吹出し流れ⁽³⁷⁾によって計算した値を与えた。このとき放射状の吹出し流れの質量流量と一次元理論より得られる質量流量が等しくなるようにした。広がり角が0°の場合のノズル出口の境界条件は一次元等エントロピー流れより計算した。噴流中心軸上では対称条件、ノズル

出口壁面上では時間ステップが1ステップ前の値を代入し、自由境界面上では各変数のこう配が零となるようにした。

2・2 理論解析 この節では、図1(a)の $\theta=0^\circ$ のノズルにおいて不足膨張の程度が弱い場合の軸対称超音速噴流のショックセル構造に関するTamの理論⁽²⁶⁾を簡単に述べる。

図2に示すように、ノズル上流の全圧 p_0 の気体がノズルで不足膨張する場合、ノズル出口では噴流外部の静圧(背圧) p_b がノズル出口静圧 p_e よりも低いため、ノズルリップ近くに膨張波が形成される。これらの膨張波は反対側の噴流境界で圧縮波として反射され、第1セルを形成する。このような噴流境界における圧縮波と膨張波の連続した反射過程がほぼ周期的なショックセル構造を形成する。流れは非粘性で、混合層は十分に薄い渦層とする。流れ場の圧力、密度、速度の摂動をそれぞれ \bar{p} , $\bar{\rho}$, \vec{v} , 噴流内部の実際の圧力を $\bar{p}+p_b$ とし、二次以上の微小項を無視すると、連続の式、運動量の式、音速の関係式は次式となる。

$$\rho_j \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + u_j \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\rho_j u_j \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = -\vec{\nabla} \bar{p} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\bar{p} = a_j^2 \bar{\rho} \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式の r_j , u_j , a_j はそれぞれノズル出口における流れが p_b まで一次元的に適正膨張すると仮定したときの密度、流速、音速で、 $\vec{\nabla}$ はこう配ベクトル、 x はノズル出口からの流れ方向距離である。式(7)~(9)より \vec{v} と $\bar{\rho}$ を消去し、 \bar{p} について整理すると、

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} - (M_j^2 - 1) \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

上式の r はノズル出口中心からの流れに垂直方向の距離である。さて、ノズル出口直径を D 、ノズル上流のよどみ圧 p_0 から背圧 p_b まで一次元定常等エントロピ的に膨張させた場合の流れの断面積に対応する直径と噴流のマッハ数をそれぞれ D_j , M_j とすると、 M_j と D_j は次式で表される。

$$M_j = \sqrt{\left\{ \left(\frac{p_0}{p_b} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right\} \frac{2}{\gamma-1}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{D}{D_j} = \left\{ \frac{2+(\gamma-1)M_j^2}{2+(\gamma-1)} \right\}^{(\gamma+1)/(4(\gamma+1))} \left(\frac{M_a}{M_j} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

D と D_j を用いると、ノズル出口($x=0$)における境界条件は

$$\bar{p} = \begin{cases} \Delta p: 0 \leq r \leq \frac{1}{2}D \\ 0: \frac{1}{2}D \leq r \leq \frac{1}{2}D_j \end{cases}$$

$$v(\text{半径方向速度成分}) = 0: 0 \leq r \leq \frac{1}{2}D_j \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(10)を式(13)の境界条件に対してベッセル関数による固有関数展開⁽³⁸⁾を用いて解くと、

$$\bar{p}(r, x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\frac{2\lambda_n r}{D_j} \right) \cos(k_n x) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$A_n = 2\Delta p \left(\frac{D}{D_j} \right) \frac{J_1 \left(\frac{\lambda_n D}{D_j} \right)}{\lambda_n J_1'(\lambda_n)}, J_0(\lambda_n) = 0$$

$$k_n = \frac{2\lambda_n}{D_j \sqrt{M_j^2 - 1}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

上式中の J_0 , J_1 はそれぞれゼロ次、一次のベッセル関数、 Δp は p_e と p_b の差 $p_e - p_b$ である。式(14)の高周波成分をすべて無視し、最小の固有値($n=1$)のみを考えると、噴流中の圧力変動は一つの余弦関数で表される。図2に示すように第1セルの長さ L_s は圧力変動の1周期分の長さであると考えられると次式が得られる。

$$\frac{L_s}{D} = \frac{\pi}{\lambda_1} \frac{D_j}{D} \sqrt{M_j^2 - 1}, \lambda_1 \cong 2.405 \quad \dots\dots\dots (15)$$

式(11)と式(12)より M_j は p_0/p_b , γ の関数であり、 D_j/D は M_a , M_j , γ の関数である。すなわち、ノズル出口直径で無次元化された第1セルの長さ M_a , p_0/p_b , γ によって決定される。なお、この解析ではノズル出口における境界条件として、ノズル出口面の流速は x 軸に平行であると仮定しているため、 L_s に及ぼすノズル広がり角の影響を議論することはできない。

3. 結果と考察

図1(a)に示すように、出口において広がり半角 θ をもつ円錐ノズルの出口面でのマッハ数分布は図1(b)のようになる。放射状の吹出し流れを考え、 $\gamma=1.4$ の気体に対して出口マッハ数 M_e の半径方向分布を計算した結果を設計マッハ数 $M_a=2.0$ で $\theta=10^\circ$ と 20° 、および $M_a=3.0$ で $\theta=10^\circ$ と 20° のノズルに対してそれぞれ図3(a), (b)に示す。縦軸はノズル出

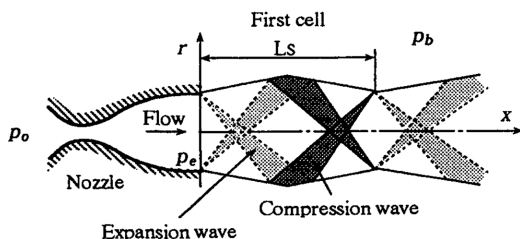


Fig. 2 Schematic diagram of the shock cell structure

口面での半径方向距離 r をノズル半径 $D/2$ で無次元化してある。図3より M_e は θ が大きいほど半径方向に大きな分布をもつことがわかる。本論文では作動気体が空気の実験結果⁽²⁷⁾を引用するが、同文献ではノズルリップマッハ数 M_1 (図3の縦軸が1.0における M_e の値) を円すいノズルの代表マッハ数としている。図3より M_1 と M_d の差は θ が大きいほど大きい。例えば $M_d=2.0$, $\theta=20^\circ$ のとき図3(a)より $M_1=$

2.036で、その差は1.8%程度できわめて小さい。したがって、本論文では本数値計算結果を文献(27)の実験結果と直接比較することにする。なお、本数値計算では $\theta=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ のノズルに対して、圧力比 p_0/p_b は $M_d=2.0$ では10~50, $M_d=3.0$ では40~200の範囲について行った。第1セル長さ L_s は等密度線図より求めた。なお、一次元理論において $\theta=0^\circ$ のときの適正膨張圧力比は作動気体が空気の場合、 $M_d=2.0$ のと

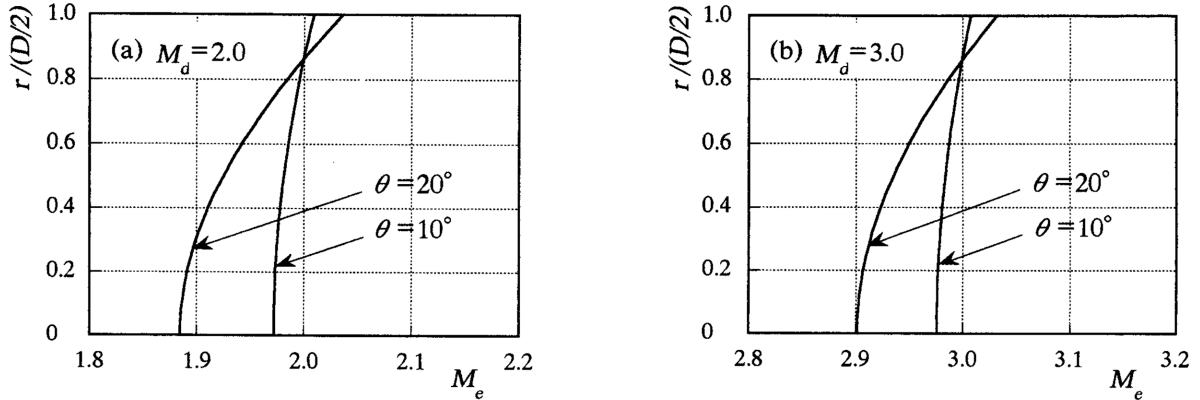


Fig. 3 Radial Mach number distribution at nozzle exit plane

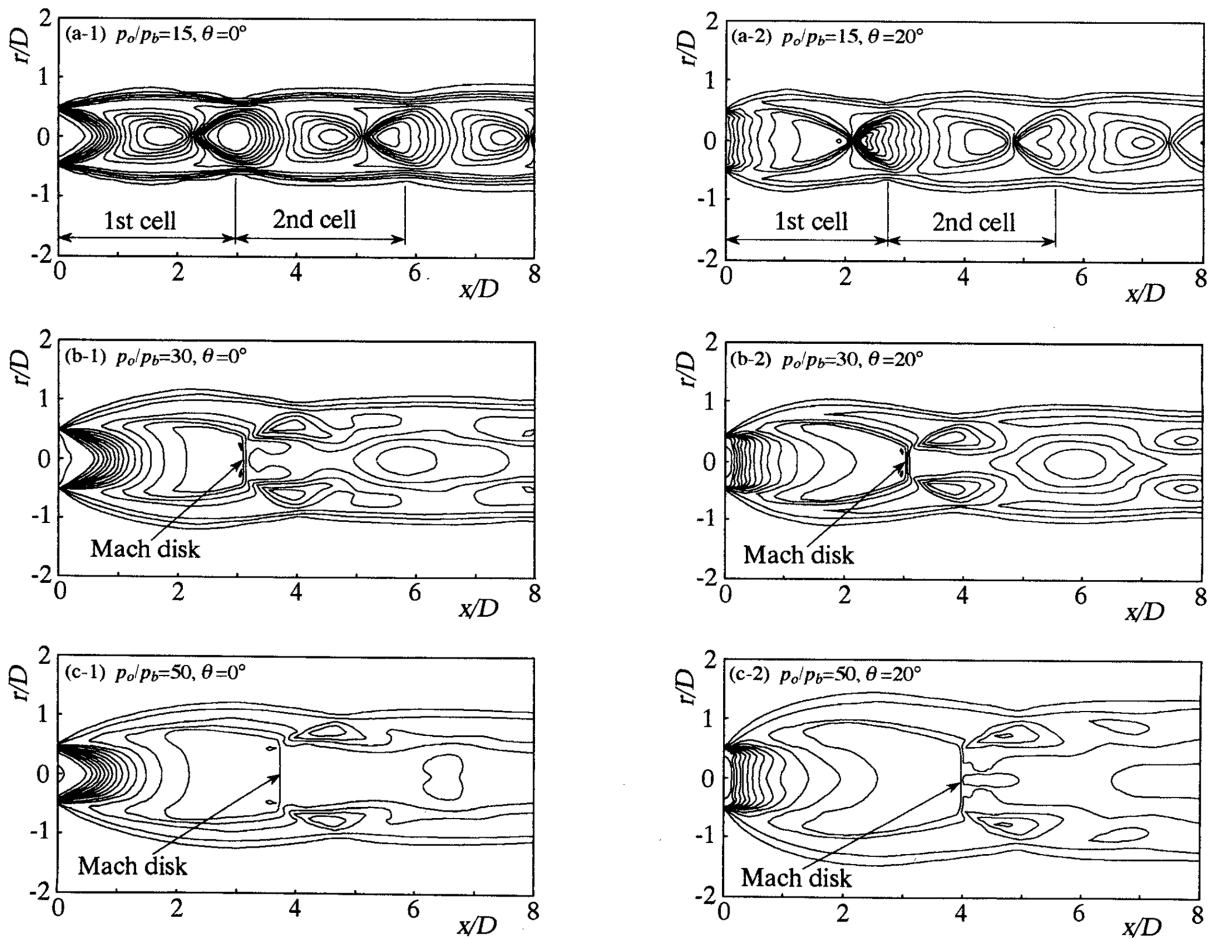


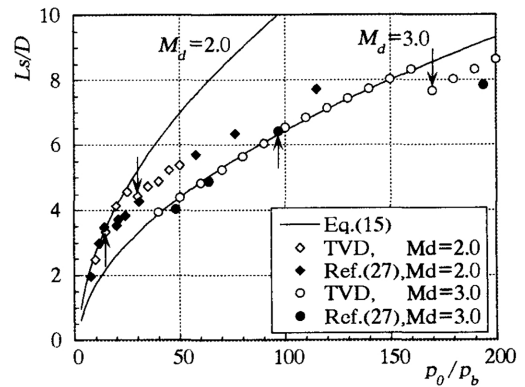
Fig. 4 Density contour map obtained from numerical calculation ($M_d=2.0$)

き 7.83, $M_d=3.0$ のとき 36.7 である。

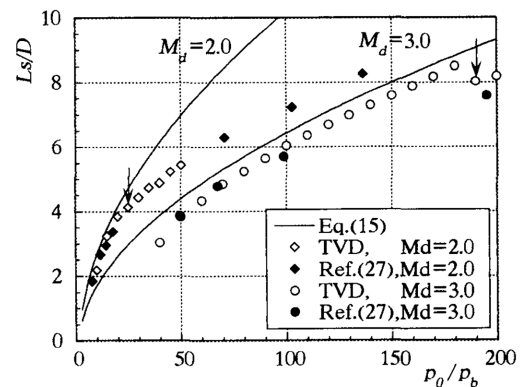
3.1 密度分布 ノズル設計マッハ数 $M_d=2.0$, ノズル広がり半角 $\theta=0^\circ$ においてノズル前後の圧力比 $p_0/p_b=15, 30, 50$ に対する数値計算結果の等密度線図をそれぞれ図 4 (a-1), (b-1), (c-1) に示す。同じく $\theta=20^\circ$ の場合を図 4 (a-2), (b-2), (c-2) に示す。図 4 (a-1) と図 4 (a-2) の比較から, $p_0/p_b=15$ のとき, ノズル出口からの噴流境界は $\theta=20^\circ$ の場合のほうが $\theta=0^\circ$ の場合よりも外側に広がっており, また圧縮波が密に重なっているのがわかる。第 1 セルの長さ L_s は $\theta=20^\circ$ のほうが短い。 $p_0/p_b=30$ の図 4 (b-1) と図 4 (b-2) の場合, 両方ともマッハディスクが発生しているが, $\theta=20^\circ$ のほうがその直径が小さい。 $p_0/p_b=50$ の図 4 (c-1) と図 4 (c-2) ではマッハディスクの直径や L_s は両者ではほぼ等しいが, 噴流境界は $\theta=20^\circ$ のほうがかなり外側に広がっている。マッハディスクが発生すると, 第 2 セルと第 3 セルの境界は明確でなくなる。

3.2 ショックセル長さに及ぼすノズル出口広がり角の影響 $M_d=2.0$ と 3.0 の場合のノズル出口広がり半角 θ が第 1 セルの長さ L_s に与える影響を調べた結果を図 5 (a)~(c) に示す。いずれの図においても横軸はノズル前後の圧力比 p_0/p_b , 縦軸は L_s を D で無次元化した値である。図 5 (a) は $\theta=0^\circ$ のノズルに対するもので, 実線は式 (15) に示した Tam の理論による計算結果, 白抜き記号は本論文の数値計算結果, 黒く塗りつぶした記号は文献 (27) の実験結果である。また, 図 5 (a) の下向き矢印, および上向き矢印はそれぞれ本数値計算および文献 (27) の実験結果において噴流中にマッハディスクが形成された最小の圧力比 p_0/p_b を示している。なお, 文献 (27) では $\theta=10^\circ$ と 20° についてはマッハディスクが発生する最小の圧力比が明記されていないため, 図 5 (b), (c) には上向き矢印は記していない。図 5 (b) は $\theta=10^\circ$ の場合, 図 5 (c) は $\theta=20^\circ$ の場合で, それぞれの記号の意味は上述の図 5 (a) と同じである。なお, Tam の理論ではノズル出口広がり角は考慮されていないので, 図 5 (b) と図 5 (c) の実線は図 5 (a) の実線と同じである。

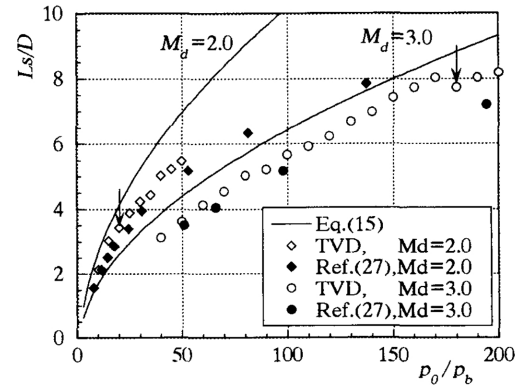
さて, 図 5 より全体的な傾向として, 同じ圧力比 p_0/p_b とマッハ数 M_d のノズルでは, θ が大きくなるほど L_s は短くなる。また, 図 5 (a) より, $\theta=0^\circ$ の場合, L_s/D の数値計算結果と実験結果は下向き矢印で示す位置, すなわち本数値計算でマッハディスクが発生する圧力比の直前までは Tam の理論とよく一致するが, 圧力比がそれ以上大きくなると Tam の理論に



(a) $\theta=0^\circ$



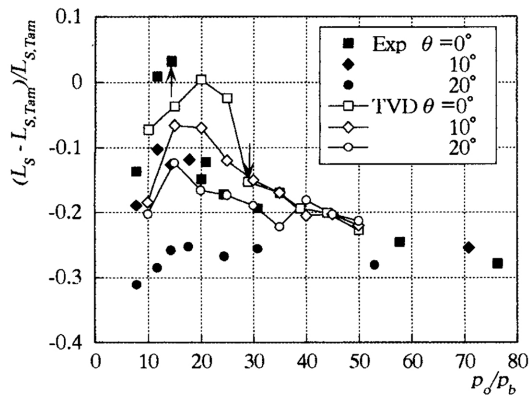
(b) $\theta=10^\circ$



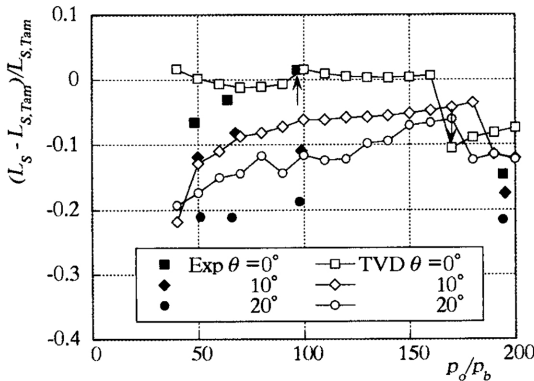
(c) $\theta=20^\circ$

Fig. 5 Effects of nozzle divergence angle at nozzle exit and design Mach number M_d on the first shock cell length L_s .

よる値より小さい。これは, マッハディスクが発生すると, その後衝撃波が噴流境界と交差する点が, マッハディスクが形成される前の噴流境界付近に形成されるたる状の衝撃波(パレル衝撃波)の終点よりも上流側にくるためである。また, マッハディスクが発生する最小の圧力比は本数値計算のほうが実験値よりも高いが, その理由は現在のところ不明である。図 5 (a)~(c) の $M_d=2.0$ の数値計算結果より, θ が大きいほ



(a) $M_a=2.0$



(b) $M_a=3.0$

Fig. 6 Comparison of Tam's theory, numerical and experimental results

ど小さい圧力比でマッハディスクが発生している。これは θ が大きくなると噴流境界での膨張波の反射により形成される圧縮波が重なりやすく、パレル衝撃波が形成されやすくなるためであると考えられる。なお、 $M_a=3.0$ の結果では、このような傾向は明確ではない。

Tam の理論式による L_s の値を $L_{s,Tam}$ とし、これを基準として本数値計算結果および文献(27)の $(L_s - L_{s,Tam})/L_{s,Tam}$ を圧力比 p_0/p_b に対して図 6 (a), (b) に示す。図 6 (a) は $M_a=2.0$ の場合、図 6 (b) は $M_a=3.0$ の場合である。図 6 中の白抜き記号と黒く塗りつぶした記号、および矢印($\theta=0^\circ$ の場合のみ示してある)の意味は図 5 と同じである。図 6 (a) の $M_a=2.0$ の結果より、 $\theta=0^\circ$ の場合、Tam の理論と本数値計算結果は、マッハディスクが発生する圧力比までは 7% の誤差範囲内で一致し、実験結果は 14% の誤差範囲内で一致する。図 6 (b) の $M_a=3.0$ における $\theta=0^\circ$ の場合、Tam の理論と本数値計算結果は、マッハディスクが発生する圧力比までは 1.6% の誤差範囲内で一致し、実験結果は 6.6% の誤差範囲内で一致する。

また、本数値計算、実験結果ともに θ が大きくなるほど第 1セルの長さが短くなるのが明確にわかる。数値計算結果より、圧力比が大きくなると、マッハディスクが発生する圧力比までは Tam の理論式による値に近づく傾向がある。それ以上の圧力比では第 1セルの長さを与える θ の影響は小さくなる。図 6 では数値計算結果は実験結果と定量的には一致していないが、定性的な傾向をよくとらえている。

さて、 θ が大きくなるほど第 1セルの長さが短くなる理由は次のように考えられる。図 4 の各図より、同じ圧力比 p_0/p_b では、 $\theta > 0^\circ$ のとき、ノズル出口直後の噴流境界の曲率半径は $\theta=0^\circ$ の場合より小さい。このため、 $\theta > 0^\circ$ のノズルでは噴流境界で膨張波が反射して生じた圧縮波が重なりやすくなる。また、図 3 に示したように、ノズルリップにおけるマッハ数は設計マッハ数 M_a より大きく、その差は θ が大きいほど大きい。したがって、 θ が大きいノズルほど、ノズルリップから発生する膨張波の噴流境界からの反射によって形成される圧縮波は強くなり、パレル衝撃波が $\theta=0^\circ$ の場合より上流側に形成され、かつ中心方向に曲げられ、パレル衝撃波の終点が噴流境界と交差して第 1セルが形成される。このために、 θ が大きくなるほど第 1セルの長さが短くなる。

3.3 ショックセル長さに及ぼすノズル設計マッハ数の影響 図 5 より明らかなように、同じ圧力比の場合、 M_a が大きいほど L_s/D は小さい。これは、同じ圧力比の場合、 M_a が大きいと適正膨張圧力比も大きくなるので、不足膨張の程度が小さくなるためである。また、図 6 (a), (b) の比較より、本数値計算結果および実験結果ともにマッハディスクが発生する圧力比よりも大きい圧力比では、第 1セル長さはノズル設計マッハ数 M_a の小さいほうが、Tam の理論式による値よりもより小さくなっていることがわかる。

4. 結 論

全圧 p_0 の空気が円すいノズルを通して背圧 p_b に不足膨張する流れを考え、不足膨張超音速噴流のセル長さに及ぼすノズル出口広がり半角 θ 、ノズル設計マッハ数 M_a 、および圧力比 p_0/p_b の影響を TVD 差分法により数値解析し、その結果を文献(27)の実験結果および Tam の理論式と比較した。結果を要約すると次のとおりである。

(1) $\theta=0^\circ$ すなわちノズル出口の流れが平行な一様流の場合、本数値計算による噴流の第 1セル長さ L_s とノズル出口直径 D の比 L_s/D は噴流中にマッハディスクが生じる圧力比 p_0/p_b 以下では Tam の式

(15) および文献(27)の実験結果とよく一致する。しかし、噴流中にマッハディスクが発生すると、 L_s/D は Tam の式による値より小さくなる。

(2) 設計マッハ数 M_d が同じノズルで圧力比 p_0/p_b が同じ場合、 θ が大きいほど L_s/D は小さくなり、Tam の理論式による値よりずれてくる。 p_0/p_b が増加して噴流中にマッハディスクが形成されると L_s/D はさらに小さくなる。

(3) 広がり半角 θ が同じノズルで圧力比 p_0/p_b が同じ場合、 M_d が大きいほど L_s は小さい。これは適正膨張圧力比が大きくなることにより不足膨張の程度が小さくなるためである。

文 献

- (1) 松尾, 圧縮性流体力学, (1994), 255-256, 理工学社.
- (2) Driftmyer, R. T., *AIAA J.*, **10**-8(1972), 1093-1095.
- (3) Chang, I. S. and Chow, W. L., *AIAA J.*, **12**-8(1974), 1079-1082.
- (4) Buckley, F. I., *AIAA J.*, **13**-1(1975), 105-106.
- (5) Lengrand, J., ほか 2 名, *AIAA J.*, **14**-5(1976), 692-694.
- (6) Tam, C. K. W. and Tanna, H. K., *J. Sound Vib.*, **81**-3(1982), 337-358.
- (7) Norum, T. D. and Seiner, J. M., *AIAA J.*, **20**-1(1982), 68-73.
- (8) 永井, 機論, **48**-430, B(1982), 998-1007.
- (9) Seiner, J. M. and Yu, J. C., *AIAA J.*, **22**-9(1984), 1207-1215.
- (10) Gutmark, E., ほか 2 名, *AIAA J.*, **28**-7(1990), 1163-1170.
- (11) 望月・ほか 4 名, 可視化情報, **11**, 増刊 2 (1991), 35-38.
- (12) Pack, D. C., *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **3**(1950), 173-181.
- (13) Eastman, D. W. and Radtke, L. P., *AIAA J.*, **1**-4(1963), 918-919.
- (14) Bauer, A. B., *AIAA J.*, **3**-6(1965), 1187-1189.
- (15) Boynton, F. P., *AIAA J.*, **5**-9(1967), 1703-1215.
- (16) Tam, C. K. W., *J. Fluid Mech.*, **46**-4(1971), 757-768.
- (17) Chow, W. L. and Chang, I. S., *AIAA J.*, **10**-9(1972), 1261-1263.
- (18) Tam, C. K. W., *J. Fluid Mech.*, **51**-1(1972), 69-95.
- (19) Fox, J. H., *AIAA J.*, **12**-1(1974), 105-107.
- (20) Tam, C. K. W., *J. Sound Vib.*, **38**-1(1975), 51-79.
- (21) Chow, W. L. and Chang, I. S., *AIAA J.*, **13**-6(1975), 762-766.
- (22) Lengrand, J. C., ほか 2 名, *AIAA J.*, **20**-1(1982), 27-28.
- (23) Tam, C. K. W., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **153**(1985), 123-149.
- (24) Tam, C. K. W., ほか 2 名, *J. Sound Vib.*, **110**-2(1986), 309-321.
- (25) Tam, C. K. W., *J. Sound Vib.*, **116**-2(1987), 265-302.
- (26) Tam, C. K. W., *J. Sound Vib.*, **121**-1(1988), 135-147.
- (27) Love, E. S., ほか 3 名, *NASA Tech. Rep.*, R-6(1959).
- (28) Seiner, J. M., ほか 2 名, *AIAA J.*, **23**-5(1985), 669-677.
- (29) See, J. B., ほか 2 名, *Metall. Trans.*, **4**(1973), 2669-2673.
- (30) Únal, A., *Mater. Sci. Technol.*, **3**(1987), 1029-1039.
- (31) Klar, E. and Fesco, J. W., *Metals Handbook*, 9th ed., (1984), 25, American Society for Metals, Metals Park, Ohio.
- (32) 佐藤・ほか 5 名, 神戸製鋼技報, **42**-4(1992), 3-6.
- (33) 中山(中村編), 機能性不織布の開発と応用, (1988), (株)ジスク.
- (34) 岩本・池田, 機論, **55**-515, B(1989), 1802-1805.
- (35) Yee, H. C., *NASA Tech. Mem.*, 89464(1987).
- (36) 益田・ほか 4 名, 九州大学総合理工学研究科報告書, **15**-3(1993), 291-297.
- (37) Zucrow, M. J. and Hoffman, J. D., *Gas Dynamics*, (1976), 219-223, John Wiley & Sons, Inc.
- (38) 高橋, 物理数学, (1958), 135-138, 培風館.