

# インセンティブ条件による最適資金調達契約の理論分析

Theoretical analysis of the optimal financing contract by the incentive conditions

王 鏡凱<sup>1</sup>

## 1. はじめに

本論文は企業家のインセンティブ条件が企業の最適資金調達、そして最適資本構成にどのような影響を与えるのかについて、Tirole[2006]のモラルハザードモデルに基づいて再考察したものである。主な結論は以下である。

連続投資モデルの場合、投資家の参加制約条件は常に有効のため、企業家と投資家の利害が一致する。企業家のインセンティブ条件を最大限に利用することは、投資家の期待収益に影響することなく、かつ企業家の自己資金が最大限に有効利用されることになるので、企業家の効用が最大となる。最適資金調達契約と最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まる。

固定投資モデルの場合、投資家の参加制約条件は有効な場合と無効な場合に分けられる。投資家の参加制約条件が有効な場合、連続投資モデルと同じロジックにより、最適資金調達契約と最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まる。

しかし、固定投資モデルにおいて、一般的に投資家の参加制約条件は常に有効である保証がなく、従って企業家のインセンティブ条件も常に有効である保証がないので、最適資金調達契約と最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まらない。代わりに、最適資金調達契約と最適負債額は企業家のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件を満たす無差別曲線上の集合となる。最適資金調達契約および最適負債額が一意的に決まらないことは、企業家のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件の不確実性によるものである。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では連続投資モデルの説明と定式化をし、その最適資金調達契約による均衡の特徴付けを行う。第3節では固定投資モデルの説明と定式化をし、その最適資金調達契約による均衡の特徴付けを行う。最後に全体をまとめる。

## 2. 連続投資モデル

本節で用いるモデルはTirole[2006]の連続投資モデルであり、資金の借手である企業家は私的便益を得るために行動し、資金の貸手である投資家の利益を害するような行動をとるかもしれない、というモラルハザードが存在する状況を想定している。リスク中立な企業家（エージェント）は、

---

<sup>1</sup> 本論文はH27年度鹿児島大学学長裁量経費「若手・女性研究者研究支援事業」による成果の一部である。なお、本論文についての責任は、すべて筆者に帰する。E-mail: kyogaiw@leh.kagoshima-u.ac.jp

投資資金を必要とする正の NPV (Net Present Value) のプロジェクトを持っている。しかし、企業家は十分な内部資金を持たないため、プロジェクトを実行するには外部資金を借りる必要がある。貸手となるのはリスク中立な投資家 (プリンシパル) である。企業家と投資家の間では貸借の契約を結ぶが、企業家のモラルハザード問題によって契約は複雑になる。つまり、本モデルにおいては、企業家がプロジェクトを実行する際に努力するか、あるいはしないかを選択し、それを投資家が観察できない、という情報の非対称性が存在する。このことによって、企業家が外部から調達できる資金の量は制約され、自己資金が少ない企業家は最適な投資ができないという問題に直面することになる。

## 2.1 基本設定

ゲームのタイミングは図 1 に示されている。Holmstrom and Tirole[1997] 及び Tirole[2006] にしたがって、連続投資モデルを考える。プレイヤーは 2 人、リスク中立的な企業家と投資家である。期首 ( $t=0$ ) において、自己資金  $A$  を持つ企業家がプロジェクトへの投資額  $I$  を決めようとする。ここで  $I$  は内生変数であり、本モデルは投資額  $I$  に関して連続投資モデルということである。

図 1：モデルのタイムライン

$t=0$ 契約提示： $\{R_b^S, R_b^F, I\}$	$t=1$ 実行： モラルハザード ( $p$ )	$t=2$ 結果： $\{R^S I, R^F I\}$
投資決定： $I$	$p = \begin{cases} p_H, & \text{私的便益} = 0 \\ p_L, & \text{私的便益} = BI \end{cases}$	投資家への返済

自己資金の少ない企業家は外部からの資金調達を考える必要があり、投資家と貸借契約を結ぶことになる。貸借契約の内容は、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じた担保設定の決め方を定めたものである。以下では契約の内容を説明する。

企業家と投資家が契約について合意すれば、プロジェクトへの投資は実行されることになる。期中 ( $t=1$ ) において企業家はプロジェクトを実行する際にモラルハザードを起こす可能性がある。企業家の選択枝は努力するかしないかの 2 通りしかない。企業家が努力すれば、プロジェクトの成功確率は  $p_H$  となる。逆に企業家が努力しなければ、投資 1 単位当たり私的便益  $B$  を得るが、プロジェクトの成功確率は  $p_L$  となる。ここでは、 $p_H > 1/2$  かつ  $\Delta p = p_H - p_L > 0$  とする。私的便益  $B$  は 1 単位当たりの投資額に関して不変である。投資規模が  $I$  なら、私的便益は  $BI$  である。

期末 ( $t=2$ ) において、プロジェクトの成果が実現する。プロジェクトは成功と失敗の 2 通りしかない。プロジェクトが成功した場合には、投資 1 単位当たり  $R^S$  の収益が実現し、プロジェクトが失敗した場合には投資 1 単位当たり  $R^F$  の収益が実現する。プロジェクトの成果の配分方法については期首の契約に基づいて、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じて決められている。プロジェクトが成功した場合には、収益  $R^S I$  のうち、企業家は  $R_b^S$  をもらい、残り ( $R^S I - R_b^S$ )

は投資家がもらう。プロジェクトが失敗した場合には、収益  $R^FI$  のうち、企業家は  $R_b^F$  をもらい、残り  $(R^FI - R_b^F)$  は投資家がもらう。企業家は有限責任であることを仮定する。つまり、 $R_b^S, R_b^F \geq 0$  である。 $R_b^S, R_b^F$  は私的便益  $B$  と同様、1 単位当たりの投資額に関して不変である。

## 2.2 最適化問題

以上の基本設定を前提にモデルの定式化を行う。以下では、プロジェクトを実行するとき、企業家が努力することを選択することが均衡となるケースを分析する。このときの企業家の目的関数は彼の（ネット期待）効用関数であり、

$$U_b = p_H R_b^S + (1 - p_H) R_b^F - A \quad (1)$$

と書くことができる。プロジェクトが確率  $p_H$  で成功すると、企業家の報酬は  $R_b^S$  である。逆にプロジェクトが確率  $(1 - p_H)$  で失敗すると、企業家の報酬は  $R_b^F$  である。自己資金  $A$  は期首においてプロジェクトへの投資に当てたので、差引く必要がある。

企業家の効用関数が(1)式ようになるためには、彼のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件を満たす必要がある。企業家のインセンティブ条件は以下のように表現することができる。企業家が努力すると彼の効用は(1)式の通りであるが、努力しない場合には企業家の効用関数は

$$\tilde{U}_b = p_L R_b^S + (1 - p_L) R_b^F - A + BI \quad (2)$$

となる。したがって、企業家に自主的に努力してもらうためには、

$$U_b \geq \tilde{U}_b \quad (3)$$

の条件が満たされる必要がある。これは企業家のインセンティブ条件であり、整理すると

$$R_b^S - R_b^F \geq BI/\Delta p \quad (4)$$

となる。投資家の参加制約条件は彼女の期待収入が貸出額以上であることを保証するものであり、

$$p_H (R^SI - R_b^S) + (1 - p_H) (R^FI - R_b^F) \geq I - A \quad (5)$$

となる。(5)式の左辺は投資家の期待回収額を表し、右辺は期首に企業家が投資家から借入れた金額を表す。(5)式は投資家の期待収入が投資額以上でないといけないことを表す。

投資家の参加制約条件(5)式は等号で成立する。もし、(5)式が不等号で成立するならば、 $R_b^S$  と

$R_b^F$ を同じ大きさを増やせば、企業家のインセンティブ条件(4)式に影響せず、彼の効用(1)式を増やすことができる。従って、最適資金調達契約において投資家の参加制約条件(5)式は等号で成立する。(5)式を用いて企業家の効用関数を

$$U_b = [p_H R^S + (1 - p_H) R^F - 1] I \quad (6)$$

と書き換えることができる。投資1単位当たりのNPVは厳密に正( $p_H R^S + (1 - p_H) R^F > 1$ )であり、企業家は投資額 $I$ を最大化することが最適である。

さらに、(5)式が等号で成立することを所与として、企業家のインセンティブ条件(4)式も厳密に等号で成立する。さもなければ、投資額 $I$ が無限大になる。

まとめると、企業家の資金調達問題は(4)式と(5)式を所与として、彼の効用(6)式を最大にするように $\{R_b^S, R_b^F, I\}$ を求める最大化問題と定義できる。

ここでは分析の有効性を保証するために、

$$p_H R^S + (1 - p_H) R^F > 1 > p_H (R^S - B/\Delta p) + (1 - p_H) R^F$$

と仮定する。この仮定は、投資1単位当たりのNPVは厳密に正であり、しかし、企業家のエージェントコスト $B/\Delta p$ を配慮した投資1単位当たりのNPVが厳密に1より小さいことを意味する。

### 2.3 均衡の特徴

最適資金調達契約において、 $\{R_b^{S*} = AB[1 - p_H(R^S - B/\Delta p) - (1 - p_H) R^F]^{-1}/\Delta p, R_b^{F*} = 0, I^* = A[1 - p_H(R^S - B/\Delta p) - (1 - p_H) R^F]^{-1}\}$ が得られる。効用 $U_b^* = A[p_H R^S + (1 - p_H) R^F - 1][1 - p_H(R^S - B/\Delta p) + (1 - p_H) R^F]^{-1}$ である。均衡において企業家は自己資金 $A$ をすべて投資することで彼の効用を最大化している。

最適資金調達契約において、 $R_b^{F*} = 0$ であることに注意されたい。(4)式と(5)式は等号で成立するので、もし $R_b^F > 0$ なら、

$$p_H \delta R_b^S + (1 - p_H) \delta R_b^F = 0$$

となるように、 $R_b^F$ を下げて $R_b^S$ を上げることによって、投資家の参加制約条件(5)式と企業家の目的関数(1)式と(6)式を変えることなく、企業家のインセンティブ条件(4)式は厳密に不等号で成立することになる。これは企業家のインセンティブ条件(4)式が厳密に等号で成立することと矛盾する。従って $R_b^{F*} = 0$ でなければならない。

$R_b^{F*} = 0$ の条件を満たすために最適資金調達契約において最適負債額は $D^* = R^F I^*$ によって定義される。そして、投資家の収益は負債額 $D^* = R^F I^*$ の部分と株式の期待値 $p_H(R^S - R^F - B/\Delta p) I^*$ の部分に分けられる。最適負債額 $D^*$ は企業家の自己資金 $A$ によって一意的に決まる。

### 3. 固定投資モデル

本節で用いるモデルはTirole[2006]の固定投資モデルである。企業家と投資家が直面する状況は第2節と基本的に同じである。すなわち、正のNPVのプロジェクトを持っているリスク中立な企業家は外部資金を必要とする。しかし、リスク中立な投資家は企業家のモラルハザード問題を考慮する必要がある。第2節との詳細な違いについて、次の3.1節の基本設定で説明する。

#### 3.1 基本設定

ゲームのタイミングは図2に示されている。Holmstrom and Tirole[1997]及びTirole[2006]にしたがって、固定投資モデルを考える。プレイヤーは2人、リスク中立的な企業家と投資家である。期首 ( $t = 0$ ) において、自己資金  $A$  を持つ企業家が投資額  $I$  を必要とするプロジェクトの資金調達を考えている。ここで  $I$  は外生変数であり、本モデルは投資額  $I$  に関して固定投資モデルということである。

図2：モデルのタイムライン

$t = 0$ 契約提示： $\{R_b^S, R_b^F\}$	$t = 1$ 実行： モラルハザード ( $p$ )	$t = 2$ 結果： $\{R^S, R^F\}$
投資決定： $I$	$p = \begin{cases} p_H, & \text{私的便益} = 0 \\ p_L, & \text{私的便益} = B \end{cases}$	投資家への返済

自己ファイナンスできない ( $A + R^F < I$ ) 企業家は外部の資金調達を考える必要があり、投資家と貸借契約を結ぶことになる。貸借契約の内容は、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じた担保設定の決め方を定めたものである。以下では契約の内容を説明する。

企業家と投資家が契約について合意すれば、プロジェクトへの投資は実行されることになる。期中 ( $t = 1$ ) において企業家はプロジェクトを実行する際にモラルハザードを起こす可能性がある。企業家の選択肢は努力するかしないかの2通りしかない。企業家が努力すれば、私的便益は得られないが、プロジェクトの成功確率は  $p_H$  となる。逆に企業家が努力しなければ、私的便益  $B$  を得るが、プロジェクトの成功確率は  $p_L$  となる。ここでは、 $p_H > 1/2$  かつ  $\Delta p = p_H - p_L > 0$  とする。私的便益  $B$  は外生変数であり、投資額に関して固定である。

期末 ( $t = 2$ ) において、プロジェクトの成果が実現する。プロジェクトは成功と失敗の2通りしかない。プロジェクトが成功した場合には、 $R^S$  の収益が実現し、プロジェクトが失敗した場合には  $R^F$  の収益が実現する。プロジェクトの成果の配分方法については期首の契約に基づいて、プロジェクトが成功した場合と失敗した場合に応じて決められている。プロジェクトが成功した場合には、収益  $R^S$  のうち、企業家は  $R_b^S$  をもらい、残り ( $R^S - R_b^S$ ) は投資家がもらう。プロジェクトが失敗した場合には、収益  $R^F$  のうち、企業家は  $R_b^F$  をもらい、残り ( $R^F - R_b^F$ ) は投資家がもらう。

企業家は有限責任であることを仮定する。つまり、 $R_b^S, R_b^F \geq 0$ である。 $R_b^S, R_b^F$ は私的便益 $B$ と同様、投資額に関して固定である。

### 3.2 最適化問題

以上の基本設定を前提にモデルの定式化を行う。以下では、プロジェクトを実行するとき、企業家が努力することを選択することが均衡となるケースを分析する。このときの企業家の目的関数は彼の(ネット期待)効用関数であり、第2節の(1)式のように

$$U_b = p_H R_b^S + (1 - p_H) R_b^F - A \quad (1)$$

と書くことができる。

また、企業家の(ネット)効用が(1)式のようになるためには、彼のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件を満たす必要がある。企業家のインセンティブ条件は以下のように表現することができる。企業家が努力すると彼の効用は(1)式の通りであるが、努力しない場合には企業家の効用は

$$\tilde{U}_b = p_L R_b^S + (1 - p_L) R_b^F - A + B \quad (7)$$

となる。したがって、企業家に自主的に努力してもらうためには、

$$U_b \geq \tilde{U}_b \quad (8)$$

の条件が満たされる必要がある。これは企業家のインセンティブ条件であり、整理すると

$$R_b^S - R_b^F \geq B/\Delta p \quad (9)$$

となる。投資家の参加制約条件は彼女の期待収入が貸出額以上であることを保証するものであり、

$$p_H (R^S - R_b^S) + (1 - p_H) (R^F - R_b^F) \geq I - A \quad (10)$$

となる。(10)式の左辺は投資家の期待回収額を表し、右辺は期首に企業家が投資家から借入れた金額を表す。(10)式は投資家の期待収入が投資額を上回らないといけないことを表す。

ここでは分析の有効性を保証するために、

$$p_H R^S + (1 - p_H) R^F > I > A + R^F \geq I - p_H (R^S - R^F - B/\Delta p)$$

と仮定する。最初の不等号はプロジェクトが正のNPVを持つことを表し、2番目の不等号は外部資金調達を必要とすることを表し、最後の不等号は企業家が借入するために必要最小限の自己資金( $\bar{A}$ , 第3.3節を参照)を表している。

### 3.3 均衡の特徴

以下では投資家の参加制約条件(10)式が等号で成立する場合と不等号で成立する場合に分けて均衡の特徴付けを行う。

投資家の参加制約条件(10)式が等号で成立する場合、第2.2節の証明より、企業家のインセンティブ条件(9)式は厳密な等号で成立する。従って最適資金調達契約において、 $R_b^{S*} = [p_H R^S + (1 - p_H) R^F - I + A]/p_H$ ,  $R_b^{F*} = 0$  が得られる。効用  $U_b^* = p_H R^S + (1 - p_H) R^F - I$  である。ただし、 $A \geq \bar{A}$  を満たす必要がある。 $\bar{A}$  は企業家が借入するために必要最小限の自己資金であり、

$$\bar{A} = I - p_H (R^S - B/\Delta p) - (1 - p_H) R^F > 0$$

を満たすものである。 $A < \bar{A}$  の企業家はプロジェクトを実行することができない。

$R_b^{F*} = 0$  の条件を満たすために最適資金調達契約において最適負債額は  $D^* (R^F, R^S)$  によって定義される。そして、投資家の収益は負債額  $D^*$  の中には少なくとも  $R^F$  を含めることが分かる。プロジェクトが成功すれば、投資家は  $p_H (R^S - R_b^{S*})$  をもらい、プロジェクトが失敗すれば投資家は  $R^F$  をもらう。そして、

$$p_H (R^S - R_b^{S*}) + (1 - p_H) R^F = I - A$$

となるように最適負債額  $D^*$  は自己資金  $A$  によって一意的に決まる。

しかし、一般的には投資家の参加制約条件(10)式が不等号で成立する場合、企業家のインセンティブ条件(9)式も厳密な等号で成立する保証がない。従って  $R_b^{F*} > 0$  となりうるので、最適資金調達契約と最適負債額  $D^*$  は自己資金  $A$  によって一意的に決まらない。代わりに、最適資金調達契約  $\{R_b^{S*}, R_b^{F*}\}$  は企業家のインセンティブ条件(9)式と投資家の参加制約条件(10)式を満たす無差別曲線上の集合となる。最適資金調達契約および最適負債額が一意的に決まらないことは、企業家のインセンティブ条件(9)式と投資家の参加制約条件(10)式の不確実性によるものである。

## 5. おわりに

本論文は Tirole[2006]のモラルハザードモデルに基づいて企業家のインセンティブ条件が企業の最適資金調達契約および最適資本構成にどのような影響を与えるのかについて、再考察したものである。連続投資モデルの場合、企業家のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件は常に有効のため、最適資金調達契約と最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まる。

固定投資モデルの場合、投資家の参加制約条件は有効の場合と無効の場合に分けられる。投資家の参加制約条件が有効の場合、連続投資モデルと同じロジックにより、最適資金調達契約と最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まる。

しかし、投資家の参加制約条件が無効の場合、企業家のインセンティブ条件も常に有効である保証がないので、最適資金調達契約および最適負債額は企業家の自己資金額によって一意的に決まらない。代わりに、最適資金調達契約は企業家のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件を満たす無差別曲線上の集合となる。最適資金調達契約および最適負債額が一意的に決まらないことは、企業家のインセンティブ条件と投資家の参加制約条件の不確実性によるものである。

## 参考文献

- 柳川範之[2006], 「法と企業行動の経済分析」, 日本経済新聞社.
- Holmstrom, B., and J. Tirole[1997], "Financial Intermediation, Loanable Funds, and the Real Sector," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 3, pp. 663-691.
- Tirole, J.[2006], *The Theory of Corporate Finance*, Princeton University Press.