

むだ時間を含む連続時間非線形システムの RBF ネットワークモデルによる同定

八野 知博* 花田 秀幸** 高田 等*

IDENTIFICATION OF CONTINUOUS-TIME NONLINEAR SYSTEMS WITH TIME-DELAY USING AN RBF NETWORK MODEL

Tomohiro HACHINO , Hideyuki HANADA and Hitoshi TAKATA

This paper deals with an identification of continuous-time nonlinear systems with time-delay. The Butterworth filter is utilized as a delayed state variable filter, in order to evaluate higher order derivatives of input and output signals. The model structure, the state variable filter and the time-delay are properly determined by the genetic algorithm. Simulation results are shown to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Identification, Nonlinear systems, Time-delay, RBF, GA

1 まえがき

多くの物理システムは非線形かつ連続時間であり、むだ時間を含むこともしばしばである。このようなシステムの精密な解析や設計を行うためには、通常、対象システムの精度良い同定、すなわち正確なモデル構築が必要となる。しかし、たとえ対象システムが線形であっても、その同定モデルはむだ時間に関して非線形となるため、むだ時間システムの同定は困難な問題とされている。

本報告では、むだ時間を有する連続時間非線形システムの一同定法として、Radial Basis Function (RBF) ネットワークモデルに遺伝的アルゴリズム (GA)¹⁾ を併用した手法を提案する。本手法では、入出力データの

前処理に遅延型状態変数フィルタを用いる^{2),3)}。ただし、遮断周波数以下ではほぼ時間遅れ特性を有するバターワースフィルタを遅延型状態変数フィルタとして採用し、その準最適な遮断周波数を GA により決定する。遅延型状態変数フィルタの導入により得られる RBF ネットワークモデルは、むだ時間やモデル構造が決まっている場合、未知パラメータに関して線形となる。したがって、非線形システムの同定問題が線形同定問題に帰着され、最小二乗法により容易に解くことができる。

さて、この同定法では、むだ時間とモデル構造の決定が重要な問題となる。すなわち、むだ時間、RBF 基底関数の個数、中心位置、および幅を適切に選択する必要がある。そこで本報告では、これらの値についても GA により準最適に決定することを考える。それ故、本手法では、GA によるネットワークモデル構造の最適化により、システムの非線形部がその非線形性の度合いに応じた適切なパラメータ数で精度良く表現

2001 年 8 月 31 日受理

* 電気電子工学科

** 博士前期課程電気電子工学専攻

できる。また、GAによる状態変数フィルタの遮断周波数の最適化により、時間遅れ特性を保持したままで、準最適な観測雑音除去効果が得られる、などの特長がある。

シミュレーション実験により、データに10%程度の観測雑音が存在する場合においても、精度良い同定結果が得られることを確認した。

2 問題の設定

次のむだ時間を含む一入出力連続時間非線形システムを考える。

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x(t) + f(z(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u(t-\tau) \quad (1)$$

$$(i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l, a_0 = 1, n \geq m)$$

$$z(t) = [p^{n-n_1} x(t), p^{n-n_2} x(t), \dots, p^{n-n_k} x(t), p^{m-m_1} u(t-\tau), p^{m-m_2} u(t-\tau), \dots, p^{m-m_l} u(t-\tau)]^T$$

ここで、 $u(t)$ 、 $x(t)$ はそれぞれ入出力信号を表し、 $f(\cdot)$ は未知非線形関数を表す。また p は微分演算子、 τ はむだ時間である。事前情報により $n, n_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 、 $m, m_j (j = 1, 2, \dots, l)$ は既知とする。本報告では、入出力データから未知非線形関数 $f(\cdot)$ とむだ時間 τ 、および線形項に含まれるパラメータ $\{a_i\}$ 、 $\{b_j\}$ を同定する。

3 同定

本節では、むだ時間およびRBFネットワークモデルの構造が決まっている場合の同定法について述べる。

まず、信号の高次微分を取り扱うために、次の状態変数フィルタを導入する。

$$F(p) = \frac{1}{p^q + \gamma_1 p^{q-1} + \dots + \gamma_q} \quad (q > n) \quad (2)$$

$F(p)$ を(1)式の両辺に掛けると

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x^f(t) + F(p)f(z(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u^f(t-\tau) \quad (3)$$

ただし、

$$\begin{cases} x^f(t) = F(p)x(t) \\ u^f(t-\tau) = F(p)u(t-\tau) \end{cases} \quad (4)$$

となる。 $x^f(t)$ 、 $u^f(t-\tau)$ およびこれらの高次微分は(4)式から得ることができる。

さて、 $F(p)$ として時間遅れ特性を持つ遅延型状態変数フィルタを選べば、フィルタと非線形関数の順序交換が可能となり^{2),3)}、 $F(p)f(z(t)) = f(F(p)z(t)) = f(z^f(t))$ が成立する。したがって、(3)式は

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x^f(t) + f(z^f(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u^f(t-\tau) \quad (5)$$

となる。ここで、一般にバターワースフィルタは遮断周波数 ω_c 以下ではほぼ時間遅れ特性を有することから、 $F(p)$ として次のバターワースフィルタ⁴⁾を用いる。

$$F(p) = \prod_{i=1}^q \frac{1}{(p/\omega_c - \tau_i)} = \frac{1}{(p/\omega_c)^q + \lambda_1 (p/\omega_c)^{q-1} + \dots + \lambda_q} \quad (6)$$

$$\tau_i = \exp(j\theta_i), \quad \theta_i = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{2i-1}{q} \right)$$

なお、フィルタ $F(p)$ は雑音除去の役割も担っている。そこで、雑音除去性能と時間遅れ特性の双方を保持する適切な ω_c を決定する必要があるが、これについては4節で述べる。

(5)式 of 非線形関数 $f(z^f(t))$ はRBFネットワークを用いて次のように表現される。

$$f(z^f(t)) = w_0 + \sum_{i=1}^M w_i \phi_i(z^f(t) - c_i) - \varepsilon(t) \quad (7)$$

ここで、 $\varepsilon(t)$ は近似誤差である。また、本報告では、RBFとして次のガウシアン関数を用いる。

$$\phi_i(z^f(t) - c_i) = \exp\{-\|z^f(t) - c_i\|^2/d_i^2\} \quad (8)$$

ただし、 w_i 、 c_i 、および d_i はそれぞれ i 番目のRBFの重みパラメータ、中心位置、幅を表す。また、 M はRBFの個数、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。

(7)式を(5)式に代入すると、次のパラメータ θ に関し線形の同定モデル式が得られる。

$$p^n x^f(t) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t) \quad (9)$$

ただし,

$$\varphi(t) = [\psi_1^T(t), -\psi_2^T(t)]^T$$

$$\psi_1(t) = [-p^{n-1}x^f(t), \dots, -p^{n-i}x^f(t), \dots, -x^f(t), p^m u^f(t-\tau), \dots, p^{m-j}u^f(t-\tau), \dots, u^f(t-\tau)]^T$$

$$(i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l)$$

$$\psi_2(t) = [1, \phi_1(z^f(t) - c_1), \dots, \phi_M(z^f(t) - c_M)]^T \quad (10)$$

$$\theta = [\vartheta_1^T, \vartheta_2^T]^T$$

$$\vartheta_1 = [a_1, \dots, a_i, \dots, a_n, b_0, \dots, b_j, \dots, b_m]^T$$

$$(i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l)$$

$$\vartheta_2 = [w_0, w_1, \dots, w_M]^T.$$

(9) 式に最小二乗法を適用すると, 未知パラメータベクトル θ が次のように求まる。

$$\hat{\theta} = \left[\sum_{k=N_s+1}^{N_s+N} \varphi(t_k) \varphi^T(t_k) \right]^{-1} \times \left[\sum_{k=N_s+1}^{N_s+N} \varphi(t_k) p^n x^f(t_k) \right] \quad (11)$$

ただし, N は入出力データ数である。したがって, 線形項に含まれるパラメータは $\hat{\vartheta}_1$, 非線形関数は

$$\hat{f}(z^f(t)) = \psi_2^T(t) \hat{\vartheta}_2 \quad (12)$$

と同定できる。

4 モデル構造, むだ時間, および状態変数フィルタの決定

RBF モデルの構造 (RBF の個数 M , 中心位置 $\{c_i\}$ および幅 $\{d_i\}$), 状態変数フィルタの遮断周波数 ω_c , およびむだ時間 τ は上記同定アルゴリズムの精度を大きく左右する。しかし, これらの要素の最適化は非線形最適化問題となるため容易に求めることは出来ない。そこで本報告では, これらの要素 $\Omega = (M, \{c_i\}, \{d_i\}, \tau, \omega_c)$ を GA により決定する。

4.1 コーディングおよびデコーディング

$\Omega = (M, \{c_i\}, \{d_i\}, \tau, \omega_c)$ を文字列 S でコーディングする。文字列 S は図-1 のように4つのブロックから構成されている。 S_1 は RBF の個数 M と中心位置

$\{c_i\}$ のブロックであり, S_2 は状態変数フィルタの遮断周波数 ω_c のブロックである。 S_3 はむだ時間 τ のブロックであり, S_4 は RBF の幅 $\{d_i\}$ のブロックである。

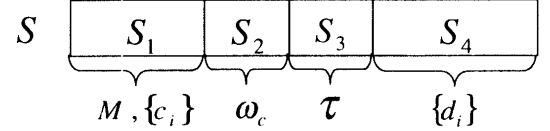


図-1 コーディング

S_1 ブロック

S_1 ブロックは昇順に並んだ整数文字列で, そのデコーディングは以下の通りである。例えば, S_1 ブロックが図-2 に示すように "1 3 7 8 10" である場合, 1, 3, 7, 8, 10 番目のデータ点を RBF の中心位置として採用する。したがって, 未知の非線形関数は (13) 式のように表される。このデコーディング方法では, S_1 ブロックにおける整数の個数が RBF の個数 M となる。

$$\begin{aligned} f(z^f(t)) &\simeq w_0 + w_1 \phi_1(z^f(t) - z^f(t_1)) \\ &+ w_2 \phi_2(z^f(t) - z^f(t_3)) \\ &+ w_3 \phi_3(z^f(t) - z^f(t_7)) \\ &+ w_4 \phi_4(z^f(t) - z^f(t_8)) \\ &+ w_5 \phi_5(z^f(t) - z^f(t_{10})) \end{aligned} \quad (13)$$

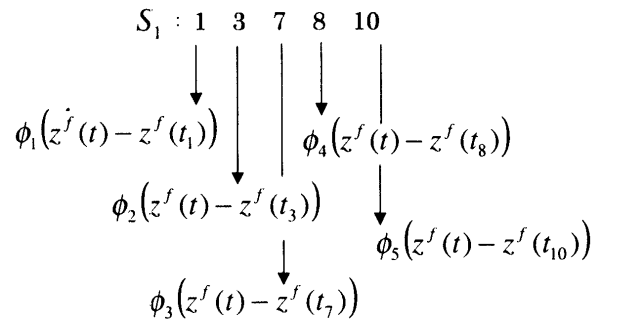


図-2 S_1 ブロックのデコーディング例

S_2 ブロック

S_2 ブロックは, 状態変数フィルタの遮断周波数 ω_c のための L_2 ビット二進文字列である。このブロックのデコーディングは次により実行される。

$$\omega_c = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2^{L_2} - 1} W + \omega_{min} \quad (14)$$

ここで, W は S_2 ブロックの二進表現を十進値に変換した値であり, $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ は ω_c の探索範囲である。

S_3 ブロック

S_3 ブロックは、むだ時間 τ のための L_3 ビット二進文字列である。このブロックのデコーディングは次により実行される。

$$\tau = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2^{L_3} - 1} \mathcal{T} + \tau_{min} \quad (15)$$

ここで、 \mathcal{T} は S_3 ブロックの二進表現を十進値に変換した値であり、 $[\tau_{min}, \tau_{max}]$ は τ の探索範囲である。

S_4 ブロック

S_4 ブロックは、RBF の幅 $\{d_i\}$ のための NL_4 ビット二進文字列である。このブロックのデコーディングは次により実行される。

$$d_i = \frac{d_{max} - d_{min}}{2^{L_4} - 1} \mathcal{D} + d_{min} \quad (16)$$

ここで、 \mathcal{D} は S_4 ブロックにおける $(i-1)L_4+1$ から iL_4 ビット目までの二進表現を十進値に変換した値であり、 $[d_{min}, d_{max}]$ は d_i の探索範囲である。

4.2 最適化アルゴリズム

GA による具体的な最適化アルゴリズムを以下に示す。

step 1 初期化 : Q 個の文字列から構成される Ω の初期候補集団をランダムに発生させる。

step 2 デコーディング : 4.1 節の方法によりデコーディングを行う。

step 3 モデルの構築とフィルタリング : デコーディングされた候補 $\tilde{\Omega}_i$ ($i = 1, 2, \dots, Q$) より Q 個の RBF ネットワークモデルを構築する。また、状態変数フィルタとむだ時間の候補より $x^f(t)$, $u^f(t - \tau)$ およびこれらの高次微分を求める。

step 4 同定 : RBF ネットワークモデルの各候補、およびフィルタリングされた信号の各候補を用いて、(11) 式により $\hat{\theta}_i$ ($i = 1, 2, \dots, Q$) を同定する。

step 5 適応度計算 : $\tilde{\Omega}_i$ および $\hat{\theta}_i$ を用いて目的関数

$$\begin{aligned} J_i(\tilde{\Omega}_i, \hat{\theta}_i) &= N \log \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=N_s+1}^{N_s+N} (x(t_k) - \hat{x}(t_k))^2 \right\} \\ &+ 2\hat{P}_i \quad (i = 1, 2, \dots, Q) \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $\hat{x}(t)$: 推定モデルの出力、 $P = M + (n-k) + 1$: モデルに含まれるパラメータ数、を求め、適応度 $F_i = -J_i$ を計算する。

step 6 複製 : 適応度に比例した確率選択で複製を行う。すなわち、各個体は $F_i / \sum_{j=1}^Q F_j$ の確率で複製する。ただし、実際には初期収束を防ぐために適応度のスケーリングを施した新たな適応度により複製を行う¹⁾。

step 7 交叉 : ランダムに個体のペアを作成し、交叉確率 P_c にしたがって交叉を行う。 S_1 ブロックに対しては、交叉操作により作成される新たな整数文字列も昇順を保つような位置で交叉を行う。その他のブロックについてはランダムに選ばれた交叉点で交叉を行う。

step 8 突然変異 : 突然変異確率 P_m にしたがって突然変異を行う。

step 9 繰り返し : 以後、step 2 ~ step 8 を停止条件が満たされるまで繰り返し、集団全体の適応度を高める。

なお、集団内で最大の適応度を有する個体一個を、遺伝的操作による影響を受けることなく、そのまま無条件に次世代の集団に残すエリート保存戦略を用いる。

最終的に、停止条件を満たした時点で最も高い適応度を有する個体から、準最適な $\hat{\Omega}$ および $\hat{\theta}$ が決定される。よって、適切な RBF ネットワークモデル構造、むだ時間、および遅延型状態変数フィルタが得られることになり、このモデルが最終的な同定結果となる。

5 シミュレーション実験

次のシステムを同定の対象とする。

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + f(z(t)) = 0 \\ f(z(t)) = \{(1 + u(t - \tau)) \sin x(t) \\ \quad - 0.8\} / 0.06 \quad (18) \\ a_1 = 1.0 \\ \tau = 2.0. \end{cases}$$

入力信号 $u(t)$ として帯域幅 5[rad/s] のランダム信号を用いた。出力 $x(t)$ には NS 比 10% の白色雑音を加

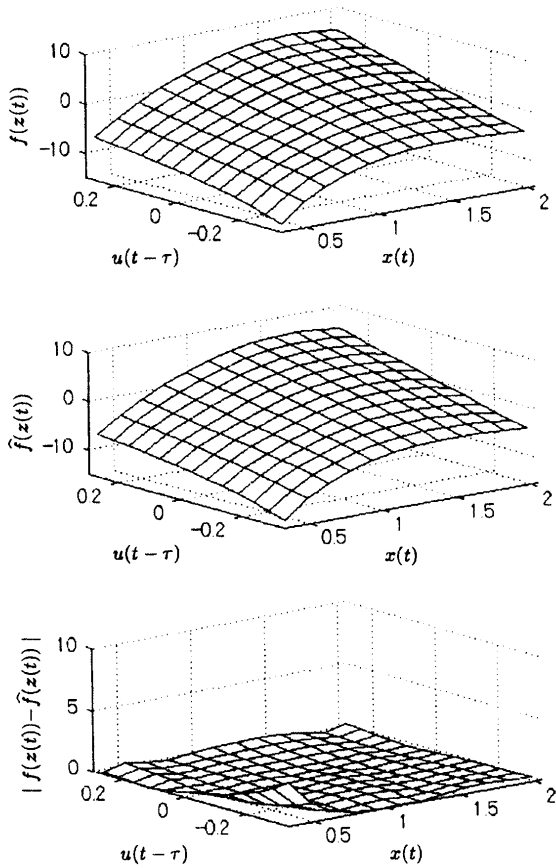


図-3 真の非線形関数，推定非線形関数，絶対値誤差

えた。入出力データは，サンプリング周期 $T = 0.01$ [s] として，それぞれ $N = 3000$ 個を使用した。遅延型状態変数フィルタとして3次のバターワースフィルタを使用した。GA の設定パラメータ等は以下のとおりであり，最大適応度が30世代の間改善されないとき遺伝的操作を停止した。

- (1) 個体数 $Q = 50$
- (2) 文字列のビット数 $L_2 = 10, L_3 = 9, L_4 = 10$
- (3) 交叉確率 $P_c = 0.8$
- (4) 突然変異確率 $P_m = 0.03$
- (5) ω_c の探索範囲 $[\omega_{min}, \omega_{max}] = [5.0, 20.0]$
- (6) $\{d_i\}$ の探索範囲 $[d_{min}, d_{max}] = [0.1, 30.0]$
- (7) τ の探索範囲 $[\tau_{min}, \tau_{max}] = [0, 5.11]$

結果として，RBF の個数は $\widehat{M} = 17$ ，状態変数フィルタの遮断周波数は $\widehat{\omega}_c = 14.34$ [rad/s] と決定された。

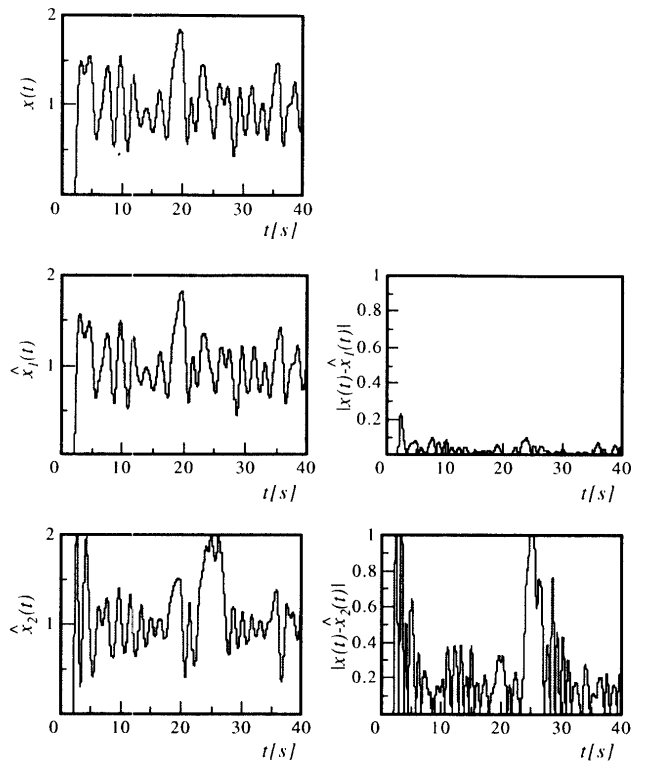


図-4 真の出力，推定モデルの出力，絶対値誤差
 $[\hat{x}_1(t):model 1, \hat{x}_2(t):model 2]$

また，線形項のパラメータは $\hat{a}_1 = 0.955$ ，むだ時間は $\hat{\tau} = 1.99$ と推定され，それぞれ真値 $a_1 = 1.0$ ， $\tau = 2.0$ に近い値が得られた。

図-3に真の非線形関数 $f(z(t))$ ，推定非線形関数 $\hat{f}(z(t))$ ，および $f(z(t))$ と $\hat{f}(z(t))$ との絶対値誤差 $|f(z(t)) - \hat{f}(z(t))|$ を示す。本図より， $\hat{f}(z(t))$ はデータ領域で $f(z(t))$ とよく一致していることがわかる。

図-4には真の出力 $x(t)$ ，本手法により推定されたモデル (model 1) の出力 $\hat{x}_1(t)$ ，および $|x(t) - \hat{x}_1(t)|$ を示す。同時に，GA による Ω 決定を行わず，ランダムに選んだネットワーク構造，むだ時間および状態変数フィルタに基づいて同定を行った場合のモデル (model 2) の出力 $\hat{x}_2(t)$ と $|x(t) - \hat{x}_2(t)|$ も示す。なお，真の出力および各モデルの出力は，同定用入力データとは異なる入力に対して求めた。GA を用いて Ω の決定を行ったモデルの出力 $\hat{x}_1(t)$ は，真の出力 $x(t)$ とよく一致していることがわかる。また，本手法のように GA を用いて Ω の決定を行った方が，GA を用いないケースより同定精度が良いことも確認できる。

6 あとがき

本報告では、むだ時間を有する連続時間非線形システムを対象とし、RBF ネットワークモデルと GA を用いた同定法を提案した。RBF ネットワークモデルの構造、むだ時間、および状態変数フィルタを整数および二進コーディングによる GA で決定した。シミュレーション実験により、本手法は計算機上で容易に実行でき、データが 10% 程度の雑音に乱されている場合でも、適切なネットワーク構造および遅延型状態変数フィルタにより、精度良い同定結果が得られることを確認した。

参考文献

- 1) D. E. Goldberg: Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., (1989)
- 2) R. H. Kohr: A Method for the Determination of a Differential Equation Model for Simple Nonlinear Systems, IEEE Trans. on Electronic Computers, Vol.12, pp.394-400, (1963)
- 3) K. M. Tsang and S. A. Billings: Identification of Continuous Time Nonlinear Systems Using Delayed State Variable Filters, Int. J. Control, Vol.60, No.2, pp.159-180, (1994)
- 4) 谷萩 隆嗣: デジタル信号処理の理論 2, コロナ社, (1985)