

拡大次元線形化と改良 Kumar 法を用いた 非線形制御合成

高田 等* 深澤 英三郎** 八野 知博*

Nonlinear Control Design Using Augmented Linearization and Improved Kumar Technique

Hitoshi TAKATA, Eizaburo FUKAZAWA, Tomohiro HACHINO

In this paper a nonlinear feedback control is designed by applying an augmented linearization and an improved Kumar's control approach for nonlinear systems. Computer simulations show that the transient stability of power systems is improved by using this control law.

Keywords: Nonlinear control, Zero-dynamics, Augmented system, Linearization, Kumar technique

1. まえがき

現在我々は様々なシステムに囲まれて生活している。システムは線形システムと非線形システムに大別され、実在する多くのシステムは非線形システムである。線形システムの場合、制御や解析などを行うのは比較的容易であるが、非線形システムの場合は、それらを直接取り扱うことが一般に容易でない。そのためこれまで多くの非線形システム制御に関する研究が行われてきた。非線形システム制御法の一つに、定常点近傍において何らかの手段で線形化を行い、線形制御理論を適用する手法がある。もっとも一般的な線形化の手段としては、Taylor 展開一次線形近似があげられる。しかしこの手法はシステムの動揺が比較的小さい非線形性の弱い系に対しては有効であるが、非線形性の強いシステムに対しては十分といえない。これ以外にも座標変換による厳密線形化法や、領域分割法が知られて

いる。前者は変換関数の発見や計算に困難を伴い、後者は分割境界拘束条件が複雑な計算を必要とするため、実用的でない。

上記制御法よりも比較的簡便な手法の一つに Kumar らの提案した制御法¹⁾がある。この手法は与えられた非線形システムに対し定数項のない複数の線形化近似システムを構成²⁾し、ハミルトニアン最小化の意味で単一フィードバック制御則を合成するものである。しかしこの Kumar 手法では広い安定領域を得ることが難しい。

そこで本論文では、拡大次元線形化と Kumar 手法を併用した非線形システムの制御則合成^{3)~8)}について考察した。すなわち、まず非線形性の強い非線形システムに対し、複数の展開点を設け、Taylor 展開一次近似を行う。これに安定なゼロダイナミクスを導入し、定数項のない複数の拡大次元線形化システムを構成し、Kumar 手法を適用する。これにより非線形システム制御における安定領域の拡張が可能となった。電力系統過渡安定化問題に対する数値シミュレーション実験により、本手法の有効性を確認した。

本稿は以下のように構成されている。第 2 節では

2005 年 8 月 31 日受理

* 電気電子工学科

** 博士前期課程電気電子工学専攻

問題設定, 第3節では Kumar 手法, 第4節では拡大次元型非線形システム制御, 第5節では計算機によるシミュレーション実験結果を示し, 第6節で結論を述べる。

2. 問題設定

システムが次の非線形微分方程式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in D \quad (1)$$

で与えられる制御問題について考える。
ただし,

$\cdot = d/dt$,
 $x = [x[1], \dots, x[n]]^T$: n 次元状態ベクトル
 $u = [u[1], \dots, u[r]]^T$: r 次元制御ベクトル
 f : 連続微分可能な非線形 n 次元ベクトル値関数
 g : 連続微分可能な非線形 $n \times r$ 行列値関数
 $f(0) = 0, g(0) \neq 0$

である。

評価関数として二次形式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2)$$

を選ぶ。ただし,

Q : $n \times n$ 準正定値対称行列で状態を評価するための重み

R : $r \times r$ 正定値対称行列で制御信号を評価するための重み

右肩 T は転置記号である。

問題は評価 J を最小にする工学上実用的なフィードバック制御則 $u(x)$ を見いだすことである。

3. Kumar 手法

3.1 線形近似

一般に, 非線形項の線形化がなされれば, 簡単な線形制御理論が適用できることから取り扱いが容易となる。Kumar 手法では, 一般に用いられる Taylor 展開一次線形近似を行わずに, 定常点を通る複数の直線によって線形近似を行う。

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (1 \leq i \leq M) \quad (3)$$

例として $M = 2$, すなわち 2 本の直線で近似した場合の線形近似の概略図を図-1 に示す。

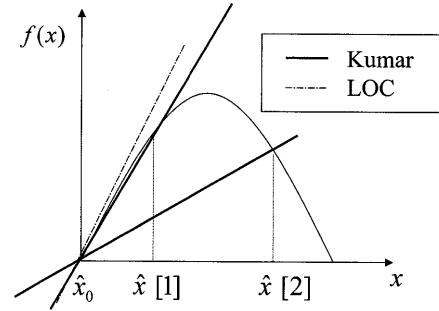


図-1 線形近似の概略図

3.2 制御則の導出法

(4) 式より制御則を求める。

$$u(x) = Fx \quad (4)$$

F の導出法は以下の通りである。

3.3 F の導出法

step1

(5) 式の Λ_i の固有値の実部が負となる F_0 を求める。

$$\Lambda_i = A_i + B_i F_0 \quad (5)$$

step2

(6), (7) 式の条件を満たす V_i, P_i を求める。

$$V_i(A_i + B_i F_0) + (A_i + B_i F_0)^T V_i + Q + F_0^T R F_0 = 0 \quad (6)$$

$$P_i(A_i + B_i F_0)^T + (A_i + B_i F_0)P_i + I = 0 \quad (7)$$

step3

(8) 式より F_1 を求める。

$$F_1 = -R^{-1} \left(\sum_{k=1}^M B_k^T V_k P_k \right) \left(\sum_{k=1}^M P_k \right)^{-1} \quad (8)$$

ただし, 右肩 -1 は逆行列記号である。

(8) 式の F_1 を step2 の F_0 とし, F_1 が収束するまで step2 と step3 を繰り返して行う。収束した F_1 を F とする。

4. 拡大次元型非線形システム制御

4.1 拡大次元の線形化

(1)(2) 式の非線形制御問題を考える。

すなわちシステムが (9) 式の非線形微分方程式:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x \in D \quad (9)$$

で, 評価関数が (10) 式の

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (10)$$

である. ここで連続微分可能な L 次元分離ベクトル値関数 $C: x \rightarrow R^L$ を導入し, その値域を D とする. 次に領域 D を $M+1$ 個の小領域に分割 ($D = \cup_{i=0}^M D_i$) する.

(9) 式に対し, 各小領域 D_i ごとに, $\hat{x}[0] = \hat{x}_0 = 0$ および $\hat{x}[i] \in C^{-1}(D_i)$ 点近傍での Taylor 展開線形化は,

$$\dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + w_i + B_i u \quad \text{on } C^{-1}(D_i) \quad (11)$$

ただし,

$$A_i = \partial f(\hat{x}[i]) / \partial \hat{x}[i]^T, w_i = f(\hat{x}[i]) - A_i \hat{x}[i],$$

$$B_i = g(\hat{x}[i])$$

である. ここで, 安定なゼロダイナミクス変数 x_{n+1} を導入し, 定数項 w_i に乗じて, (11) 式を次のように拡大次元化する.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + w_i x_{n+1} + B_i u \\ \dot{x}_{n+1} = -\sigma_i x_{n+1} \end{cases} \quad (12)$$

$$(x_{n+1}(0) \simeq 1, 0 < \sigma_i \ll 1)$$

すなわち (12) 式は,

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u \\ &= \bar{A}_i X + \bar{B}_i u \end{aligned} \quad (13)$$

ただし,

$$X = [x_1, \dots, x_n, x_{n+1}]^T$$

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & w_i \\ 0 & -\sigma_i \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

である.

4.2 線形近似数

本手法においては, 一般に用いられる Taylor 展開一次線形近似を Kumar 手法で用いた点において行う. Kumar 手法より近似精度の良い複数の直線によって線形近似がなされる.

$$\dot{\hat{x}} = A_i \hat{x} + w_i + B_i u \quad (14)$$

(13) 式の拡大次元システムを適用すると

$$\dot{X} = \bar{A}_i X + \bar{B}_i u \quad (15)$$

となり Kumar 手法型制御則合成の適用が可能となる. 例えば, Kumar 手法において $i = 1, 2, \dots, M$ の $M = 2$, すなわち 2 本の直線で近似した場合, $i = 0$ の原点を加えれば非線形システムとの交点の数は 3 ($i = 0, 1, 2$) となる. その 3 点それぞれにおいて Taylor 展開一次線形近似を施した.

線形近似の概略図を図-2 に示す.

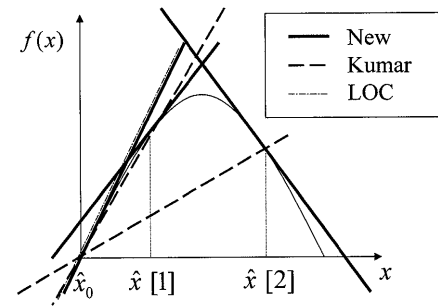


図-2 線形近似の概略図

4.3 拡大次元型システム制御則の導出

制御則 $u(X)$ は (16) 式より求められる.

$$u(X) = \bar{F} X \quad (16)$$

次に \bar{F} の導出法を示す.

4.4 \bar{F} の導出法

\bar{F} の導出法は以下の通りである.

step1

(17) 式の Λ_i の固有値の実部が負となる \bar{F}_0 を求める.

$$\Lambda_i = \bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0 \quad (17)$$

(18), (19) 式の条件を満たす \bar{V}_i, \bar{P}_i を求める.

$$\bar{V}_i (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0) + (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0)^T \bar{V}_i + \bar{Q} + \bar{F}_0^T \bar{R} \bar{F}_0 = 0 \quad (18)$$

$$\bar{P}_i (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0)^T + (\bar{A}_i + \bar{B}_i \bar{F}_0) \bar{P}_i + I = 0 \quad (19)$$

ただし,

$\bar{Q}: (n+1) \times (n+1)$ 準正定値対称行列で
状態を評価するための重み

$\bar{R}: (r+1) \times (r+1)$ 正定値対称行列で
制御信号を評価するための重み

step3

(20) 式より \bar{F}_1 を求める.

$$\bar{F}_1 = -R^{-1} \left(\sum_{k=0}^M \bar{B}_k^T \bar{V}_k \bar{P}_k \right) \left(\sum_{k=0}^M \bar{P}_k \right)^{-1} \quad (20)$$

(20) 式の \bar{F}_1 を step2 の \bar{F}_0 とし, \bar{F}_1 が収束するまで step2 と step3 を繰り返して行く. 収束した \bar{F}_1 を \bar{F} とした.

5. シミュレーション実験

5.1 電力系統モデル

電力系統における発電機動揺方程式を (21) 式に示す.

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D(\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_e(\delta) &= P_{in} \quad (21) \\ P_e(\delta) &= E_I^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E_I V Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta) \\ E_I + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt} &= E_{fd} \\ E_I &= E'_q + (X_d - X'_d) I_d(\delta) \\ I_d(\delta) &= -E_I Y_{11} \sin \theta_{11} - V Y_{12} \sin(\theta_{12} - \delta) \\ D(\delta) &= V^2 \left\{ \frac{T''_{d0}(X'_d - X''_d)}{(X'_d + X_e)^2} \sin^2 \delta \right. \\ &\quad \left. + \frac{T''_{q0}(X_q - X''_q)}{(X_q + X_e)^2} \cos^2 \delta \right\} \end{aligned}$$

ここで,

δ : 発電機の相角, P_{in} : 機械的入力, $P_e(\delta)$: 電気の出力
 M : 発電機慣性定数, $D(\delta)$: 制動係数, E_I : 内部誘起電圧
 V : 基準点電圧, $Y_{11} \angle \theta_{11}, Y_{12} \angle \theta_{12}$: 機間アドミタンス
 E'_q : 過渡リアクタンス背後電圧, E_{fd} : 界磁電圧
 T'_{d0} : 直軸過渡時定数, T''_{d0} : 直軸短絡初期過渡時定数
 T''_{q0} : 横軸短絡初期過渡時定数, $I_d(\delta)$: 直軸電流
 X_d : 直軸同期リアクタンス, X'_d : 直軸過渡リアクタンス
 X''_d : 直軸初期過渡リアクタンス
 X_q : 横軸同期リアクタンス
 X''_q : 横軸初期過渡リアクタンス
 X_e : 外部リアクタンス, である.

状態変数を

$x = [x_1, x_2, x_3]^T = [E_I - \hat{E}_I, \delta - \hat{\delta}_0, \delta]^T$, および制御変数を $u = E_{fd} - \hat{E}_{fd}$ とすると,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(x) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -\frac{1}{kT'_{d0}}(x_1 + \hat{E}_I) \\ &\quad + \frac{(X_d - X'_d) V Y_{12}}{k} x_3 \cos(\theta_{12} - x_2 - \hat{\delta}_0) \\ f_2(x) &= x_3 \\ f_3(x) &= -\frac{V Y_{12}}{M}(x_1 + \hat{E}_I) \cos(\theta_{12} - x_2 - \hat{\delta}_0) \\ &\quad - \frac{Y_{11} \cos \theta_{11}}{M}(x_1 + \hat{E}_I)^2 - \frac{D(\delta)}{M} x_3 + \frac{P_{in}}{M} \end{aligned}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{kT'_{d0}}, \quad k = 1 + (X_d - X'_d) Y_{11} \sin \theta_{11}$$

となる.

展開点 $X_i = [X_{10}, X_{2i}, X_{30}]^T_{i=0,1,2}$ のまわりでテーラー展開一次近似で線形化する.

このとき (3) 式の A_i, B_i, w_i は以下とする.

$$\begin{aligned} A_i &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{kT'_{d0}} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 0 & 1 \\ A_{31} & A_{32} & -\frac{D(\delta)}{M} \end{bmatrix} \\ B_i &= \begin{bmatrix} \frac{1}{kT'_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad w_i = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A_{12} = \frac{(X_d - X'_d) V Y_{12}}{k} X_{31} \sin(\theta_{12} - X_{2i})$$

$$A_{13} = \frac{(X_d - X'_d) V Y_{12}}{k} \cos(\theta_{12} - X_{2i})$$

$$\begin{aligned} A_{31} &= \frac{-1}{M} [V Y_{12} \cos(\theta_{12} - X_{2i}) \\ &\quad + 2Y_{11} \cos(\theta_{11})(X_{11})] \\ A_{32} &= \frac{-V Y_{12}}{M} (X_{11}) \sin(\theta_{12} - X_{2i}) \end{aligned}$$

$$w_1 = -\frac{(X_d - X'_d) V Y_{12}}{k} X_{31}$$

$$\cdot \sin(\theta_{12} - X_{2i})(X_{2i} - X_{20})$$

$$w_2 = X_{30}$$

$$\begin{aligned} w_3 &= -\frac{V Y_{12}}{M} X_{10} \cos(\theta_{12} - X_{2i}) \\ &\quad + \frac{V Y_{12}}{M} X_{11} \sin(\theta_{12} - X_{2i})(X_{2i} - X_{20}) \\ &\quad - \left(\frac{Y_{11} \cos(\theta_{11})}{M} \right) (X_{11})^2 + \frac{P_0}{M} \\ &\quad + \frac{1}{M} [2Y_{11} \cos(\theta_{11})(X_{11})](X_{11} - X_{10}) \end{aligned}$$

また (13) 式の係数行列は,

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \frac{-1}{kT'_{d0}} & A_{12} & A_{13} & w_1 \\ 0 & 0 & 1 & w_2 \\ A_{31} & A_{32} & -\frac{D(\delta)}{M} & w_3 \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{kT'_{d0}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる.

以上より, 制御則 $u(x)$ が求められる.

5.2 シミュレーション条件

系統定数と定常状態運転値は以下の通りである.

系統係数:

$$M = 0.016095[pu], T'_{d0} = 5.09907[sec], V = 1.0[pu]$$

$$P_{in} = 1.2[pu], X_d = 0.875[pu], X'_d = 0.422[pu]$$

$$Y_{11} = 1.04276[pu], Y_{12} = 1.03084[pu]$$

$$\theta_{12} = 1.56189[pu], X_e = 1.15[pu], X''_d = 0.238[pu]$$

$$X_q = 0.6[pu], X''_q = 0.3[pu], T''_{d0} = 0.0299[pu]$$

$$T''_{q0} = 0.02616[pu], \theta_{11} = -1.56495[pu]$$

定常状態係数:

$$\hat{E}_f = 1.52243[pu], \hat{\delta}_0 = 48.57^\circ$$

$$\hat{\delta}_0 = 0.0[deg/sec], \hat{E}_{fd} = 1.52243[pu]$$

本手法における展開点においては

$$\hat{x}[1] = 120^\circ, \hat{x}[2] = 160^\circ \text{ とした.}$$

Kumar ら手法では同じ値の $\hat{x}[1], \hat{x}[2]$ を用いた.

5.3 実験結果

5.3.1 時間応答の比較

初期状態値 $x^T(0) = [0, 0, 13]$ のときの x_1, x_2, x_3 の時間応答を図-3, 図-4, 図-5 に示す.

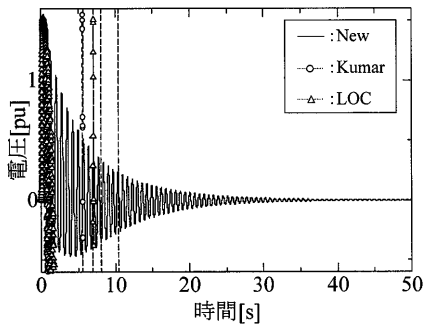


図-3-1 x_1 の時間変化

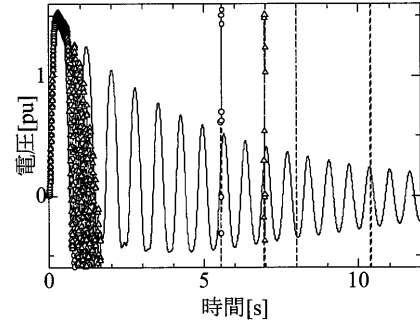


図-3-2 x_1 の拡大図

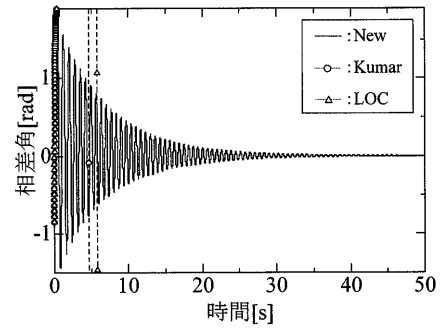


図-4-1 x_2 の時間変化

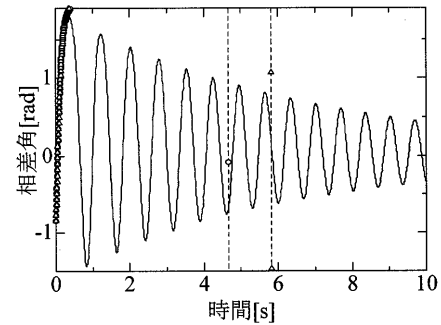


図-4-2 x_2 の拡大図

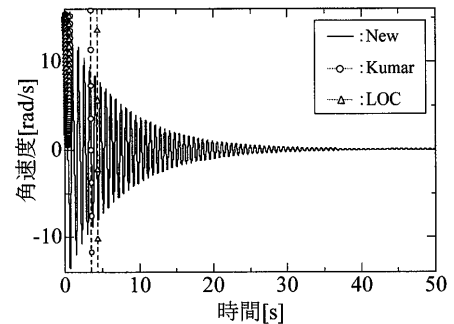


図-5-1 x_3 の時間変化

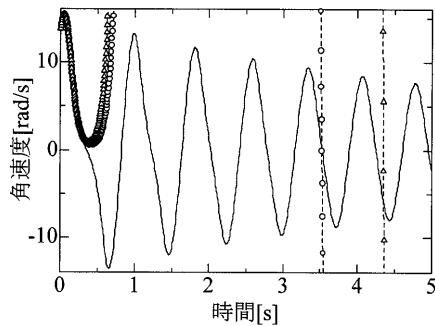


図-5-2 x_3 の拡大図

5.3.2 安定領域の比較

従来の線形制御法 (LOC), Kumar らの制御法 (Kumar) および本手法 (New) の安定領域の比較を図-6 に示す. 本手法による安定領域の拡大が示された.

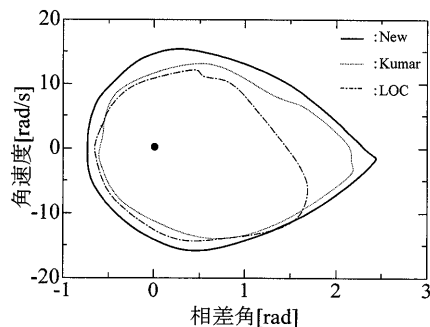


図-6 安定領域の比較

6. 結論

本論文においては, 非線形性の強いシステムの制御法として, 拡大次元システムと Kumar 型手法による非線形システム制御合成法を提案した. 従来の Kumar 手法は非線形性の強いシステムに対して, 定常点から離れたところにおいて近似精度が悪化した. 本手法は Kumar らの用いた点で Taylor 展開一次線形近似を施すことによって近似精度が向上した. また, それにより生じる定数項の問題も, 拡大次元システムを用いることにより解決された. 具体的な数値シミュレーション実験として, 電力系統における一機無限大母線系統の運動方程式を用いた過渡安定化問題を行い, これらの実験結果から本手法の有効性が確認された.

さらに, 様々なシステムに対する適用, 安定領域の拡大, 最適な展開点, 分割点の検討などは, 今後に残された研究課題である.

参考文献

- 1) A.B.R.Kumar and E.Rechards "A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems", IEEE Trans.PAS-95, No.1, pp.243-247(1976)
- 2) B.R.Barmish "Stabilization of Uncertain Systems via Linear Control", 35th IEEE CDC, pp.3453-3458(1996)
- 3) 原口修一 "拘束条件付きの準最適自動抽出制御に関する研究" 平成 9 年度鹿児島大学工学部電気電子工学科卒業論文 (1998)
- 4) 縄田俊則
"非線形システムに対する拡大次元自動抽出制御法に関する研究"
平成 14 年度鹿児島大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻博士論文 (2003)
- 5) 深澤英三郎
"線形観測型非線形システムに対するカルマンフィルタ併合の拡大次元自動抽出制御"
平成 14 年度鹿児島大学工学部電気電子工学科卒業論文 (2003)
- 6) 高田等, 深澤英三郎, 八野知博
"オブザーバを用いた自動抽出制御の合成について"
第 22 回計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集, pp.87-88(2003)
- 7) 高田等, 田中達朗, 八野知博
"ゼロダイナミクスによる拡大次元を用いた Kumar 型非線形システム制御"
第 22 回計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集, pp.95-96(2003)
- 8) 高田等, 深澤英三郎, 八野知博
"拡大次元による改良 Kumar 型非線形システム制御に対する安定領域拡大数値実験について"
平成 16 年度電気関係学会九州支部連合大会講演論文集, pp.391(2004)