工学における統計の問題

上田通夫*・今里文隆**

(昭和41年11月30日　受理)

SOME VIEW OF STATISTICAL METHOD IN ENGINEERING

Michio UEDA* and Fumitaka IMAZATO**

Mere numerical accuracy or mathematical rigidity as formal logic is not at any time valuable just as it is for engineering or technology. When we once treated any problem of engineering with mathematical method, we must again observe the result in view of the original point, should catch the actual meaning of it. On the contrary, we find some simple ways which is almost valueless as formal logic yet sometimes of much practical use in engineering.

Here the authors offer an example concerning a designed experiment of orthogonal arrey. There, elimination of significant factors is shown. Both practical meaning and evaluation of interactions are considered. The paper is rather for biginners, not for experts.

緒　言

計画実験の数値解析や，標準偏差・相関係数の算出又は有意性の検定等は数学に属するが，どんな実験を企画するか，如何なる解析を行ない結果をどう判断評価するかは，形式論理を離れた領域である．それは実験の意味捕捉の問題で，工学では大切な事柄である．統計の末端技術にのみ詳しいことに大した意味はない．ところが，この重要問題を抜きにして，複雑乃至は細かい解析を行なうことを統計と心得，直観に劣る非科学的結論を導く例は，必ずしも少なくない．本当は，統計が分かつていないからで，数学部分（だけ）でもハッキリすれば，そのようなことは起らない道理だが，応用数学としての統計は日進月歩し，愈々精細になるので，工学畑の者がその後のみ追随する訳にゆかぬ．そこでハッキリしない部分が残ることになり，如上の禍がうまれると思う．

とかく，易しいものを難かしく，簡単なことを複雑にして終うのは，一面初心者の通有性だが，マギレはこの辺に生ずるのである．そんなことを避けたいと考えて本文を草するので，元来初心者向きのものである．

二項分布で生起確率五分なら正規分布である．四分五厘でもかなり近いから，見本は双通のことがあり，逆に，或る大きさの見本から母集団型を仮定する場合，正規にも二項分布にも適合することがある．無論前者を採るべきだ．簡単で一般的だから．ここに言おうとすることは，そのような思考に関する事柄なのである．

* 鹿児島大学工学部建築学教室・教授
** 鹿児島大学工学部建築学教室・助手

§1　実験例

実例は，或る実験[1]から緒言に関連する面を取出して，目的を絞つたもの，即ち，

「集成材製造上の疑問要因を，現場の要請に基づいて明らかにする」

という狙いで，直交配列実験を処理するのである．

1.1　要因・水準・割付

ところで，著者は集成材に暗く，一方製造者自身も十分の技術力を持つていない．従つて表1の要因は，実験結果に照らして，それ自体検討を受ける筋のものである．ここに挙げた範囲は，工場で何人も考えざる

表1　要　因・水　準

要因＼水準		1	2	3
A	樹　種	つ　が	す　ぎ	た　ぶ
B	圧締力	8	10	15(kg/cm²)
C	面仕上	プレナー	プレナー	鋸　断
D	接着剤	尿　素	尿　素	レゾルシノール
E	組合せ	本文中に説明あり		
F	節位置	中央集中	中央集中	無作為分布

を得ない程度の選定で，

(1) 交互作用の予想等は手探りである．

(2) 然るに，実際に必要なのは，如何なる樹種と接着剤と圧縮力の組合せがよいか，という三者交互の有意性の検定であることが当然である．

上の事情が，卑近な統計の工学的利用の一例を提供したので，それを述べようと思う．

要因につき，

E（組合せ）：素材品質・プライ数・各種ジョイントの選択を，製造現場の実際要求に応じ3種に纏めた．

F（節位置）：素材全部に有害節があるのではない．プライ総数15で，節物が出た時の，その位置である．中央集中は現実に起き得ないが，仮りに集中させたとして，強度が下がるか，の知的要求に応ずるための仮設要因である．

$L_{27}(3^{13})$ の直交配列に入れ，割付は主要因のほか，$A\times B$，$B\times C$ の交互作用が得られるようにした．交互作用はこれで一杯である．主要因は全部有意ではないか，というのが事前予想であつた．

1．2 実験結果

供試体は2本ずつ，1本は中央，他は三等分点集中荷重を加えた．前の場合は加力断面円の接触，後者では巾のある接触である．特性値は表2に示す．三等分点荷重は集中荷重に換算する．応力度でも荷重のままでも要因効果の検出に違いはないので，荷重で比較する．表2の特性値は，仮平均値に基づき整数化されている．

1．3 一次解析

解析結果は，*A*，*B*，*D*，$A\times B$ が有意であると判明する．

表 2 割付・特性値 L_{27} (3^{13})

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	供試体		計
No.	A	B	(A×B)		C	D	E	(B×C)			(B×C)			集中	三分	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25	−10	15
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	46	80	126
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	170	113	283
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	518	216	734
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1	230	64	294
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2	295	166	461
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2	220	−7	213
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3	95	−37	58
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	150	153	303
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	15	−67	−52
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1	0	−140	−140
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2	−50	−187	−237
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2	−80	−54	−134
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3	0	−134	−134
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1	−55	−187	−242
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1	−122	−177	−299
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2	−110	−87	−197
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	−50	−133	−183
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	500	366	866
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3	260	46	306
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1	77	166	243
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1	380	297	677
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	335	170	505
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3	**341**	333	674
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3	643	266	909
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	190	273	463
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2	**341**	**239**	580
														4,364	1,728	6,092

註 特性値は整数化され，ゴチックは代用値である

材仕上面は，鋸断よりプレーナーがよいという説は否定せられ，節の位置は，実際に現われる大きさ及び頻度の限り，強度に関係ない．

§2　要因消去法

第一次の解析結果

(1)　甚だ有意な A と D（樹種と接着剤），或いは有意な B（圧締力）との組合せ．

(2)　最終目的 $A\times D\times B$（樹種×接着剤×圧締力）の有意性．

等を分離したい要求が生じた．

表3は最終分散分析表で，第一次解析では，$A\times D$, $B\times D$, $A\times B\times D$ を欠き，e' が本表と異なつている．自由度に余裕がある一擬水準を入れてあるので一から，上の分離を試みよう．

2. 1　$A\times D$ の分離

A×D は無論 $A\times B$ と直交しないので，このままでは取り出せない．B の水準を平板化すれば $A\times B$ は無力となり邪魔がなくなる．

今，A_iB_j でA, B 要因の i, j 水準和を，$\overline{A_i}$ 等で A 要因 i 水準和を表示すれば，

$$\sum_i A_iB_j=\overline{B_j}$$

$\overline{B_j}$ は有意だから，$i_{\max}=m$, $j_{\max}=k$, A_iB_j の繰返数$=r$ のとき，

$$\frac{1}{mr}\left(\frac{\sum_{ij}A_iB_j}{k}-\overline{B_j}\right)=\frac{1}{mr}\left(\frac{\sum_j\overline{B_j}}{k}-\overline{B_j}\right)=\alpha_j$$

を $\overline{B_j}$ 系列の各個値 $x_{\cdot j}$ に添加すると，その有意性は消失し B の関する以外への影響はない．以上の方法は形式論理としては自明で価値薄いが，工学的手段としては有用である．かくて $A\times D$ の分離が可能になつた．

さきに $A\times B$, $B\times C$ は第一次解析で検出されているので，$B\times D$ のみが問題として残る．

2. 2　$B\times D$ の分離

原資料から A を消去すれば，$A\times B$, $A\times D$ も消滅するので，全く前同様である．

2. 3　$A\times D\times B$ の分離

$A\times B$, $A\times D$, $D\times B$ が既に求めてあるので，原資料から直接分離してよい．

ここで，全体を通ずる解析計算の一部を示すと，

第一次解析

慣用記号を用い，

修正項　$C.F.=T^2/n=6,092^2/54=687,268$　　$d.f.=1$

全変動　$S_T=\sum x_{ij}^2-C.F.=2,711,636-687,268$
$=2,024,368$　　$d.f.=54-3-1=50$

実験間変動

$$S_T'=\frac{1}{2}\sum_i(\sum x_{i\cdot})^2-C.F.=4,856,414/2-687,268=1,740,939$$

$d.f.=27-1=26$

$$S_{Gr}=\frac{1}{27}\sum_j(\sum x_{\cdot j})^2-C.F.=128,676\qquad d.f.=1$$

S_{Gr} は，中央・三分点荷重間の変動である．

$$S_e=S_T-S_T'-S_{Gr}=154,753$$

$d.f.=50-26-1=23$

要因変動

$$S_A=\frac{1}{18}(\overline{A_1}^2+\overline{A_2}^2+\overline{A_3}^2)-C.F.=1,317,333$$

$d.f.=3-1=2$

$S_B=\cdots\cdots$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

第二次解析

$$S_{A\times D}=\frac{1}{12}\{A_1D_1^2+A_2D_1^2+A_3D_1^2\}+\frac{1}{6}\{A_1D_3^2+A_2D_3^2+A_3D_3^2\}-C.F.-S_A-S_D=56,861$$

$d.f.=2\times1=2$

$S_{B\times D}=\cdots\cdots$

$$S_{A\times B\times D}=\frac{1}{4}(A_1B_1D_1^2+A_1B_2D_1^2+A_1B_3D_1^2+A_2B_1D_1^2+A_2B_2D_1^2+A_2B_3D_1^2+A_3B_1D_1^2+A_3B_2D_1^2+A_3B_3D_1^2)+\frac{1}{2}(A_1B_1D_3^2+A_1B_2D_3^2+A_1B_3D_3^2+\cdots\cdots+A_3B_3D_3^2)-C.F.-S_A-S_B-S_D-S_{A\times B}-S_{B\times D}-S_{A\times D}$$
$$=25,494\qquad d.f.=2\times2\times1=4$$

表3は以上のようにして得られる．e_0 はプール誤差である．

§3　分散分析表

分散分析表を読み，水準検定（計算省略）を行なつて，次のような形式的判定ができる．

(1)　たぶ・つが・すぎの順に強い．$\sigma_B=652$, 550, 383 kg/cm^2．真物は 554, 549, 377 となり傾向は一致し，接着不良の異常値を除くと，平均的に真物より強くなる．

(2)　レゾルシノールは尿素樹脂より強い．

(3)　圧締は平均的に 10 kg/cm^2 が最良，ただし，

表3　分散分析表

要因	自乗和	自由度	分散	分散比
A	1, 317, 333	2	658, 666**	106. 3 >5. 33
B	59, 217	2	29, 608*	4. 78>3. 29
C	1, 842	1	1, 842	
D	82, 889	1	82, 889**	13. 37>7. 49
E	5, 336	2	2, 668	
F	8, 233	1	8, 233	
A×B	84, 319	4	21, 080*	3. 40>2. 67
A×D	56, 861	2	28, 430*	4. 60>3. 29
B×C	8, 802	2	4, 401	
B×D	30, 948	2	15, 474	2. 50<3. 29
A×B×D	25, 494	4	6, 373	
e'	59, 665	3	19, 888*	3. 21>2. 89
T'	1, 740, 939	26		
G_r	128, 676	1	128, 676**	20. 75>7. 49
e	154, 753	23	6, 728	
T	2, 024, 368	50		
e_0	204, 460	33	6, 196	

$(e_0=e+C+E+F+B\times C+A\times B\times C)$

後述の交互作用に注意が必要である．

(4)　杉の圧締力は 8，栂は 10 kg/cm²，栴は圧締の強い程よい．栴の 8，杉の 15 kg/cm² は使用すべきでない．

(5)　杉は，レゾルシノール尿素樹脂で効果に差が認められない．

(6)　三者交互に経済的評価を加味すると，杉×尿素×8 kg/cm²，栂×尿素×10 kg/cm²，栴×尿素×10 kg/cm²，栴×レゾルシノール×15 kg/cm² の組合せがよい，という結論である．

ひるがえつて G_r が有意なのは，加力方法の間に違いがある，というので，前述の如く（近似）点接触と面接触の差である．

ここで，冒頭した実際的判断の問題に触れよう．(2) はレゾルシノールが尿素樹脂より強いという，全く一般的常識を指示するが，かけ合わせると (6) の如く尿素樹脂の方が実用的である場合が多い，と分かる．矛盾のようでそうではない．レゾルシノールと尿素樹脂は多くの場合（素材との関係において）同等で，堅木に対しては前者が優る場合があり，総合すると (2) の結果となる．実際は経済的判断が加わつて，同等の場合は尿素樹脂を使うから，(6) に落着くのである．

(3) と (6) との関係も同様で，圧締力のみベタに比較すれば 10 kg/cm² が中庸を得ていることを語るのみで，個々には (6) の選択が行なわれる．

結　　語

見透しの立たない有意要因を探るために，統計実験を行なう方法がある．見当で実験の大きさを定めるが，その結果を見て，暫定要因自体の検討をも含め，事前に予想しない交互作用等を検出する必要に迫られた折，要因消去法は有力な手段となる．数学としては殆んど無価値だが，工学的には有用である．この時，自由度を十分に用意しておくことは大切である．又，主要因効果のみを見て軽卒に結論を導かないことも心得ていなければならない．それは「最大多数の最大幸福」式の，意味内容不鮮明な性格を持つことがある．

数学を全く使わない工学は不可能だが，しかも工学は数学ではない．工学には技術力を備えなければならない．本論文は，それを言おうとするところに主眼がある．

文　　献

1)　上田通夫：集成材の（曲げ）強度要因　日本建築学会論文報告集号外・昭和41年10月．