

水の入った円筒シェルの水平振動に関する実験的研究

皆川 洋一・岩本 茂美
(受理 昭和62年 5月30日)

AN EXPERIMENTAL STUDY ON LATERAL VIBRATIONS OF A CYLINDRICAL SHELL FILLED WITH WATER ON A SHAKING TABLE

Youichi MINAKAWA and Shigemi IWAMOTO

Experimental results on a cylindrical shell filled with water are presented, and some vibration characteristics are discussed in this paper.

A model shell with a height of 200mm, a diameter of 83.1mm and a thickness of 0.25mm was made of polyester film, and tests were conducted on a shaking table with a constant peak acceleration and measuring relative displacements of the shell to the table and strains in a circumferential direction of the shell.

In addition to the linear responses which were theoretically predicted, various responses including super and sub-harmonic resonances were observed. The latter responses may not be understood by linear vibrations.

1. 序

内部に流体を貯える円筒シェルは、液体貯蔵タンクや原子炉の格納器などに数多く建設されている。円筒シェルの設計に限らず、構造物を設計する場合、地震、風圧力、設備機器等からの振動外力に対する耐震安全性の十分な検討が必要となる。液体の入った円筒シェルの振動問題は、シェルの規格や作用する振動外力の振動数に応じ考慮しなければならない現象^{1)~11)}が異なる。

液体の入った円筒シェルに水平振動外力が作用すると、主に流体が動揺するスロッシング振動とシェルの弾性振動に伴いシェル側壁の振動が流体の流れを促進するバルジング振動が出現する。Hausner¹⁾は、円筒シェルを剛体とし、内部液圧が円筒シェルに及ぼす圧力分布の影響を評価する解析手法を示している。

一方、石油タンクのような内部流体の容量に比較してタンク厚が薄い薄肉円筒容器は、水平方向の振動外力を受けると、内部流体とシェル側壁の連成による振動が無視できない現象が発生する。池田ら⁶⁾は、フレ

キシブルな側壁を持つ円筒シェル容器の実験を行ない、スロッシングの高次モードの共振領域において、剛壁タンク理論の2倍程度の動水圧が側壁に作用すること、外力の振動数が大きくなるほどタンク側壁の可撓性の影響は大きくなることを報告している。

Clough⁹⁾、養輪¹¹⁾らは、液体の入った円筒シェルの振動実験を行い、周方向展開次数 $n=1$ の加振により、 $n=0, 2, 3, \dots$ の周方向展開次数を有する振動モードが生起することを報告している。

著者らは、バルジング振動の応答に焦点を合わせた水の入った円筒シェルの水平振動実験を行った。その結果、理論的に予測できる線形の応答ばかりでなく、周方向展開次数 $n=1$ の振動モードを持つ2倍及び3倍の高調波振動の共振する現象や周方向展開次数 $n \geq 2$ の高次振動モードの1/2の分数調波の振動等のシェルの変位応答を観測した。また、観測される振動の周方向展開次数モードの構成を明らかにするため、シェル周方向の歪を測定し、モードの分析を試みた。

それらの結果を報告する。

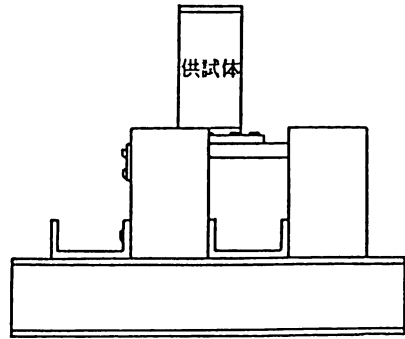
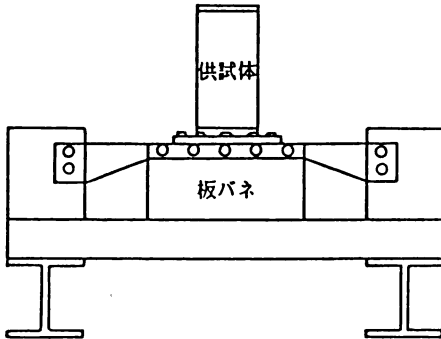
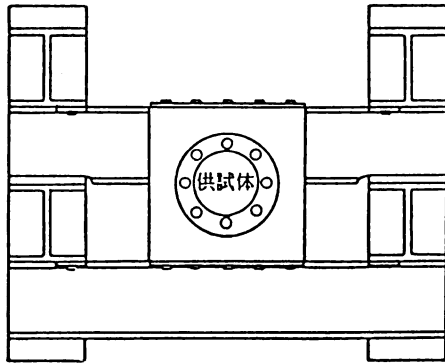


図1 水平振動台

2. 実験概要

2.1 水平振動台及び供試体

水平振動台は、厚さ20mm、一辺の大きさが200mmのアルミニウム板の両端をステンレスの薄板で支えた振動台であり、可動方向と直角方向及び鉛直方向の動きが抑えられている。この振動台の図面を図1に示す。

実験に用いた供試体は、図2に示すような高さ200mm、直径83.1mm、厚さ0.25mmのポリエステルフィルム製の円筒シェルである。シェル面の接着は、のりしろ8mmの両面接着テープ(ニトムズブラ)を利用した。シェル最上部に厚さ8mmの亚克力板のフタを取り付け、フタの中央部に水の注入に用いる直径5

表1 材料定数

材 料	比重	ヤング率(kg/cm ²)		ポアソン比	
ポリエステルフィルム	1.30	E _x	3.7×10 ⁴	ν _x	0.26(σ=0.01)
		E _y	4.9×10 ⁴	ν _y	0.29(σ=0.01)
亚克力	1.20				

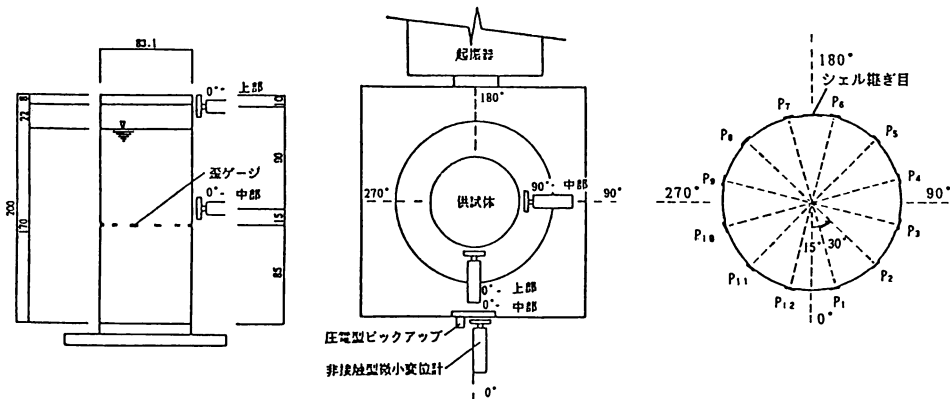


図2 シェル供試体及び変位、歪測定位置

mmの穴をあけた。シェル下部は、アルミニウム製基盤に取り付けた。ポリエステルフィルムとアクリル板及びアルミニウム製基盤との接合はエポキシ樹脂を用いた。アルミニウム製基盤と水平振動台は、8本のボルト(8φ)で接合した。

ポリエステルフィルムとアクリル板の材料試験の結果を表1に示す。なお、ポリエステルフィルムは、荷重速度1 cm/minで引張試験した。

このとき異方性体であるポリエステルフィルムのポアソン比は、シェル周方向の歪及びヤング率を ϵ_x, E_x 、母線方向の歪及びヤング率を ϵ_y, E_y として次式で定義した。

$$\nu_x = -\epsilon_x / \epsilon_y \quad \nu_y = -\epsilon_y / \epsilon_x \quad (1)$$

2.2 測定手法

実験装置関連図を図3に示す。ファンクションジェネレーターで発振された正弦波をアンプで増幅し、電

磁式加振装置へ入力して水平振動台を振動させる。ファンクションジェネレーターの振動数はフリークエンシーカウンターで測定する。水平振動台の加速度は圧電型ピックアップ及びチャージアンプを利用して調べた。水平振動台及びシェルの3箇所の変位応答は非接触型の変位計を用いてアナログ量に換算した。また、シェル周方向のモードを特定するためシェル中央部の周方向に12枚の歪ゲージを貼付し、動歪アンプを用いて歪応答をアナログ量に換算した。変位応答、歪応答のアナログ量は、16チャンネルのAD変換機能をもつパソコンを用いてデジタル量に換算した。AD変換器の読み取り速度は、44.8μSEC/CHであり3.6μSEC間隔で任意に増加することができる。

ここでは、外力振動数に応じて変位及び歪の応答は、外力周期の4~6倍の時間を32等分した時間間隔によりAD変換した。

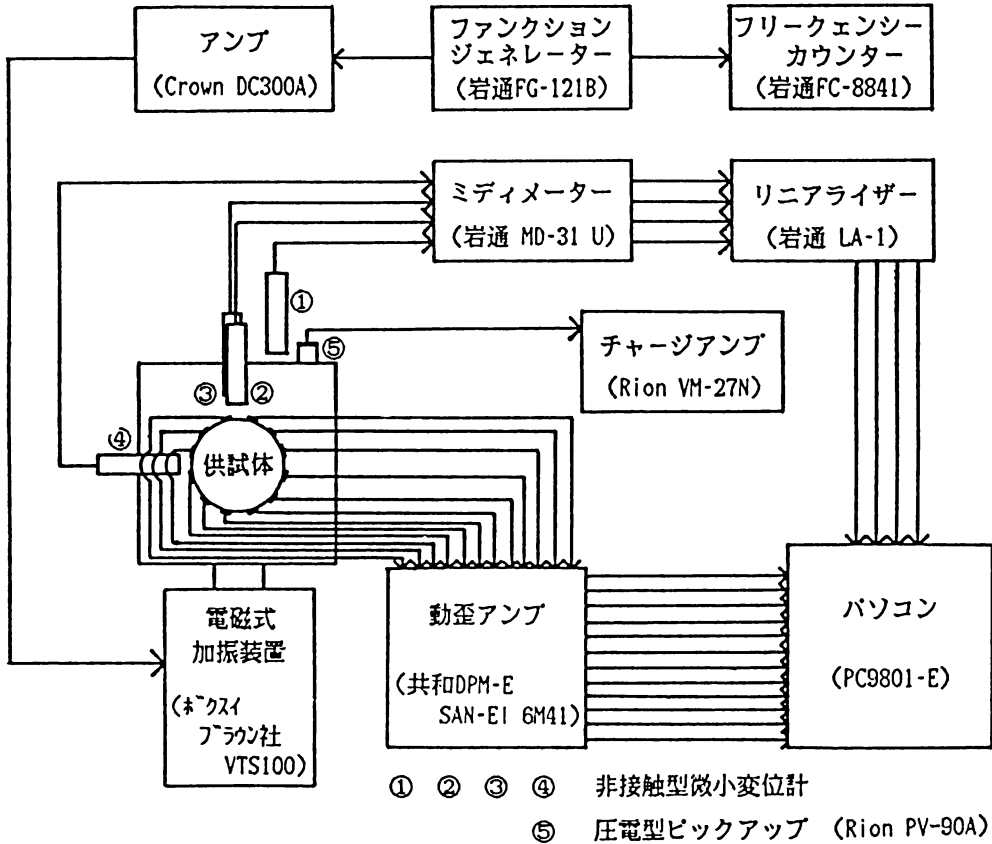


図3 実験装置関連図

2.3 データの解析手法

水平振動台及びシェル3点の変位及び歪の測定位置を図2に示す。

a) 変位 固定した位置から測定したシェルの変位を $D_s(t)$, 水平振動台の変位応答を $D_b(t)$ とするとシェルの応答変位 $d_s(t)$ は次式で表される。

$$d_s(t) = D_s(t) - D_b(t) \tag{2}$$

$d_s(t)$ の応答は、スペクトル分析した $D_s(t)$, $D_b(t)$ を用いて、(2)式よりフーリエスペクトル及び位相角に分析できる。

b) 周方向モード 周方向の12点 (θ_m) で測定された周方向歪 P_m を次式で仮定してモードに分解する。

$$P_m = P_m(\theta_m) = C_0/2 + \sum_{n=1}^5 (C_n \cos n\theta_m + S_n \sin n\theta_m) + S_6 \sin 6\theta_m$$

$$\theta_m = (m-1) * 30^\circ + 15^\circ \quad (m=1, 2, \dots, 12) \tag{3}$$

ここに C_n, S_n は、周方向展開次数 n の θ に関する対称モード、逆対称モードを表している。

(3)式をマトリクス表示して(4)式を得る。

$$\{P\} = [A] \{C\} \tag{4}$$

ここに、 $\{P\}^T = \{P_1, P_2, \dots, P_{12}\}$

$$\{C\}^T = \{C_0, S_1, C_1, \dots, S_5, C_5, S_6\}$$

(4)式の両辺に左から両辺に $[A]^{-1}$ を掛けて次式を得る。

$$\{C\} = [A]^{-1} \{P\} \tag{5}$$

ここで得られた周方向モードのフーリエ係数 $C_0, \dots, C_5, S_5, S_1, \dots, S_6$ は、外力振動数の2~6周期を32等分した時間間隔の時間領域のデータである。この時間領域のデータは、周期応答のスペクトル及び位相角に分析できる。なお、次の章で示す実験結果は、外力と同一の振動数を有する振動成分を基本振動成分、外力振動数の2倍、3倍の振動数を有する振動成分を2倍、3倍の高調波振動成分、外力振動数の1/2倍の振動数を有する振動成分を1/2の分数調波振動成分と表現する。

3. 実験結果

3.1 固有振動数

水深が170mm及び130mmとした供試体の強制振動から得られた周方向展開次数 $n=1, 2, 3, 4, 5$ のバルジング固有振動数を表2に示す。また、水深の変化に伴う固有振動数の変遷を図4に示す。●印は、周方向展開次数 $n=1$ の振動モードに対応する固有振動数を表す。

表2 バルジング固有振動数

水深	固有振動数 (Hz)				
	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
170mm	109	128	104	86	95
130mm	145	133	115	91	98

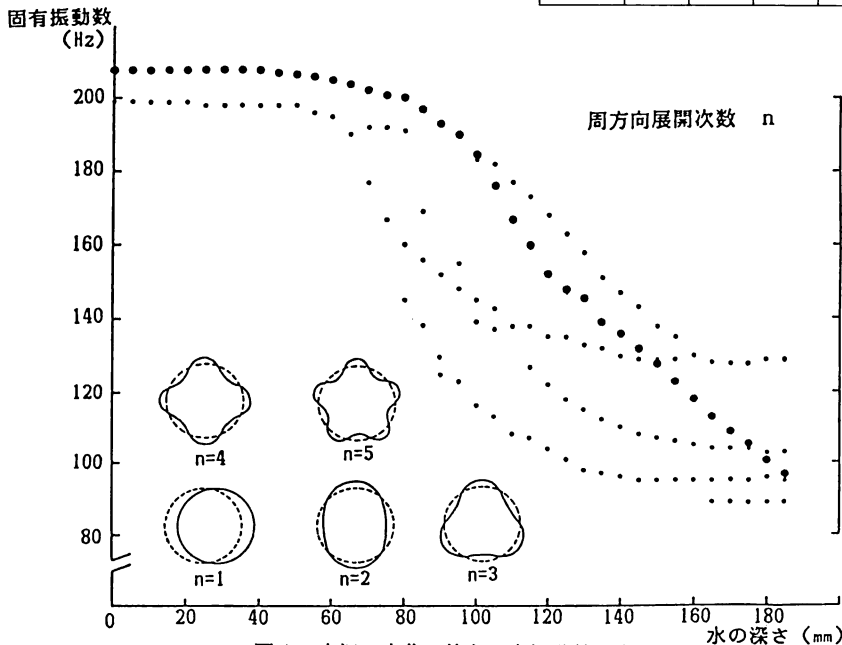


図4 水深の変化に伴う固有振動数の変遷

なお、ここで報告する実験結果は、室温5～12°C、日程3週間で行われた実験に基づくもので、温度変化及び時間経過による固有振動数の変化は認められなかった。

3. 2 水平振動台の応答

水深を170mmとした供試体において、水平振動台の加速度応答を0.5G (RMS値(実効値))としたときの外力振動数の変化に伴う水平振動台の変位応答を○印を付けて図5に示す。実線は応答が正弦波であると仮定して得られる変位応答の曲線である。バルジング固有振動数と外力振動数とが一致する領域の近傍で水平振動台の変位応答と正弦波を仮定した変位応答との間に若干の差異が認められるものの、水平振動台は正

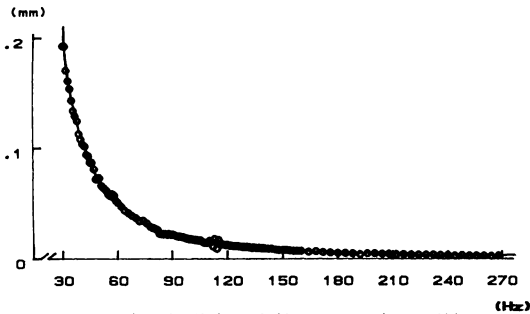


図5 水平振動台の応答 0.5G (RMS値)

弦波で振動していると考えてよいものと思われる。水深を130mmとした振動台についても同様であった。

3. 3 水深170mmの供試体の応答

3. 3. 1 基本振動成分の振動

水平振動台の加速度を0.5G (RMS値)とした時、円筒シェル0°上部、0°中部及び90°中部で観測された変位の応答曲線を図6-1に示す。周方向展開次数n=1の振動モードのみ観測される0°上部での応答より、この振動モードに対応する固有振動数は109Hzであることが分かる。このほか、周方向展開次数n≠1の振動モードの出現する0°中部、90°中部の変位応答は、96Hz、127Hz付近に明確な極大値が観測される。

また、主共振領域において側壁と内部流体の自由表面近傍の水の境界は激しく泡立ち、自由表面から水滴が遊離し高さ22mm上にある上フタまで達した。

次に、シェル中央部周方向の歪に基づいて換算された(5)式の各成分の応答曲線を図6-2に示す。主共振

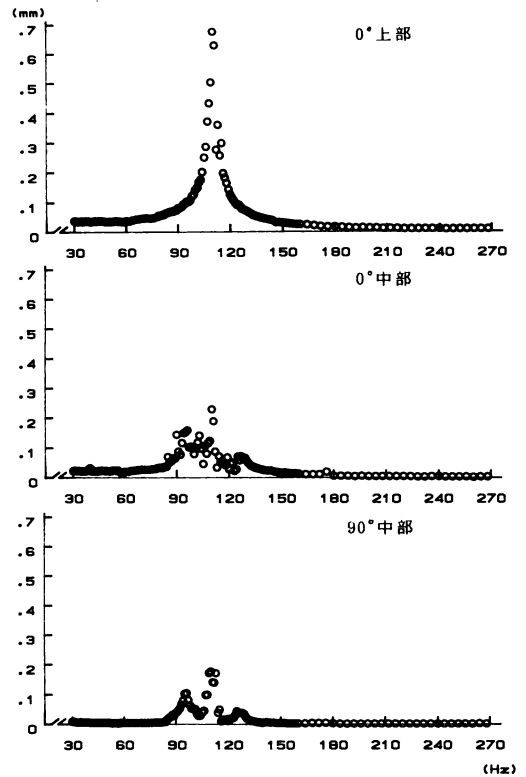


図6-1 応答曲線(変位)
基本振動成分 0.5G (RMS値)

領域(109Hz付近)でC₁のモードが立ち上がっており、変位応答と良く対応しているものの、95Hz付近におけるC₅、S₅、126Hz付近におけるS₆の応答は、主共振領域での変位振動成分とC₁の振動成分の対応と比較すると明らかに振巾の大きさが誇張されていることが分かる。また、これらの周方向モードの応答は、シェル中央部周方向12点の選点的な歪を基にして得られた応答であるため、n=2,3等の応答が、n=5,6の応答と評価される恐れもある。

3. 3. 2 高調波振動の応答

前項で示した水平振動台の加速度を0.5Gとした応答から2倍の高調波振動成分の変位応答曲線を図7-1に示す。基本振動成分のn=1の振動モードが大振巾となる主共振領域において極大値をもつ応答が出現している。このほか外力振動数58Hz付近でn=1の振動モードを有する2倍の高調波振動と判断される振動成分が観測されている。

歪応答に基づいたC₀～C₅の振動モードの応答を図

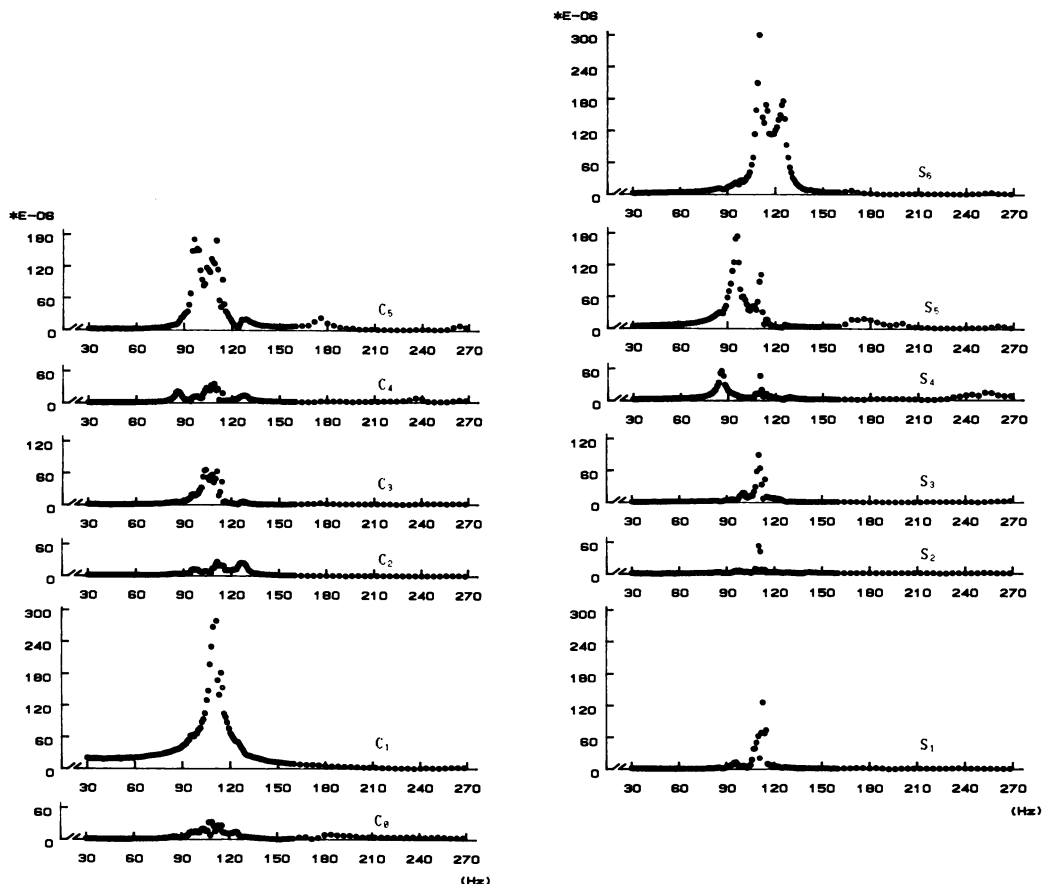


図6-2 応答曲線(振動モード)
基本振動成分 0.5G (RMS値)

7-2に示す。主共振領域において、軸対称モード C_0 及び C_4 、 C_5 の振動モードが出現していることが分かる。

次に、3倍の高調波振動成分の変位応答曲線を図7-3に示す。主共振領域において極大値をもつ応答のほか外力振動数38Hz付近で $n=1$ の振動モードを有する3倍の高調波振動と判断される振動が観測されている。

次に、水平振動台の加速度を1.0G (RMS値)とした時、2倍及び3倍の高調波振動成分の振巾と振動数の関係をそれぞれ図7-4及び図7-5に示す。 $n=1$ の高調波共振は、3倍の振動成分が大きく成長しており、2倍の振動成分は若干の極大値を持つ応答が観測されているものの大きく成長しない。さらに、水平振動台の加速度を2G、3Gと大きくしていくと $n \neq 1$ の高

調波の振動成分が出現するが、明確な極値を持つ応答は得られなかった。

3.3.3 分数調波振動の応答

水平振動台の加速度を2.0G (RMS値)とした時、外力の1/2倍の振動数を有する振動成分で構成されるシェル 0° 上部、 0° 中部及び 90° 中部の変位応答曲線を図8-1に示す。外力振動数186Hz付近で1/2の分数調波の振動成分が出現している。この応答は、水平振動台の加速度1.0G (RMS値)においてはまったく出現しない分岐型の振動である。外力振動数186Hz～196Hzに不安定領域を形成しており、増分1Hzの範囲では履歴は確認されなかった。

次に、水平振動台の加速度を3.0G (RMS値)とした時の変位応答曲線を図8-2に示す。前述の水平振動台の加速度2.0Gの実験で観測された1/2の分数調波

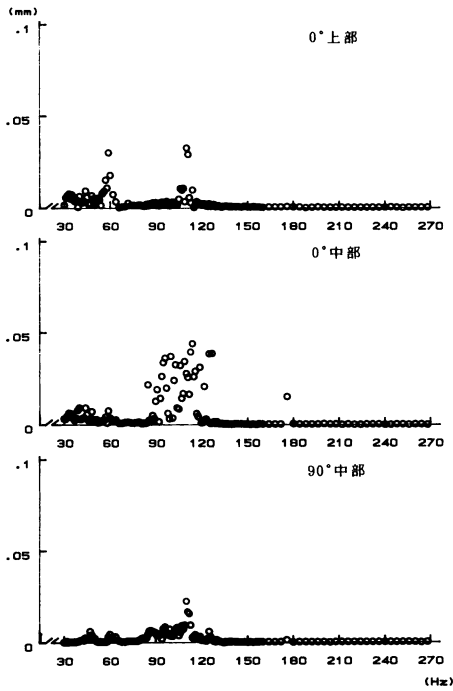


図7-1 応答曲線(変位)
2倍の高調振動成分 0.5G (RMS値)

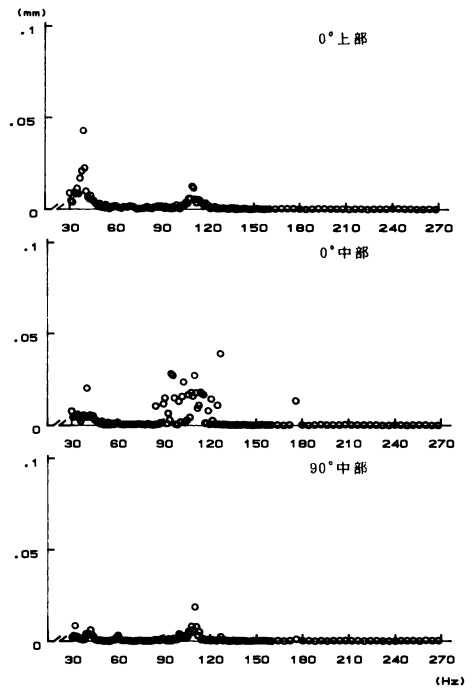


図7-3 応答曲線(変位)
3倍の高調波振動成分 0.5G (RMS値)

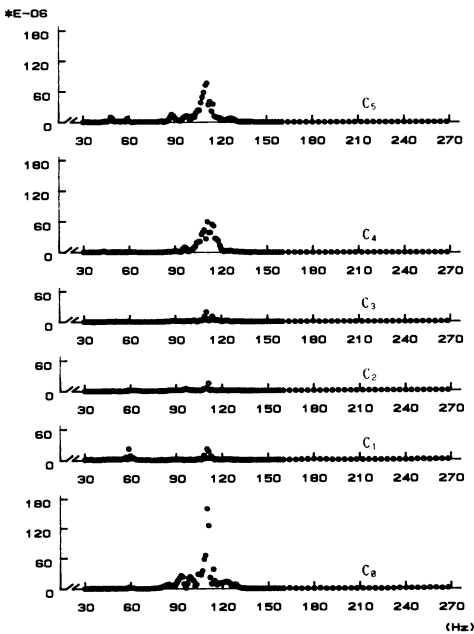


図7-2 応答曲線(振動モード)
2倍の高調波振動成分 0.5G (RMS値)

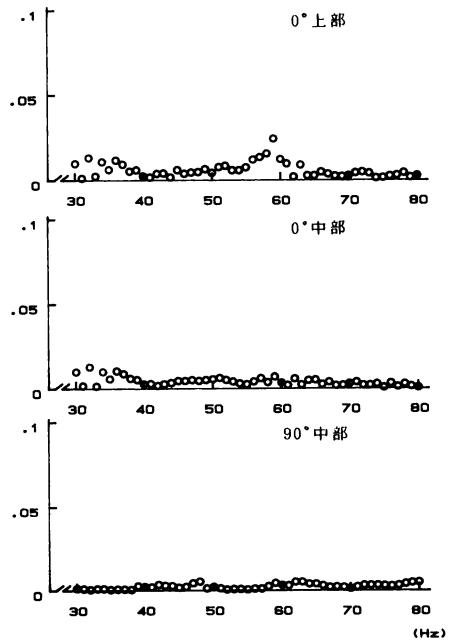


図7-4 応答曲線(変位)
2倍の高調波振動成分 1.0G (RMS値)

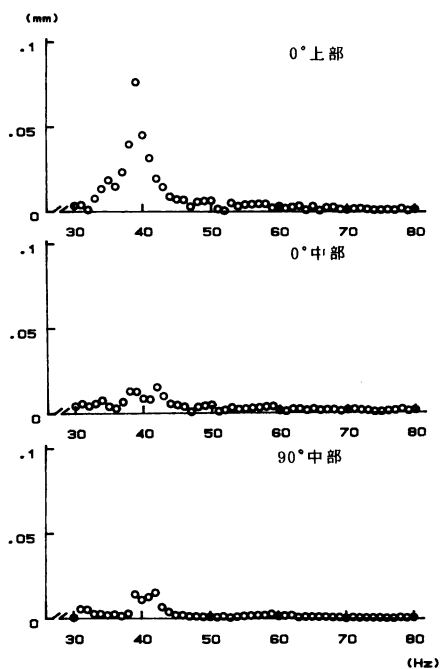


図 7-5 応答曲線 (変位)
3 倍の高調波振動成分 1.0G (RMS値)

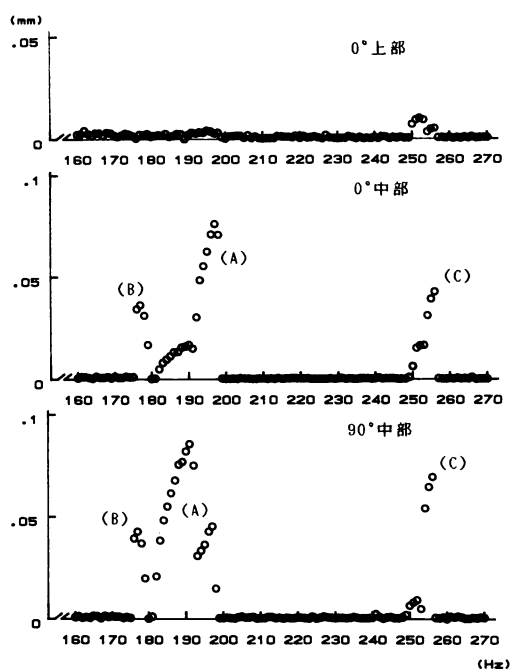


図 8-2 応答曲線 (変位)
1/2の分数調波振動成分 3.0G (RMS値)

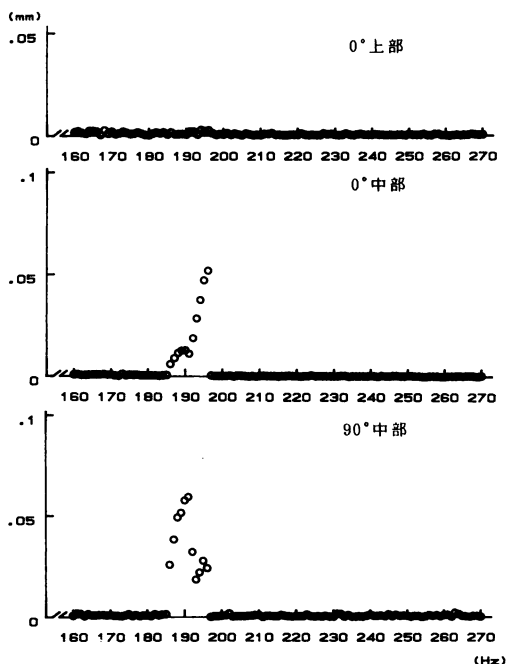


図 8-1 応答曲線 (変位)
1/2の分数調波振動成分 2.0G (RMS値)

の応答は外力加速度の増加に伴い振巾が増大し、不安定領域が180Hz~198Hz (図8-2における応答(A))へと広がっている。このほか、外力加速度2.0G (RMS値)まで出現しなかった振動として、外力振動数170Hz~180Hz (応答(B)), 250Hz~256Hz (応答(C))に不安定領域を形成する振動が出現している。これらの変位応答に対応する歪による周方向モードの応答曲線を図8-3に示す。応答(A)はC₄, (B)はC₅, S₅, (C)はS₆のモードの振動成分が立ち上がっているものの、S₅, C₅, S₆の成分は、変位の振動成分に比べて振巾が誇張されて表現されているため、モードの構成を十分に把握できない。応答(A)は、2段に重なってみえる。この原因は、シェル之母線方向に継ぎ目があり、加振方向と加振方向と直交する方向の剛性が若干異なるためと考えられる。

3. 4 水深130mmの供試体の応答

3. 4. 1 基本振動成分の振動

水平振動台の加速度を0.5G (RMS値)とした時、円筒シェル0°上部、0°中部及び90°中部で観測された変位の応答を図9に示す。周方向展開次数n=1の

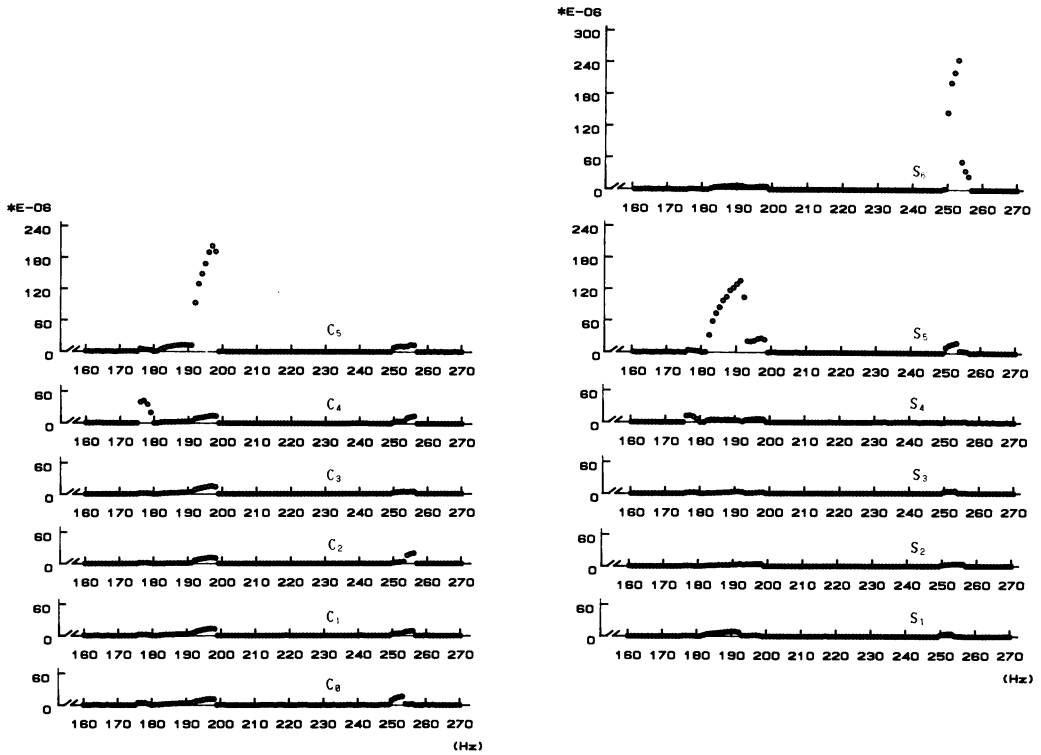


図8-3 応答曲線 (振動モード)
1/2分数調波振動成分 3.0G (RMS値)

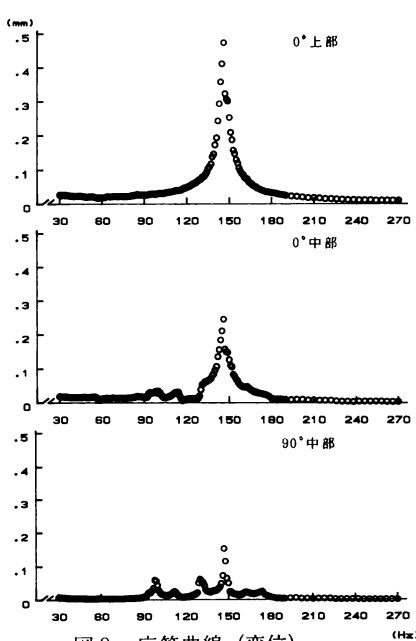


図9 応答曲線 (変位)
基本振動成分 0.5G (RMS値)

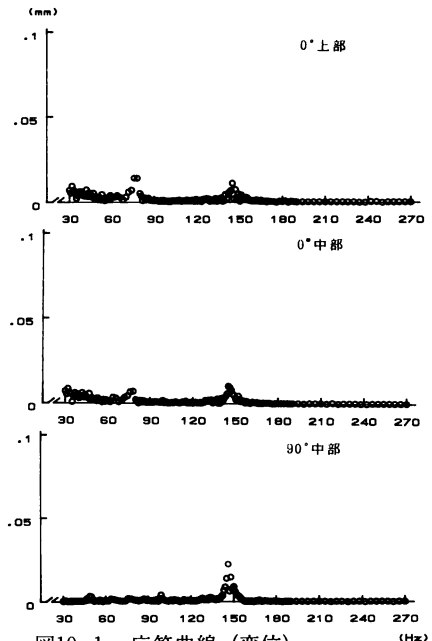


図10-1 応答曲線 (変位)
2倍の高調波振動成分 0.5G (RMS値)

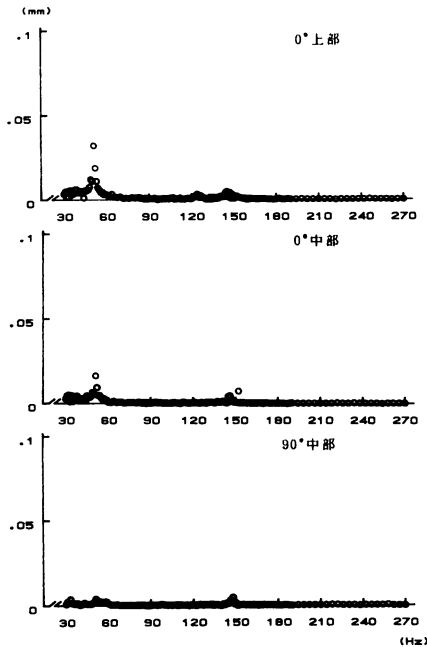


図10-2 応答曲線(変位)

3倍の高調波振動成分 0.5G (RMS値)

振動モードのみ観測される 0° 上部での応答より、このモードの固有振動数は145Hzにあることが分かる。周方向展開次数 $n \neq 1$ の振動モードの変位の応答が、96Hz, 127Hz付近に明確な極大値を持っている。

3. 4. 2 高調波振動の応答

前項で示した水平振動台の加速度を0.5G (RMS値)とした応答から2倍の高調波の振動成分の変位応答曲線を図10-1に示す。 $n=1$ の振動モードが大振巾となる主共振領域において極大値をもつ応答が出現している。このほか外力振動数78Hz付近で $n=1$ の2倍の高調波と判断される振動が観測されている。

次に、3倍の高調波の振動成分の変位応答曲線を図10-2に示す。主共振領域において極大値をもつ応答のほか外力振動数52Hz付近で、 $n=1$ の振動モードの3倍の高調波と判断される振動が観測されている。

3. 4. 3 分数調波振動の応答

水平振動台の加速度を2.0G (RMS値)とした時、 $1/2$ の分数調波の振動成分で構成される変位の応答曲線を図11に示す。外力振動数186Hz付近で $1/2$ の分数調波の振動成分が出現している。外力振動数254Hz～

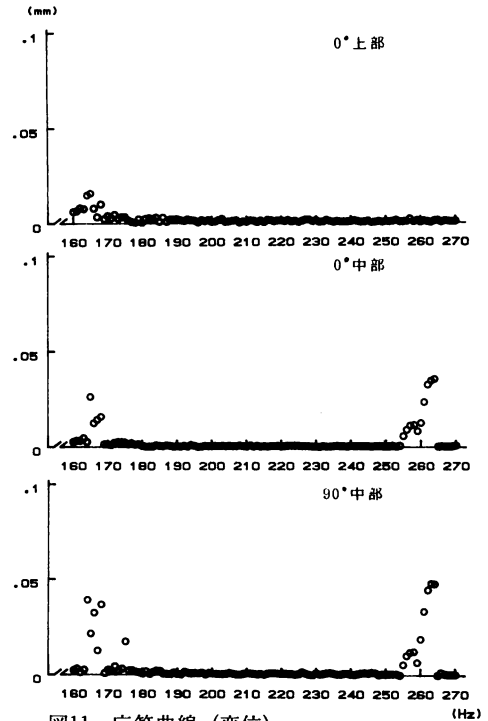


図11 応答曲線(変位)

 $1/2$ の分数調波振動成分 2.0G (RMS値)

265Hzに不安定領域を形成している振動成分は、周方向展開次数 $n \geq 2$ の高次振動モードの $1/2$ の分数調波と判断される。

5. 結 び

水の入った円筒シェルの周方向展開次数 $n=1, 2, 3, 4, 5$ のバルジング固有振動数(供試体の水深170mm～130mm)を特定した。また、 $n=1$ の振動モードの基本振動成分の共振現象を観測し、水深の変化に伴う固有振動数の変遷を明らかにした。

1) 大振巾を有する $n=1$ の振動モードの主共振領域において軸対称モード $n=0$ の振動モードや高次モード($n \geq 2$)の外力振動数の2倍の振動数を有する振動モードの出現が観測された。

2) $n=1$ の振動モードの2及び3倍の高調波振動成分の共振する現象を観測し、2倍の振動成分より3倍の振動成分のほうが主要な共振であることが分かった。

3) 高次の周方向の振動モードの $1/2$ の分数調波の分岐する現象を観測した。

以上、観測された明らかに非線形性に起因すると考

えられる応答の振動モード構成は、今後さらに検討を加えて明らかにしていく。

(参考文献)

- 1) G. W. Housner “Dynamic pressures on accelerated fluid Containers” Bulletin Seism. Soc. Am. Vol. 47, No. 1, 1957
- 2) H. N. Abramson, W. H. Chu, D. D. Kana “Some Study Nonlinear Lateral Slosing in Rigid Containers” Journal of Applied Mecanics Dec. 1966 pp. 777
- 3) 大森 “円筒型液体貯槽の非線形型液面動揺に関する研究” 構造工学論文集 Vor. 31B 昭和60年
- 4) 木村, 大橋 “軸対称容器におけるスロッシングの非線形応答(第2報)”
日本機械学会論文集44巻386号昭和53年10月
- 5) 橋本, 須藤 “縦振動する円筒容器内の液体自由界面の挙動” 日本機械学会論文集B編49巻445号昭和58年9月
- 6) 池田, 秋山, 中村, 白井 “円筒タンク内の液体動揺に関する研究” 日本土木学会論文報告集第316号 昭和57年10月
- 7) 堀, 谷, 田中 “液体の入った円筒シェル動的解析” 日本建築学会論文報告集第282号 昭和54年8月
- 8) 谷, 堀, 緑川 “液体の入った円筒シェルのロッキング振動解析” 日本建築学会論文報告集第316号 昭和57年6月
- 9) R. W. Clough, F. Asce, A. Niwa, D. P. Clough “Experimental Seismic Study of Cylindrical Tanks” Proc. ASCE Vol.105. noST 12, pp. 2565
- 10) 奥村, 柴田, 重田 “模型振動実験” 原子炉容器及び配管の耐震設計法に関する研究成果報告書” 日本機械学会 昭和44年3月
- 11) 箕輪 “円筒タンクの振動台実験” 日本建築学会大会学術梗概集 昭和58年9月
- 12) 皆川 “液体の入った回転シェル非線形振動” 日本建築学会九州中国支部研究報告 昭和57年
- 13) 大崎 “地震動のスペクトル解析入門” 鹿島出版会