

雑音をともなう低周波微小電圧の検出

S/N を最良にする入力変成器の変成比の決定

武 石 泰 亮*

(受理 昭和43年5月31日)

DETECTION OF A. F. WEAK SIGNAL ACCOMPANIED WITH THERMAL NOISE

—Decision of Ratio of Input Transformer—

Taisuke TAKEISHI*

On detection of A. F. low-level signal, level of minimum detectable signal are related to a ratio of input transformer of the amplifier of measuring systems. W. A. Rinehart and L. Moulam, Jr. already discussed the case in which amplifier had lower input impedance (1~50 megohms). The theory, however, is not applied to the amplifier with higher input impedance (higher than 50 megohms). The paper gives clues of design of the input transformer of the measuring systems and shows that an exciting inductance L of the input transformer and a resistance of the signal source play the leading role on the decision of the input transformer.

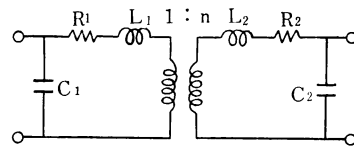
1. は し が き

雑音電圧と共存する微小交流電圧を検出するには低雑音の狭帯域増幅器を検出増幅器として使用し、入力回路は検出感度を良くする為に変成器で結合するのが一般である。この変成器の変成比の決定については W. A. Rinehart 等¹⁾ が既に述べているが、その中で、(1) 変成器は理想変成器と見なし、巻線の分布容量・抵抗・励磁インダクタンス等が無視されているので、もし真空管増幅器の様に入力抵抗が極端に大きいときには実際と合致しない。又もし、(2) 測定対照が変ることにより信号源の内部抵抗が変るときは常に最高感度の状態に近く調整することは困難である、等の二つの問題点が考えられる。著者は変成器の特性を実際に製作可能なものに限定して変成比の決定を行い、更に変成器の一次側に口出線を設けることにより信号源の内部抵抗の変化に応じて常に最高感度に近い状態で信号を検出することが出来ることを示す。

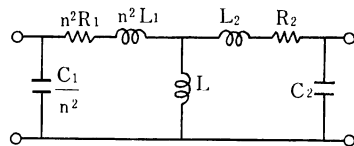
2. 入力変成器の特性

低周波変成器の等価回路は図1 (a) (b) の様になる。変成比 n や入力側、出力側のインピーダンスは変

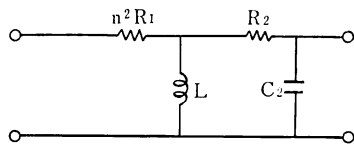
成器の一次側に接続される信号源の内部抵抗と二次側に接続される増幅器の入力抵抗等に関係する。後者に



(a)



(b)



(c)

図 1

* 鹿児島大学工学部電気工学教室・助教授

真空管増幅器の様な高入力抵抗の増幅器が使用されると $1 \ll n$ なる場合が多い。

- C_1 : 一次巻線の分布容量
- C_2 : 二次巻線の分布容量
- L_1 : 一次巻線の漏洩インダクタンス
- L_2 : 二次巻線の漏洩インダクタンス
- R_1 : 一次巻線の抵抗
- R_2 : 二次巻線の抵抗
- L : 二次側に換算した励磁インダクタンス
- n : 変成比

n の値が異なる変成器の二次開放状態での周波数特性を中域利得を基準として比較したのが図2である。

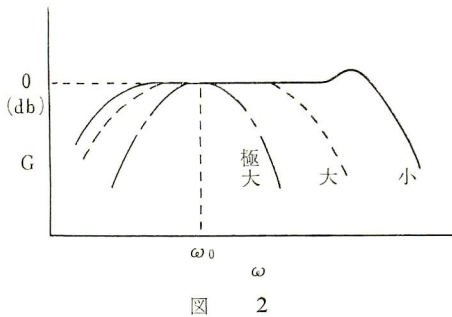
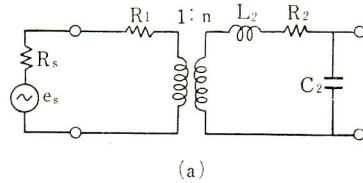


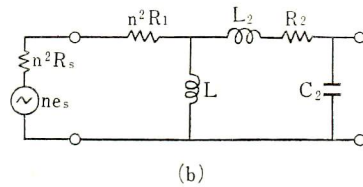
図 2

この中で高域の垂下は二次巻線の分布容量 C_2 によるものである。「小」の曲線に高域でピークが表れているのは二次巻線抵抗 R_2 が小で L_2 , C_2 の直列共振の効果が出ている為である。これに比べ n が大きくなるとピークを見ないのは $n^2 R_1$ や R_2 が L_2 の効果を見無視出来る程大きいことを示している。低域の垂下は励磁インダクタンス L によるものである。低周波変成器で変成比 n を大にするには一次巻数を少なくすることと二次巻数を多くする方法がある。前者は励磁インダクタンス L が減少し、後者は二次分布容量 C_2 が増加する。 n を出来るだけ大にするにはこの両方法を行くことになるが、そのとき図2の極大曲線の特性に近づく。その様な変成器では L , C_2 の両者を見無視出来ないで図1(c)の等価回路によらねばならない。 n が小さいときの直列共振によるピークは R_1 , R_2 を小にすると n が大なるときにも生じるはずであるが、実際に被測定信号源を図3(a)の様に入力側に接続したときは二次側へ換算した等価回路は図3(b)になり $n^2 R_s$ の値が $n^2 R_1$ や R_2 に対し遙かに大であるので

直列共振によるピークは生じない。従つて同図の L_2 を無視して図1(c)の等価回路を採用することは問題ない。



(a)

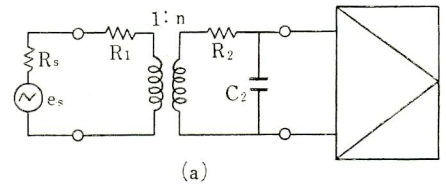


(b)

図 3

3. 雑音を考慮した変成比の決定

図3(a)で L_2 を無視した等価回路は図4(a)になる。雑音源を含めて二次側に換算すると図4(b)になる。但し、



(a)

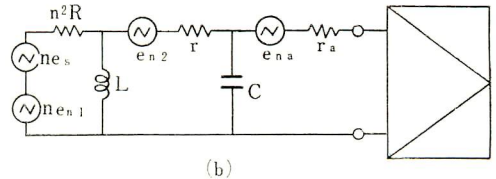


図 4

$$R = R_s + R_1 \approx R_s, \quad r = R_2, \quad C = C_2$$

r_a : 増幅器の等価入力雑音抵抗 R_s : 信号源抵抗

図4(b)にて増幅器の入力端に現れる信号エネルギー \bar{e}_{s0}^2 は

$$\bar{e}_{s0}^2 = n^2 \bar{e}_s^2 \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 r^2} \cdot \frac{\frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2}{n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] + \frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2 + 2n^2 \omega^2 L^2 R r} \quad \dots (1)$$

増幅器の入力端での雑音エネルギー \bar{e}_{n0}^2 は

$$\bar{e}_{n0}^2 = \bar{e}_{n10}^2 + \bar{e}_{n20}^2 + \bar{e}_{na}^2 \quad \dots\dots(2)$$

但し

\bar{e}_{n10}^2 : 信号源と一次側の抵抗を発生源とする雑音により増幅器入力端に現れる雑音

\bar{e}_{n20}^2 : 二次側の抵抗を発生源とする雑音により増幅器入力端に現れる雑音

\bar{e}_{na}^2 : 増幅器自体の雑音を入力側に換算したもの

$$\bar{e}_{n10}^2 = n^2 \bar{e}_{n1}^2 \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 r^2} \cdot \frac{\frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2}{n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] + \frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2 + 2n^2 \omega^2 L^2 R r} \quad \dots\dots(3)$$

$$\bar{e}_{n20}^2 = \bar{e}_{n2}^2 \cdot \frac{(n^4 R^2 + \omega^2 L^2) \cdot \frac{1}{\omega^2 C^2}}{n^4 \omega^2 L^2 R^2 + 2n^2 \omega L R \left(\omega L r - \frac{n^2 R}{\omega C} \right) + \left(r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) (n^4 R^2 + \omega^2 L^2)} \quad \dots\dots(4)$$

$$\bar{e}_{n1}^2 = 4KTBR = 4KTBR_s + R_1 \quad \dots\dots(5)$$

T : 絶対温度

$$\bar{e}_{na}^2 = 4KTBr_a \quad \dots\dots(6), \quad \bar{e}_{n2}^2 = 4KTBr \quad \dots\dots(7)$$

B : 雑音等価帯域幅

但し K : ボルツマン定数

\bar{e}_{s0}^2 と \bar{e}_{n0}^2 が等しいときを信号検出可能の限界とする
と

$$\begin{aligned} n^2 \bar{e}_s^2 &\cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 r^2} \cdot \frac{\frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2}{n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] + \frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2 + 2n^2 \omega^2 L^2 R r} \\ &= n^2 \bar{e}_{n1}^2 \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 r^2} \cdot \frac{\frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2}{n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] + \frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2 + 2n^2 \omega^2 L^2 R r} \\ &\quad + \bar{e}_{n2}^2 \cdot \frac{(n^4 R^2 + \omega^2 L^2) \cdot \frac{1}{\omega^2 C^2}}{n^4 \omega^2 L^2 + 2n^2 \omega L R \left(\omega L r - \frac{n^2 R}{\omega C} \right) + \left(r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) (n^4 R^2 + \omega^2 L^2)} + \bar{e}_{na}^2 \quad \dots\dots(8) \end{aligned}$$

従つて検出可能の \bar{e}_s^2 値は

$$\bar{e}_s^2 = \bar{e}_{n1}^2 + \bar{e}_{n2}^2 \cdot \frac{n^4 R^2 + \omega^2 L^2}{n^2 \omega^2 L^2} + \bar{e}_{na}^2 \cdot \frac{\omega^2 C^2 \left\{ n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] + \frac{L^2}{C^2} + \omega^2 L^2 r^2 + 2n^2 \omega^2 L^2 R r \right\}}{n^2 \omega^2 L^2} \quad \dots\dots(9)$$

この \bar{e}_s^2 を最小にする変成比 n の値を求めると

$$\bar{e}_{n2}^2 \cdot \frac{n^4 R^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 L^2} + \bar{e}_{na}^2 \cdot \frac{\omega^2 C^2 \left\{ n^4 R^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] - \omega^2 L^2 \left(r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right) \right\}}{\omega^2 L^2} = 0$$

(6), (7) を代入して整理すると

$$n^4 R^2 \left\{ \frac{r}{r_a} + \omega^2 C^2 \left[r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] \right\} - \omega^2 L^2 \left(1 + \omega^2 C^2 r^2 + \frac{r}{r_a} \right) = 0$$

$$\therefore n^2 = \frac{\omega L}{R} \sqrt{\frac{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} \quad \dots\dots(10)$$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} n^2 = \sqrt{\frac{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{R}} \quad \dots\dots(11)$$

励磁インダクタンスが充分大きくてこれによる電流を無視することが出来るときは

(10) (11) 式に於いて $R (=R_s + R_1)$ の大小により最適の変成比 n の値が存在する. 一般に信号源の抵抗 R_s に比し R_1 は無視出来るので n はほぼ R_s の平方根

に逆比例して変る. この関係を一例について図示すると図5になる. 最適変成比にしたときの検出可能最

小電圧値 $\bar{e}_s^2_{\min}$ は (9) (10) 両式より

$$\begin{aligned} \bar{e}_s^2_{\min} = & 4KTBR \left[1 + \frac{r}{\omega L} \left\{ \sqrt{\frac{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} + \sqrt{\frac{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} \right\} \right. \\ & + \frac{r_a}{\omega L} \left\{ \omega^2 C^2 r^2 \left[\sqrt{\frac{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} + \sqrt{\frac{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} \right] \right. \\ & + \omega^2 C^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \left[\sqrt{\frac{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} + \sqrt{\frac{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{r}{r_a}}} \right] \\ & \left. \left. + 2\omega^3 LC^2 r \right\} \right] \dots\dots(12) \end{aligned}$$

4. 変成比変換の方法

前述の様に信号源抵抗 R_s に対して最適の変成比が存在するので R_s の値が変つたとき最適の n 値にするには変成器の一次又は二次巻線に中間タップを幾つか設けて最適の変成比を選ぶ様にする. そこでタップは一次側に設けるか, 二次側がよいか, 又一次二次共にとるかの問題になる. 前掲の r, C の値は変成器製作技術上から可能な限り最小に抑えた後どうしても避けられない値として存在しているもので, この値を小にするには二次巻数を少なくするより他ないのであるが,

そうすると励磁インダクタンス L が小さくなりこの方での特性劣化が著しくなる. 特に図2の極大曲線で示される特性の変成器は二次巻数をこれ以上増すことは不可能なものである. この様な変成器で低い変成比にするため中間タップを二次側に設けたとき増幅器の入力インピーダンスが変成器の二次側の抵抗や分布容量によるインピーダンスに比し充分大きいので(無限大とみなし)図6の様に入力変成器の二次側に T なる理想変成器を通して増幅器を接続したことになる. このとき ab 端子での S/N は n' の値がどう変つても一定であるから $n' > 1$ なるときは cd 端子での S/N は

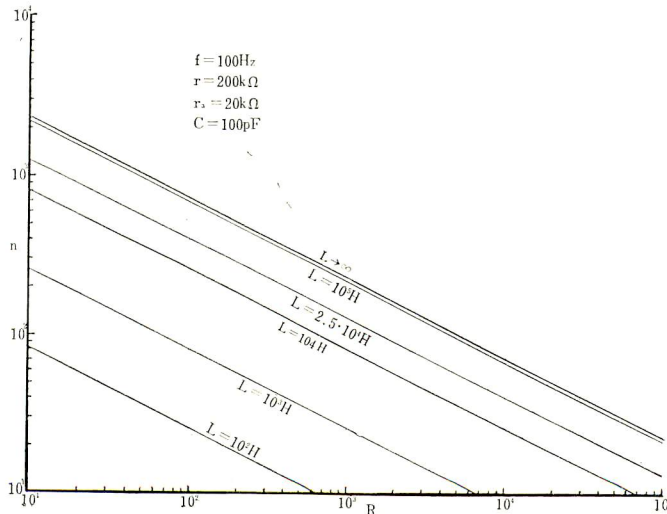


図 5 (a)

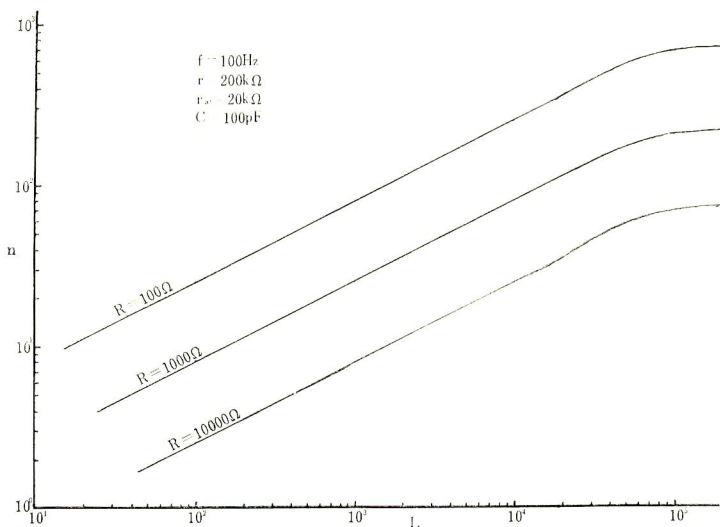


図 5 (b)

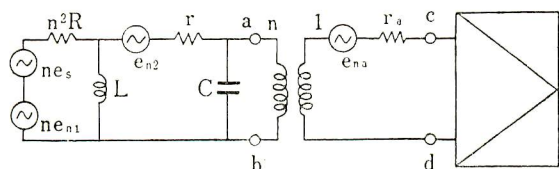


図 6

n' が大なる程悪くなる。

これに対しもし一次巻数を多くすることにより n 値を小にする方法をとると常に (10) 式の関係は成立するので S/N を最高にして検出出来ることになり好都合である。従つて信号源の抵抗に対し最適の変成比にするには一次巻線数を多くして適当な中間タップを設けることがよいと考えられる。

5. 結 言

微小信号検出の入力回路変成器の実現可能な一例として $C=100$ pF, $r=200$ k Ω 位, r_a としては 12AX7 のカスコード増幅器で $10\sim 30$ k Ω の値を実測している。周波数が 200 Hz 以下で真空管増幅のとき C と並列に抵抗を考慮する必要はないし、従つて Rinehart 等の方法で n を決定するのは無理であつた。最適 n 値近傍での n の値の変化に対し \bar{e}_n^2 を与える (9) 式の変化は Rinehart 等のときと同様にゆるやかであるからタップはあまり沢山設けなくても実際には間に合

うものと考えられる。図 5 (b) で $L=2.5\times 10^4$ H が C と L との共振点になるがこの約 3 倍の 7.5×10^4 H 以上では (11) 式で n の値を計算してよいことがわかる。以下では n の値は ωL 値と R 値の逆数の平方根によつてほとんど決ることがわかる。 LC の共振点以下の励磁インダクタンスの変成器では (10) の根号の値は 1 に近い値となるので (10) 式の値は $\omega L/R$ に近い値となる。このことは励磁インダクタンスが無視出来ない変成器の n 値決定について重要な点である。

6. あとがき

変成器の製作が予想外に時間がかかり実験結果を同時に発表出来ないのが残念であるが、変成器の特性について松尾電業社の松尾静弥氏の多年に亘り蓄積されたデータから貴重な御教示を戴き感謝しています。又この研究は沈降電位測定装置の研究の一端として行つたもので、かねてよりこの研究の御指導を戴いている九州大学理学部の水野教授並びに同研究室の方々に厚くお礼申し上げます。

文 献

- 1) W. A. Rinehart and L. Mourlam Jr. : Six clues to nanovolt signals, Electronics, June 13 (1966).