

有限長円形ダクトによる音波伝播と放射

柚木謙一・川畑清忠
(受理 昭和59年5月30日)

SOUND PROPAGATION AND RADIATION OF A FINITE CIRCULAR DUCT

Ken'ichi YUNOKI and Kiyotada KAWABATA

Many kinds of ducts are employed in many places for such purposes as water supply and drainage, inhalation and exhaust of gases, electromagnetic wave guides, and transmitting sound.

In this paper the dependence of sound propagation in a finite unflanged circular duct and sound radiation from the open end of a duct on duct length and sound frequency is discussed.

The sound pressure at the central duct axis, amplitude and phase of the sound pressure at the open end, and the radiated sound pressure directivity were measured. From these values, the end correction, radiation impedance at the open end, and attenuation value were obtained and compared with similar values in other references.

The experimental results were explained from the general theory of sound. As shown in table 1 the experimental values are much the same as in other papers and, in cases with different characteristics, they are similar.

1. ま え が き

ダクトとは駆動(動力)装置によって目的の場所へ、音波や電磁波などの波動、気体、液体などを導く管のことであり、パイプもその同義語としてよく使われる。ダクトは、目的に応じて種々の規模(長さ、太さ)、形状、管材が使用されており、実生活の場に密接に関与していることはいうまでもない。例えばターボファン型航空機や自動車の音響ダクト、都市ガスや空調のための吸排気用、工業用水、上下水のための給排水用、化学プラント用、電磁波用導波管など多種多様である。

音響ダクトでは、音以外の気体、液体などを伝送する目的であるが好ましくない騒音を伴うダクトと音波だけの伝送、消音を目的とするダクトに分けられる。前者は現実に多く存在し、騒音公害問題をひき起した場合には騒音性状を調査し、極力防音措置を講ずる必要がある。よって多種多様のダクトについて、ダクトを通して音波がどのように伝播し、放射されるかを検

討することは重要なことである。1970年頃、国内、国外において航空機、新幹線をはじめとする騒音問題がクローズアップされたのを契機に、現在まで依然として地道に検討がなされている。

音響ダクトに関する研究は、(I)ダクトの形状(断面形状、曲がり…) (II)媒質の状態(気流、粘性、温度…) (III)音波伝播の理論解析法(モード展開法、有限要素法…)のいずれかを主体として行われている。円形ダクトの研究の代表的なものをあげると、1948年 Levine と Schwinger¹ はフランジなしの半無限長管につき数学的に厳密解を得、安藤は同様の管につき、管厚²や階段的に断面変化のある場合を理論解析し、池谷らは種々の断面変化(縮小、拡大³、空洞、段付き、軸対称)のある場合をモード展開法で解析し、奥田は消音器(膨張形⁴、共鳴形)を電氣的等価回路で解析している。実験を主体にしたものなどを含めて、既に多くの研究がなされている。

筆者らは、第1に単純な形状の音響管では、無限長管、平面波伝播の場合にはよく知られているが、管長、

管厚, 管材質, 媒質など多くの要素を含む場合には未解決の点があること, 第2に実際の騒音現場におけるダクトや隙間(開口)による騒音の伝播, 漏洩の特性を究明することなどにより, これらのモデルにつき理論, 実験の両面から検討している。

ここでは, 市販の円形直管ダクトを用い, 有限長フランジなしの場合とし, 管長と音源の同波数の影響を検討している。管軸上の定在波パターン, 開口端面の音圧分布, 管外への音波の放射指向特性を測定し, これらよりダクトの音響的諸量の中の開口端補正, 音響インピーダンス(開口端の), 減衰定数の実験値も算出した。一方, 上記実験データを音響の一般理論や資料の理論値で裏付けた。以上により, 管長, 音源の周波数をパラメータとした有限長円形ダクトの特性を知ることが出来た。

2. 理論

研究の対象は図1に示すような有限長円形ダクトで, その関連座標系も表示。円筒座標 (ρ, z) は円筒に関する音波伝播を, 開口端面を基準にした直角座標 (x, y, z) は音波の放射指向特性を, ダクト左端を基準に軸方向にとった二次元座標 (q) は平面波動を記述するためである。ダクトの左端 $(q=0)$ に音を加えると, ダクト内を伝播した音は, 右端 $(q=l)$ の開口端より外部へ放射される。 R は放射音場測定点で, ダクトの中心軸 z と角度 θ をなすものとする。

点線で半無限長管を示してあるのは, 図で半無限長管の左端が切れている場合が有限長管であり, 半無限長管の理論解析結果を応用できるからである。半無限長管内部の速度ポテンシャル ϕ_i は,

$$\phi_i = e^{-ikz} + \dot{R} e^{ikz} + \sum_{i=1}^{\infty} b_i J_0(\mu_i \rho / a) \exp\{(\mu_i^2 - k^2 a^2)^{1/2} (z/a)\} \quad (1)$$

となる。 $J_n(x)$ は第1種, n 次のベッセル関数で, μ_i

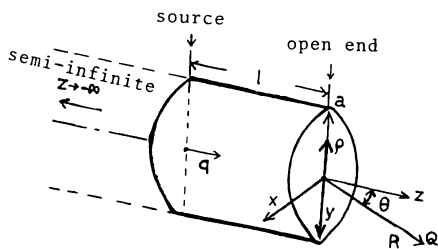


図1 有限長円形ダクトと座標系

は $J_1(\mu)$ の根で $\mu_1=3.832, \mu_2=7.016 \dots$ となる。時間項 $e^{i\omega t}$ は省略してある。第1項は z の十方向へ伝播する入射波, 第2, 第3項は z の一方方向へ伝播する反射波, 第3項は $(0, i)$ モードの一次結合である。この $(0, i)$ モードについて, $0 < k_a < \mu_i$ では z 方向に減衰し, $k_a > \mu_i$ では減衰なく伝送する。また ρ 方向には, $J_0(\mu_i \rho / a)$ の形で大きさが変化する。

有限長管は左端でも切れており, 左右両端において任意の値の音源, 負荷インピーダンスが接続され, 一般に両端ともに不整合で各々反射波を生ずる。いま平面波領域で, 開口端のみが不整合状態にあり反射波が生じている場合には1式の第2項までを考慮すればよい。左端において強制音圧 \dot{P}_1 を加えたときの任意の点 q における音圧 \dot{P}_q は

$$\dot{P}_q = \dot{P}_1 \frac{\sinh\{jk(l-q) + \dot{\theta}\}}{\sinh(jkl + \dot{\theta})} \quad (2)$$

ここで $\dot{\theta} = \tan^{-1}(Z(l)S/\rho c)$ である。

この場合, 管内には定在波が生じている。

この定在波パターンから, 以下に述べる hyperbolic tangent 法⁶⁾によって, 開口端よりダクトの外側をみた音響インピーダンス $Z(l)$ を求めることができる。任意の点 q のインピーダンス $Z(q)$ を

$$Z(q) = \rho c \tanh \pi(\alpha + j\beta)$$

とおき, 開口端の α, β には添字 l をつける。 $\alpha \doteq \alpha_l$ のとき $|\dot{P}|_{\min}/|\dot{P}|_{\max} = \tanh \pi \alpha$ より α_l を求め, $\beta = \beta_l + Z(l-q)/\lambda$ より $|\dot{P}|_{\max}$ になるときの β_l を求め, R, X を次式で計算する。

$$R = \frac{\sinh 2\pi \alpha_l}{\cosh 2\pi \alpha_l + \cos 2\pi \beta_l} \quad (3 \cdot 1)$$

$$X = \frac{\sinh 2\pi \beta_l}{\cosh 2\pi \alpha_l + \cos 2\pi \beta_l} \quad (3 \cdot 2)$$

平面波が減衰伝播する場合には, 減衰定数を $\bar{\alpha}$ として, 入射波, 反射波にそれぞれ $e^{-\bar{\alpha}z}, e^{+\bar{\alpha}z}$ を付記して定在波パターンの式を求めると

$$|\dot{P}| = K[e^{2\bar{\alpha}z} + |\dot{R}|^2 e^{-2\bar{\alpha}z} + 2|\dot{R}|\cos(2kz - \varphi)]^{1/2} \quad (4)$$

ただし $\dot{R} = |\dot{R}|e^{-j\varphi}$, K : 比例定数

となり, また容易に次式を得る。

$$(|\dot{P}|_{\max} + |\dot{P}|_{\min})/2 = Ke^{-\bar{\alpha}z} \quad (5)$$

この式より, 定在波パターンの極大値, 極小値の中間を連ねて得たのは, 入射減衰波の振幅に等しくなり減衰定数 $\bar{\alpha}$ を求めることができる。

ダクト開口端より外部への放射音場は、開口端面の音圧分布 (xy 面の振動) によって決まると考えられる。Jones の解析⁸⁾によると、円形の振動体が $A(u)$ なる振動分布で振動しているとき、測定点の音圧は次式 $Q(\alpha_1)$ に比例する。

$$Q(\alpha_1) = 2\pi a^2 \int_0^\infty A(u) J_0(\alpha_1 u) u du$$

ただし $u = r/a$, $\alpha_1 = k a \sin \theta$

$N = Q(0) = 2\pi a^2 \int_0^\infty A(u) u du$ とすると、指向係数は $Q_N(\alpha_1) = Q(\alpha_1)/N$ で示される。いま、 $A(u) = (1 - u^{2m})^n$ (m, n : 整数) を開口端面の音圧分布として $Q(\alpha_1)$ を求める。

$$G(n) = 2^n n! J_n(\alpha_1) / \alpha_1^n \quad \text{とおき}$$

$$\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^{mk} C_k^n C_l^{mk} (-1)^{k+l} \cos^{2l} \theta = \sum_{l=0}^{mn} \Omega_{lm} \cos^{2l} \theta \quad \text{とすると}$$

$$\Omega_{lmn} = \sum_{k=\lambda}^n C_k^n C_l^{mk} (-1)^{k+l} \quad \text{となり}$$

$$Q(\alpha_1) = \pi a^2 \sum_{l=0}^{mn} \Omega_{lmn} G_{l-1} / (l+1) \quad (6)$$

を得る。

3. 実験

実験場所は、本学電気工学科内の残響室 ($V=83.3 \text{ m}^3$, $S=122.5 \text{ m}^2$) と無響室 ($W \times D \times H = 2.68 \times 5.47 \times 2.2 \text{ m}$) である。ダクトの測定ブロックダイアグラムを第 2 図に示す。供試ダクトは円形有限長直管で、市販の塩化ビニールダクト (クボタ VU100, 内径 10.6 cm, 厚さ 3 mm, 管長 1, 2, 3, 4 m) を使用した。供試ダクトにはプローブマイクロホン (プローブ: 外径約 1.5 cm, 長さ 22.7 cm) を挿入できるように 2 mm 程度の小穴を軸方向全長にわたって 1 cm (または 5 mm) 毎にあげ、測定点の穴以外はフェルトなどで遮音した。供試ダクトの一端に、スピーカー (5W, 12cm, 8Ω) をボックス ($W \times D \times H = 30 \times 21.8 \times 30 \text{ cm}$) によって残響室側にとりつけ、他端は無響室内に数十 cm 突出した。純音を入力し、周波数を 500~5kHz 内の 6 周波数、電気入力を 1W 以内とした。周波数は平面波領域を少し越える。発振器の周波数をカウンターで監視し、変動をなくした。プローブは穴より直角に挿入し、指向性測定では 1/2 インチマイクのまま用いた。マイクロホンからの出力を Measuring Amplifier (B & K2606) と Filter (B & K1614) か Frequency Analyzer (B & K2107) を使用し、指示を読取り、シンクロへはマイクロホンとスピーカーから

の信号を入れ、位相差、電気入力信号の大きさを観測した。測定内容は次の五項目である。

- (1) 管軸方向の減衰定数を得るため、管内ダクト中心軸上の音圧分布を、数 10 cm 以上離れた距離において測定した。
- (2) 開口端付近の定在波パターンが管長によって変化するか、また開口端の音響インピーダンスを求めるため、開口端付近の中心軸上音圧分布を測定した。
- (3) 管の半径方向の音圧変化をみるために開口端面において、中心を通る任意の方向に、両側 1 cm 毎に測定した。
- (4) 開口端から放射される音の放射指向特性を知るために、1/2 インチマイクロホンで開口端の中心から 0.8 m の円周上を $-90^\circ \sim 90^\circ$ の範囲で測定した。
- (5) スピーカーへの電気入力即ちダクトへの音響入力の変化に対する測定点の音圧の比例関係を確認した。

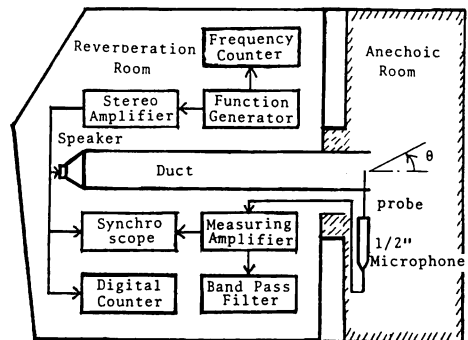


図 2 有限長円形ダクトの測定ブロックダイアグラム

4. 実験結果と検討

4.1 中心軸上定在波パターン

図 3 に開口端より内部への開口端近傍の中心軸上定在波パターンの実験結果を示す。横軸に $-Z$ を、縦軸に開口端の音圧 P_0 で任意点の音圧 P を規格化した P/P_0 を図示してある。図(a)~(d)は周波数による差異を、各図内の各プロットは管長による差異を示している。第 1 に(4)式により平面波動では $\lambda/2$ 毎に腹 (または節) を生ずることが証明される。500Hz, 1kHz では $\lambda/2$ であったが、2.5, 5kHz では i モードの減衰、非減衰が効いてくるために $\lambda/2$ ではない。

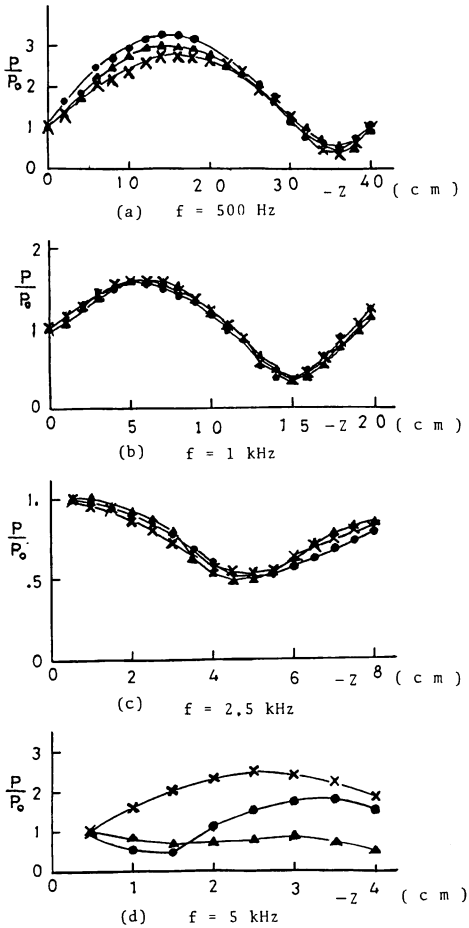


図3 円形ダクト中心軸上の定在波パターン
(\times —2m, \triangle —3m, \bullet —4m)

第2に500Hz, 1kHz, 2.5kHzではパターンは重なり、5kHzでは重ならない。このことは2.5kHz程度以下、管長2m程度以上では、開口端における不整合状態は管長に無関係であるといえる。第3に開口端では、節となるはずであるが必ずしも一致せず、いわゆる開口端補正を必要とする。同図から開口端補正を読みとり、Levineらの示した値を参考値として第1表に示す。また同図からhyperbolic tangent法で、開口端より外界をみた音響インピーダンスの実験値を得る。開口端よりダクト内をみた値の例はあるが、この値の例は他にあまり見当たらない。無限大パッフル中のピストン振動の場合を参考値として示す。参考値との比較により、開口端補正の実験値はほぼ満足な値であるが、厳密には管厚を考慮する必要がある、インピーダンスの値の算出方法、オーダーを知った。

4.2 減衰定数

理論に示したように、減衰定数を $\bar{\alpha}$ として $e^{-\bar{\alpha}z}$ の形で指数関数的に減衰し、2点 q_1, q_2 ($q_2 > q_1$)において定在波減衰振動波形の中央値をそれぞれ B_1, B_2 とすれば、単位長当りの減衰量 $(20/(q_1 - q_2)) \log(B_1/B_2)$ [dB/m]を得る。表1にこれを実験値として示す。一方減衰に関する式 $(0.0875/(c \cdot a)) \cdot f^{1/2} c$: 音速 a : 内径より参考値も示す。両者の値の差異は、高い周波数になると定在波パターンがくずれていることとそれによる q_1, q_2 点の選び方、更には管材、媒質の粘性などが原因と考えられる。実験値は中心軸上における減衰定数であるが、ダクト断面における音圧分布が一樣でないため、1断面内において複数個所の音圧測定によりパワ平均を出し、2断面間の値を算出するのが妥当と思われる。

表1 実験値と参考値の比較 ($l=3$ m)

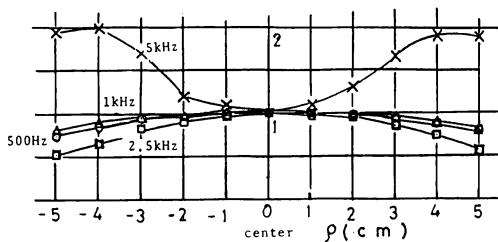
周波数 (kHz)	ka ($a=0.53$)	開口端補正 (cm)		開口端音響インピーダンス $Z/(m^2 \cdot \rho c)$				減衰量 (dB/m)	
		実験値	参考値	実験値		参考値		実験値	参考値
				R	X	R	X		
.5	0.490	3.0	3.1	0.138	0.276	.14	0.44	0.435	0.108
1	0.979	2.5	2.8	0.316	0.457	.4	0.46	0.244	0.154
2	1.958	2.8	2.2	1.081	0.796	1.1	0.45	0.177	0.217
2.5	2.448	2.4	1.9	1.251	0.784	1.2	0.35	0.478	0.242
3	2.937	1.7	1.6	1.204	0.698	1.2	0.21	0.549	0.266
4	3.916	1.7	—	0.593	0.367	1.1	0.11	1.112	0.307
5	4.895	1.2	—	1.629	0.009	1.1	0.17	4.653	0.343

4.3 開口端面の音圧分布

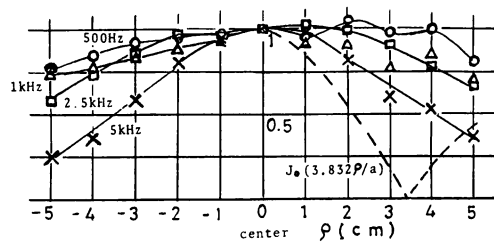
図4に開口端面の音圧の振幅分布を端面中心の値を1として、図5に位相分布を端面中心を 0° として示す。図4で(a), (b), (c)は管長の変化した場合と、各図内では周波数の変化した場合である。図に示したデータは、端面中心を通る数種の測定の中から代表的なものである。振幅は、全体的にみて、端面中心で大きく、管壁に近づくにつれて減少している。これは管壁の材質と媒質の粘性、モードの考えによる半径方向の変化と管軸方向の減衰・非減衰を要因と考える。1kHz程度以下で、端面内のどの点でも振幅が一樣で

ないのは、管壁の材質と媒質の粘性によることが確かである。5kHzの場合、(a)、(b)図のように逆の変化をしているのは、5kHzでは $k_a > \mu_1$ となり、(0, 1)モードが効いてくるからと思われる。(b)図に、 $i=1$ の半径方向の変化を点線で示した。管長が長くなると、振幅の半径方向の減少割合が大きくなっているのは、モードの考えよりも媒質によって管軸方向に減衰があるからで、周波数が高くなるとこの減衰が大きくなる傾向を示す。1kHz程度以下では、半径方向の減少割合が管長によらずほぼ同じである。

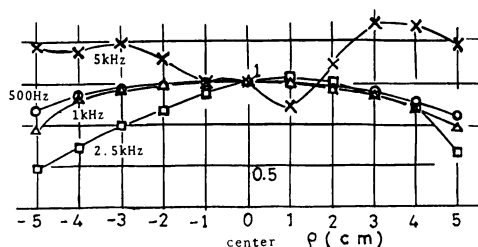
図5(a)は音源付近の断面、(b)は開口端面の位相変化を示す。音源に近く、周波数が低い程、位相変化は少ない。放射指向特性では、この位相変化も考慮しなければならない。



(a) $l = 2 \text{ m}$

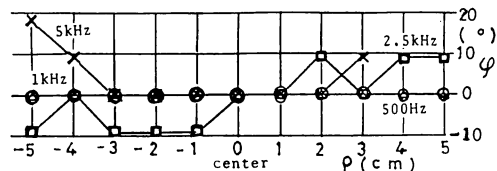


(b) $l = 3 \text{ m}$

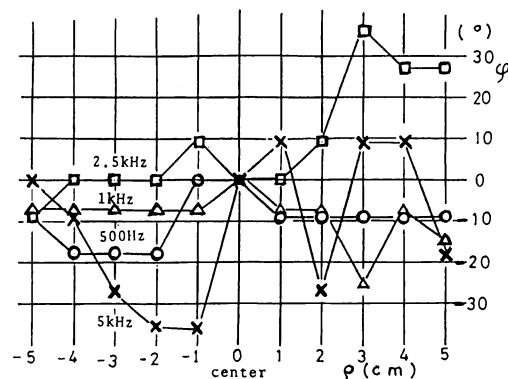


(c) $l = 4 \text{ m}$

図4 円形ダクト開口端面音圧分布(振幅)



(a) Near the Source



(b) Open End Surface

図5 円形ダクト断面の音圧分布(位相)

4.4 放射指向特性

図6は放射指向特性の測定結果で、(a)は測定用スピーカ、(b)~(e)はダクトからの放射音波の各周波数における測定結果である。

スピーカの指向特性は、 θ につき左右対称で、周波数が高くなると鋭くなるという一般的傾向を示す結果となっている。無響室内に定在波を生じさせず、マイク位置を正確に設定すれば、より理想的な結果が得られると思う。また音源自身がこのように指向性を持つと、開口端からの音の放射指向特性に影響する。更にスピーカは管内の音波を反射する。

これらの点はダクト自体の音響特性を知る上で少なからず影響するので、今後定量的に検討する必要がある。

ダクトからの放射指向特性の結果は、周波数が高くなると指向性が鋭く、また管長によらず測定周波数のすべての場合にほぼ同程度の指向特性となった。5kHz、管長4mの結果が1次モードなどの考察から当然生ずべきもので、他は種々の要因が指向特性のアバレを相殺したもので望ましい結果でない。また1kHz程度までの低い周波数で指向性にアバレを生じたのは、やはり無響室内の定在波のためであろう。

図中の点線は、無限大バツフル中において円板が同振幅、同位相でピストン振動する場合の指向係数 $2J_1(\alpha)/\alpha$ を計算したもので、開口部の粒子の運動を平均化して取扱っており、振動音源の指向性を論ずるときの目安である。実験値は、このピストン振動と同様の傾向を示しているが、少し小さ目に出ている。

次に Jones の方法の適用について述べる。Jones は円形振動面の振動分布を $A(u)=(1-u^m)^n$ とし、

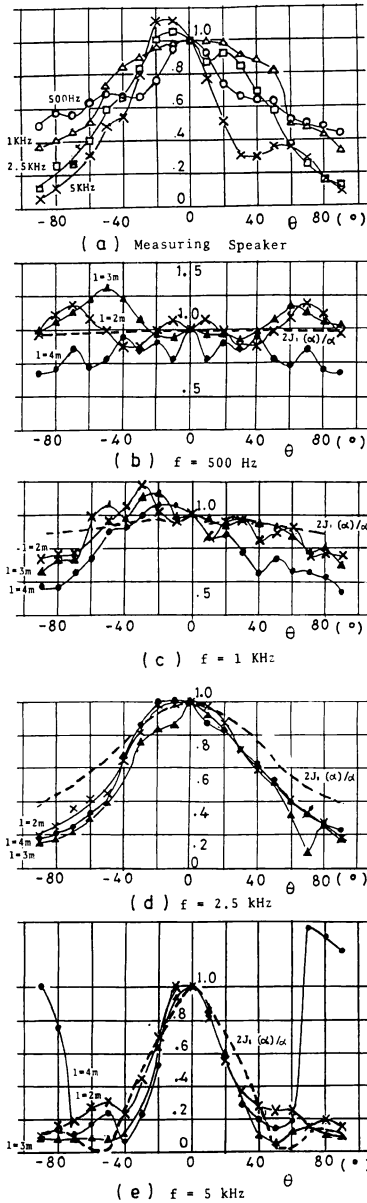


図6 放射指向特性

$Q_m(\alpha)$ を整数 m, n の 10 個の組合せに対し計算表に示してある。Jones の方法を適用するとき、 u の全範囲に渡って開口端面音圧分布の測定値が Jones の $A(u)$ の値に合致しないために、Jones の指向係数を理論値として示すことができなかった。Jones は、 $0 < u < 1$ の範囲で 1 つの $A(u)$ (m, n も 1 つの値) だけに限っているが、この範囲を数個に分割して、 $A_1(u), A_2(u) \dots$ から全体の指向係数を算出できるものと思われる。

4.5 音源への入力に対する開口端音圧

ここではダクトの入力音(音源への電気入力に比例すると考える)に比例して、ダクトを伝播した音の開口端の音圧が変るかどうかを確認している。

図7にスピーカーへの電気入力を変化したときの、各測定周波数における開口端面の中心の音圧をプロットした。8Ωのスピーカーを使用し、入力電力は換算して $1/64 \sim 1$ [W] である。入力電圧 1 [V] を基準にして、比例直線を描いてあるが、この直線から隔ったプロットほど好ましくない。1V 基準では、4V の場合がより比例直線から隔っている。しかしながらこの表わし方では、基準入力を何 V にとるかによって比例直線とデータとのズレが違ってくるので注意を要する。図から、全体的に比例関係は保たれているといえるが、これは開口端面の中心の音圧であるから中心以外でも測定する必要があるだろう。

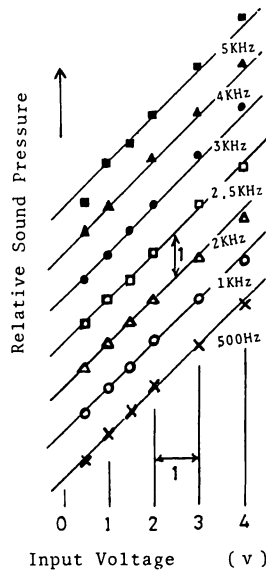


図7 スピーカー入力電圧に対する開口端面音圧

5. あとがき

市販の円形直管ダクトについて、管長、音源の周波数をパラメータとして管内の中心軸上の音圧分布、開口端面内の音圧分布、管外への放射音圧分布を測定した。これより開口端補正、音響インピーダンス、減衰定数を算出した。これらの結果より、管軸上に定在波が生じていること、断面内で音圧変化のあること、放射指向特性に変化があることを確認した。また低い周波数では、上記の開口端付近の定在波パターン、開口端面の音圧分布、指向特性は管長によらず変化しないが、周波数が高くなると特性がアバれてモード等を考慮しなければならない。

上述の実験算出値で、開口端補正は管厚を考慮しなかったこと、音響インピーダンスでは開口端より外部を見た値を得たこと、減衰定数の値では音響平均パワーや管の材質などを考慮すべきであったことを特記したい。

実験結果を一般音響理論により検討したが、やや定性的な説明のところもあった。

振動体からの放射指向特性については、Jones, ステンツェルの方法を検討する。

現在、理論、実験両面において、管の厚み、管の断面変化のある場合や管内に気流が存在する場合について、Wiener-Hopf 法なる理論解析を検討している。また測定方法では、純音でなく T・B 信号、インパルス信号を用いるように、マイコンを利用した測定を検討している。

謝 辞

本研究について、参考資料を提供下さり、有益な御助言をいただきました神戸大学安藤四一博士に、心から謝意を表します。

文 献

- 1) H. Levine and J. Schwinger : "On the Radiation of Sound from an Unflanged Circular Pipe" , *Physical Review*, **73**, pp. 383-406 (1948) .
- 2) Y. Ando : "On the Sound Radiation from Semi-Infinite Circular Pipe of Certain Wall Thickness" , *Acustica*, **22**, (1969/70) .
- 3) 池谷他 : "円形断面が不連続に拡大する音響変成器" , *音学誌*, **25** (4) , pp. 199-208 (1969) .
- 4) 奥田 : "膨張形消音器の特性計算法" , *音学誌*, **25** (3) , pp. 122-129 (1969) .
- 5) 柚木他 : "ダクトの音波伝搬の測定" , *音講論集* pp. 471-472 (1981, 10) .
- 6) 五十嵐寿一編 : "音響と振動" , 共立出版 (昭43), pp. 39-40
- 7) 五十嵐寿一編 : 同上 , p. 37.
- 8) R. Clark Jones : "On the Theory of the Directional Patterns of Continuous Source Distributions on a Plane Surface" , *J. A. S. A*, **16** (3) , pp. 147-171 (1945) .