# 室内空気分布に関する各種数値解析法の比較

## 赤坂 裕・荘 達民 (受理 平成5年5月31日)

## Comparison of Various Numerical Methods for the Analysis of Indoor Air Distribution

## Hiroshi AKASAKA and Damin ZHUANG

Finite difference schemes for the convective term of the governing equations of fluid flow have a great influence on the computational time, accuracy and stability of the numerical solution. In this paper, Up-Wind, Hybrid, PLDS, QUICK, Optimal and Approximate LODA Schemes are used to compute the turbulent flow in a 3–D room. The computational time consumptions to reach the convergence of the flow are compared with each other. Several time steps are set to the Schemes to get faster convergence.

The results are as follows:

(1) The computed flow patterns are reasonably coincide with the experimental results.

(2) Quick Scheme and New Quick Scheme have the higher accuracy with shorter computational time.

(3) The selection of suitable time step for each Scheme can greatly decrease the time consumption for the computation.

1. はじめに

大型汎用計算機で室内気流分布を解析し,時間前進 ステップ,差分スキームが計算精度,計算速度に与え る影響を調べた。基本プログラムには"NISTIR 89-4211"に登録された"EXACT"<sup>1)</sup>を利用したが, 差分スキームは,現在国内,外でよく使われる差分ス キームをまとめて比較を行った。

## 非定常一次元微分方程式および差分近似 式

差分スキームを入れ換えることに着目すると,運動 方程式, k, ε 方程式などは式(1)で表示される。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial u\phi}{\partial x} = \Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + S \tag{1}$$

式(1)の $\phi$ はそれぞれ運動方程式,  $k, \epsilon$ 方程式, エネ ルギー方程式の $u, k, \epsilon, \theta$ を代表する。一方, パタン カーによる全流束<sup>2)</sup>は次のように表示される。

$$J_x = u\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{2}$$

式(2)を式(1)に代入して,図1に示すコントロール・ ボリュームで積分すると,MAC 法の差分近似式は次 のようになる。

$$(\phi_i^{n+1} - \phi_i^n) / \Delta t = [f(\phi_i)]^n \tag{3}$$

$$f(\phi_i) = \frac{J_w - J_e}{\Delta x} + (S_e + S_i\phi_i)$$
$$= \frac{(u_w\phi_w - a_w(\phi_i - \phi_{i-1})) - (u_e\phi_e - a_e(\phi_{i+1} - \phi_i))}{\Delta x}$$
$$+ S_e + S_i\phi_i$$
(4)

ここでnは時間ステップを示す。 $a_w$ ,  $a_e$ は拡散流東項 - $\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}$ を離散化した後の同一形係数を示す。 $S_c$ ,  $S_i$ は全流束以外の項を代表する。

これまでに、数値計算の定安性を改善し精度を上げる ために、いろいろな差分スキームが開発されてい る<sup>2.3.4.5)</sup>。それらは、対流項中の  $\phi_w$ ,  $\phi_e$  を修正する 差分スキーム、拡散項係数  $a_w$ ,  $a_e$  を修正する差分ス





キーム,および対流項中の $\phi_{u}, \phi_{e}$ と拡散項係数 $a_{u}, a_{e}$ を同時に修正する差分スキームに分類される。以上の それぞれについて,本報告で扱う差分スキームをまと めることにする。なお,ここでは $\phi_{e}, a_{e}$ を対象として その表示式を以下にまとめたが, $\phi_{u}, a_{u}$ の表示式は  $\phi_{e}, a_{e}$ の表示式と同じ形で,(i-1)の位置だけずれて いる。すなわち, $\phi_{u} = \phi_{e}(i-1), a_{u} = a_{e}(i-1)$ 等と 表現できる。各式の $D_{e}, D_{u}$ は拡散コンダクタンス (D=  $\Gamma/\Delta x$ )で,常に正である。また $P_{e}, P_{u}$ はペクレ数 ( $P_{e} = u_{e}/D_{e}$ )で,流れの方向により正負いずれも取り 得る。く )はこの中に含まれる最大値を取ることを 表す。また,2次元と3次元の場合も,差分近似式及 び同一形係数の誘導は上記の方法と全く同じである が,その詳細は省略した。

1 対流項中の φ<sub>w</sub>, φ<sub>e</sub> を修正する差分スキー

a) 風上法(UPWIND法)<sup>2)</sup>:

対流項に対して風上差分を適用する場合を考える。 例えば、 $\frac{\partial u\phi}{\partial x}$ をコントロール・ボリュームで離散化 すると、次のようになる。

 $u_{e} > 0, u_{w} > 0 の場合$  $\phi_{e} = \phi_{i}$  $a_{e} = D_{e}$  $u_{e} < 0, u_{w} < 0 の場合$  $\phi_{e} = \phi_{i+1}$  $a_{e} = D_{e}$  (5)

式(5)を対流項に代入すれば次のようになる。

$$(u\phi)_{e} = u_{e} \frac{\phi_{E} + \phi_{P}}{2} - |u_{e}| \frac{\phi_{E} - \phi_{P}}{2}$$
(6)

式(6)の右辺第2項がなければ中心差分<sup>21</sup>となる。こ の場合,|u|の値によってはパタンカーの正係数法則<sup>21</sup> を満たさない可能性があり,計算が不安定になる。言 い換えれば,風上法では,式(6)の第2項のように数 値的に粘性を加えて計算の安定化を図っている。一方, 計算の安定化を図る代償として,計算誤差が生じる。 計算誤差は流れと座標軸がなす角度が増加するに従っ て大きくなる。

b) オリジナル QUICK法(Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics<sup>3)</sup>:

$$u_{e} > 0, u_{w} > 0$$
の場合  

$$\phi_{e} = \frac{\phi_{i} + \phi_{i+1}}{2} - 0.125 (\phi_{i-1} - 2\phi_{i} + \phi_{i+1})$$

$$a_{e} = D_{e}$$

$$u_{e} < 0, u_{w} < 0$$
の場合  

$$\phi_{e} = \frac{\phi_{i} + \phi_{i+1}}{2} - 0.125 (\phi_{i} - 2\phi_{i+1} + \phi_{i+2})$$

$$a_{e} = D_{e}$$

$$(7)$$

QUICK 法は風上差分のような数値粘性の発生を緩 和するために, Leonard によって開発されたスキーム であり, コントロール・ボリューム界面における値を 前後の定義点における値を用いた2次曲面で近似する 手法である。

c)新QUICK法<sup>4)</sup>:

新 QUICK 法は Hayase らが内挿係数の異なる QUICK スキームを分析する上で,差分近似式をパタ ンカーの四つの基本ルール<sup>2)</sup>にしたがって誘導し,さ らに,差分近似式をオリジナル QUICK 法と一致する ようにまとめた。新 QUICK 法の最大の利点は SIM-PLE 法<sup>2)</sup>で流れ分布を解析する時,境界条件が簡単に 処理できる点である。

 $u_{e} > 0, u_{w} > 0 \text{ 0 场 B}$  $\phi_{e} = \phi_{i} + 0.125 (-\phi_{i-1} - 2\phi_{i} + 3\phi_{i+1})$  $a_{e} = D_{e}$  $u_{e} < 0, u_{w} < 000 場合$  $\phi_{e} = \phi_{i+1} + 0.125 (3\phi_{i} - 2\phi_{i+1} - \phi_{i+2})$  $a_{e} = D_{e}$ (8)

d)新QUICK法+近似LODA法<sup>5)</sup>

QUICK 法がパタンカーの四つの基本ルールを満足 しても、under-shoot によって振動が発生することが ある。この場合、差分スキームを1次精度風上差分ス キームに入れ換えると安定な解析ができるが、数値粘 性の影響が無視できない。この影響を最少限に抑える ためには、LODA 法<sup>5)</sup> ( $\phi_e^{LODA} = \gamma_e \phi_e^{QUICK} + (1 - \gamma_e) \phi_e^{QUICK}$ )のような差分スキームを用いるほうがよ い。ここでは、新 QUICK 法について、式(9)のよう に式(8)の  $\phi_e$  の式に重み係数  $\alpha$  を追加して 0  $\leq \alpha \leq 1$ の値を与え、LODA 法の加重係数  $\gamma_e$  (関数)の役割 を担当させることにした。 *u<sub>e</sub>>0, u<sub>w</sub>>0*の場合

 $\alpha = 0$ の場合は1次精度風上差分スキーム,  $\alpha = 1$ の 場合は新 QUICK 法に一致する。なおオリジナル QUICK 法についても以上のような扱いをすることが 望ましいが,ここではそのような計算例は取り上げな かった。

e) OPTIMAL スキーム<sup>6)</sup>

松尾らによって開発された高精度差分スキームであ る。温度, 濃度等に関するスカラー輸送方程式の差分 解を求める場合, 計算域の大半で生産項が0となるこ とが多く, 高精度差分スキームを用いることが望まし い。OPTIMALスキームは解析セルペクレ数の絶対 値が2以下の場合は中心差分を, それ以上では QUICK 法を経由して最終的には2次精度風上となる ように, 内挿法の風上成分への重みを対流作用の強さ に応じて連続的に調整する。ここでは, 傾斜流れを計 算する際, OPTIMALスキームを利用する。

*u<sub>e</sub>>0, u<sub>w</sub>>0*の場合

$$\phi_e = \frac{\phi_i + \phi_{i+1}}{2} - CF_e (\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1})$$
  
$$a_e = D_e$$

ue<0, uw<0の場合

$$\phi_{e} = \frac{\phi_{i} + \phi_{i+1}}{2} - CF_{e} (\phi_{i} - 2\phi_{i+1} + \phi_{i+2}) \quad \} (10)$$

$$a_{e} = D_{e}$$

$$t_{e} t_{e} t_{e} \downarrow,$$

1

$$CF_{e} = max\left(0, \frac{1}{2} - \frac{1}{|Pe_{e}|}\right)$$
$$|Pe_{e}| = 0 \rightarrow CF_{e} = 0$$

2. 2 拡散項係数 a<sub>w</sub>, a<sub>e</sub> を修正する差分スキー
 ム

a) ハイブリッド法<sup>2)</sup>:

中心差分法と1次精度風上差分スキームを組み合わ せる方法である。1次精度風上差分スキームは計算の 安定性が優れているが,計算精度は他の差分スキーム より劣る。一方,中心差分は計算精度が高いけれども, セルペクレ数の絶対値が2を超えると計算が不安定に なる。ハイブリッド法はこの二つを組み合わせた方法 であり,格子セルのペクレ数が2以下の場合は中心差 分となり、2以上の場合は拡散をゼロとした風上差分

$$\varphi_e = \varphi_{i+1/2}$$

$$a_e = D_e \langle -P_e, 1 - \frac{P_e}{2}, 0 \rangle \qquad (11)$$

b) ベキ乗法(Power Law Defferencing Scheme)<sup>2)</sup>: ハイブリッド法では、セルペクレ数の絶対値が2を 超えると中心差分が風上差分に転換されるが、ベキ乗 法ではこの点が改良され、セルペクレ数の絶対値が2 を超えると風上差分に漸近する。

$$\phi_{e} = \phi_{i+1/2}$$

$$a_{e} = D_{e} \left( \left\langle 0, (1-0.1 \mid P_{e} \mid)^{5} \right\rangle + \left\langle -P_{e}, 0 \right\rangle \right) \right\}^{(12)}$$

3 対流項中の φ<sub>w</sub>, φ<sub>e</sub> と拡散項係数a<sub>w</sub>, a<sub>e</sub> を同時に修正する差分スキーム

例えば計算精度が QUICK 法に匹敵する EX-QUISITE 法<sup>7)</sup>等があるが,本報では検討を省略する。

## 差分スキームと時間進行ステップによる 計算精度,計算時間

村上<sup>8)</sup>, 鎌田・倉渕<sup>9)</sup>らは差分スキームによる計算 精度の比較を行った。ここでは差分スキームに加えて 時間進行ステップが計算精度,計算時間に与える影響 を調べる。

利用する計算機を表1に示す。図2,3に計算対象



図2 3次元室内空間と座標系



۱

#### 表1 利用される計算機の性能の比較

	鹿児島大学	九州大学
計算機型式 主記憶容量 システム記憶 処理速度	IBM 3090-18S 128MB 21. 3MIPS	FACOM VP2600/10 512MB 1GB 5GFLOPS (スカラー演算時80MIPS相当)

20 4	元が本日初あし初始直

主り

**倍界条件お上75**初期値

吹出し口:水平流(1)	$U_{N}=1.0$ $U_{T}=0.0$ $k = 0.002$ $1=0.1$			
傾斜流(2)	$U_{N}=0.5$ $U_{T}=0.866$ $k = 0.002$ $1=0.1$			
吸込み口 : (1)に対応する	U <sub>N</sub> =-1.0 U <sub>T</sub> =0.0 <i>た</i> , & :free slip			
(2)に対応する	U <sub>N</sub> : 圧力型の流出境界条件			
固定壁	$U_{N}{=}0.0~U_{T}{:}1/7$ th power profile			
対称面	$U_{N}=0.0 U_{T}$ :free slip $k, \varepsilon$ :free slip			

の3次元室内空間と座標および計算域のメッシュの分 割を示す。表2に初期値および境界条件を示す。表3 に差分スキームの組み合わせおよび計算時間等を示 す。表3のケース1~7の計算は鹿児島大学情報セン ターの大型汎用計算機で行ったが、ケース8の計算の みは九州大学スーパーコンピュータで行った。

### 3.1 時間進行ステップ Δt の決め方

普通,時間進行ステップ  $\Delta t$  の値は対流と拡散項の 計算安定性によって決められる。 $\Delta t$  は,計算の収束性, 計算精度,計算時間に大きな影響を与えるから,最適 な  $\Delta t$ を選ぶ必要がある。

流れの数値的安定性解析において, FTCS<sup>10)</sup>法による Δtの最大値は次のように表示される。

$$\Delta t \le \frac{2}{\frac{2\Gamma}{\Lambda r^2} + \frac{u}{\Delta x}}$$
(13)

無次元速度 u ≦ 1,本計算の拡散係数 Γ ≦ 0.05 の上 限値を式(13)に代入すると,式(13)は次のようになる。

$$\Delta t \le \frac{2}{\frac{2 \times 0.05}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta x}} = \frac{2\Delta x^2}{0.1 + \Delta x} \tag{14}$$

図3の不等間隔メッシュの分割では,最小メッシュの 間隔が0.1であり,これを式(14)に代入するとわかる ように,本計算のΔtの最大値は0.1程度である。

### 3.2 水平流の場合

 $\Delta t$ の影響を調べるため、ケース1では計算が終わるまで $\Delta t$ を0.01に固定させる。ケース2、3、4 で

は Δt を計算の CYCLE 数によって変化させる。最初 の13000 CYCLE では流れ場が形成中であると仮定し, ケース1, 2, 3, 4とも Δt = 0.01 を設定する。図 4, 5, 6, 7のa) にそれぞれ CYCLE=13000,  $\Delta t = 0.01, \ f - \lambda 1, \ 2, \ 3, \ 4$ の速度ベクトル図 を表示する。ケース1、2は差分スキームが同じ(内 挿式が違う) であるから, 流れのパターンも全く同じ である。ケース3,4の場合、セルペクレ数の絶対値 が10を超えると差分スキームが同じになるから、流れ のパターンはほとんど同じである。CYCLE=13000を 起点として、ケース2、3、4のΔtを0.05に増大させ、 3000 CYCLE を追加計算した後の計算結果が図 5,6, 7のb) に示されている。一方, ケース1で Δt= 0.01 のままにして、15000 CYCLE を追加計算した後 の結果を図4のb)に示す。流れのパターンはケース 2, 3, 4に近い。すなわち, ケース1で15000 CY-CLE ( $\Delta t = 0.01$ )を増す効果は近似的にケース2、3、 4の Δt を 5 倍とし, 3000 CYCLE 計算する効果と同 じである。言い換えれば、ケース2、3、4、の場合、 ∆t = 0.01 を取ると計算時間が5倍増える。さらに ケース3,4,5の *Δt* を最大の0.1に取り,6000 CY-CLE を追加計算した後の収束したとみなされる計算 結果を図5,6,7のc) (CYCLE = 22000, Δt = 0.1) に示す。これに対して、ケース1の場合で収束したと みなされる計算結果を図4のc)に示す。 $\Delta t = 0.01$ であるから, 45000 CYCLE 必要である。

図8はケース5,計算途中で差分スキームを入れ換 えた例である。図8のa)(CYCLE = 8000,平均 $\Delta t$ = 0.4125)では運動方程式,k,  $\epsilon$ 式とも新QUICK 法で解析している。一方,CYCLE = 9000の前後で流 れの変化が激しいから,図8のb)に示すようにk,  $\epsilon$ 式の差分スキームに重み係数0(風上差分)を導入 した。さらに,図8のc)ではk, $\epsilon$ 式の差分スキー ムに重み係数0.3(近似LODA法相当)を導入して いる。この計算では12000CYCLEで収束解が得られ た。図9は実験結果<sup>9)</sup>である。計算結果と実験結果の 比較でわかるように各計算結果が $\Delta t$ 値を調整したに もかかわらず,ほぼ満足な解が得られたといえる。

上記の計算結果をまとめると,

a)時間進行ステップ Δt の選択によって計算時間を 節約することができる。

b) 各ケースの流れパターンは基本的にはほぼ同じで ある。すなわち対称面の流れについて述べると, 壁噴 流は天井面に沿って対向面に衝突した後放射状に広が









り下向き気流となる。床面付近では,吸い込み口に向 かう気流が形成され,除々に上昇して吹き出し噴流に 誘引される対角線的な流れとなる。対向面の床付近を 中心とし,室全体に広がる大きな時間回りの循環流が 形成される。また,計算結果は実験結果に大体整合し ている。

c)ケース1,2の差分近似式は同じであるから流れ のパターンは同じである。ケース3,4の運動方程式 の移流項にはベキ乗法およびハイブリッド法を利用し ているが,流れのパターンは類似している。一方,ケー ス3,4をケース1,2に比べると,図の右下の渦の 位置がやや上に移動している。これは計算の収束性お よび精度がケース1,2よりやや劣ることによると考 えられる。

d)新QUICK 法がパタンカーの四つの基本ルールを 満足しても, under-shoot が発生することがある。そ



図 9 実験結果<sup>9)</sup>

の場合,1次精度風上差分スキームまたは近似 LODA法を代入すると安定な解が得られた。

3.3 傾斜流れの場合

エアコンの吹き出し角度による室内空気分布は省エ ネルギーや居住者の快適性に影響する。ここでは空気 は天井と傾斜60°で吹き出され,室内空間形状とメッ シュの分割は図1,2と同じであると設定している。

132



ケース 6, 7 では運動方程式の移流項の差分スキーム に QUICK を採用し, k,  $\varepsilon$ 式の移流項にそれぞれベ キ乗法と OPTIMAL スキームを採用する。図10, 11 の a) はそれぞれケース 6, 7 の計算途中の結果であ る。図11 a) の計算 CYCLE 数は図10 a) の1/3程度 であるが,時間進行ステップ  $\Delta t$ は図10 a) に比べれ



 $(\Delta t = 0.05, \text{Re} = 25000, \text{CYCLE} = 210000)$ 

ば約3倍程度大きく,両図面の流れのパターンはほぼ 同じである。一方,傾斜流れ場の形成までに何回か流 れのパターンに変化が表れる。図10,11のa)では吹 き出し口からの空気は吸い込み口へとショートサー キットするが,それ以外は底部に到着した後逆時計回 りの循環流を形成している。図10,11のb)では計算 CYCLEの増加に従って逆時計回りの循環流が段々時 計回りの流れになっているが,収束状態になるまでに はまだ相当の計算を要する。ケース8(差分スキーム はケース6とほぼ同じ)はスーパーコンピュータで計 算した。図12にその計算結果を示す。図12のように, 計算メッシュの分割が荒い等の問題によって,吹き出 し口の対向面からの逆流がある位置で止まっている。

### 4. 差分スキームによる計算時間の比較

上記の計算結果でわかるように、ケース1~4とも 計算の安定性は優れている。しかし、計算にかかる時

表3 各ケースの差分スキーム, 吹出種類と計算時間, 計算安定度の比較

Case No.	差分スキーム		吹出種類	1000CYCLEに かかて時間	計算
	運動方程式 移流項	k,ε 方程 式移流項		(2) 1) かか。294回	度
Case 1	onicka	ベキ垂注	水亚吹出	10 (商大) <sup>2)</sup>	良好
	#FOIL CY	ベキ毎社	水亚作出	1.025 (曲士)	自紅
0488 2	ANUTCATA	***		1.000 (18270)	
Cass 3	ベキ莱法	Hybrid法	水平吹出	1.592(鹿大)	良好
Cass 4	Hybrid法	Hybrid法	水平吹出	1.458 (鹿大)	良好
Cass 5	新QUICK法	新QUICK法+	水平吹出	0.96 (鹿大)	普通
		近似LODA法			良好
Cass 6	QUICK法	ベキ乗法	傾斜流れ	0.993 (鹿大)	良好
Cass 7	新QUICK法	OPTIMAL法	傾斜流れ	1.456 (鹿大)	良好
Cass 8	新QUICK法	ベキ乗法	傾斜流れ	0.0962(九大)"	良好

注:1)Cass1の2188(S)/1000CYCLEを基準とする。

2) <u>館大は鹿児島大学大型汎用コンピュータ</u> IBM 3090-185で計算する。 3) 九大は九州大学スーパーコンピュータ PACOM VP2600で計算する。 間が差分スキームによってかなり異なる。表3に各 ケースの繰り返し計算ステップが1000 CYCLE ごとに 要する計算時間等を示した。ケース3はケース1に比 べれば,計算時間が1.6倍ぐらいかかり,計算精度も 多少落ちる。またケース3の計算時間がかかるのは, 差分スキームに IF 文やベキ乗計算が多く,代数式の QUICK 法より計算時間がかかるからである。ケース 6,7を比較すると,ケース7の方が計算時間が多く かかっている。しかし,ケース6,7とも途中で計算 を打ち切っているために,計算精度に対する差分ス キームの影響の比較は行わなかった。

一方,ケース6と8は差分スキームが殆ど同じであっ て,それぞれ汎用大型計算機とスーパーコンピュータ で計算されているため,計算機による計算速度を比較 することができる。ケース8の計算速度はケース6の 10倍程度である。

まとめ

1.水平吹き出しには汎用計算機で十分に計算できる。 吹き出し口から流れが傾斜的に入る場合は汎用計算機 では計算時間がかかり,スーパーコンピュータを使う 方がよい。

2. 差分スキームによる計算精度,計算速度の影響を 調べた。QUICK 法は計算精度が高いばかりでなく, 反復計算にかかる計算時間も短い。

時間進行ステップ Δt は計算の安定性に影響する。
 一方、Δt の選択によって計算時間に数倍の差が生じる。本報告では、計算途中の結果を判断して適切なΔt 値を選択しているが、今後、最適なΔt を自動的に発生させるようにプログラムを改良する予定である。
 4. 傾斜流れの計算ではメッシュの分割などが計算精度に影響を与える。差分スキームや計算メッシュの分割を含めた研究が必要である。

## 謝 辞

"EXACT"プログラムの使用に当たり東京理科大学 倉渕講師から貴重な助言を頂いた。本研究の一部は鹿 児島大学工学部と(㈱大気社技術研究所との共同研究と して行われた。

## 参考文献

1) T. Kurabuchi and J. B. Fang: A NUMERICAL METHOD FOR CALCULATING INDOOR AIRFLOWS USING A TURBULENCE MODEL, NISTIR 89-4211, 1989

- スハス V. パタンカー原著,水谷幸夫・香月正 司訳:コンピュータによる熱移動と流れの数値解 析,森北出版,1985年
- 3) B. P. Leonard : A STABLE AND ACCURATE CONVECTIVE MODELLING PROCEDURE BASED ON QUADRATIC UPSTREAM IN-TERPOLATION, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING, 19, 59–98, 1979
- 4) T. Hayase, J. A. C. Humphrey, and R. Greif : A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculation Procedures, JOUR-NAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 98, 108-118, 1992
- 5) J. ZHU and M. A. LESCHZINER : A LOCAL OSCILLATION-DAMPING ALGORITHM FOR HIGHER-ORDER CONVECTION SCHEMES, COMPUTER MATHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING, 67, 355–366, 1988
- 6) 松尾他:移流・拡散方程式の高精度差分近似法に 関する研究(その1), OPTIMAL スキームの開 発および LODA, ULTRA-SHARP スキームとの 比較検討, 建築学会学術講演梗概集, pp. 489-490, 1992年
- 7) B. P. Leonard : A SURVEY OF FINITE DIF-FERENCES WITH UPWINDING FOR NUMER-ICAL MODELLING OF THE INCOMPRESSI-BLE CONVECTIVE DIFFUSION EQUATION, Computational Technichques in Transient and Turbulent Flow, Vol. 2, 1-35, Pineridge Press Limited Swansea U. K. 1981
- 村上他:移流項差分における一次精度風上, QUICK,中心差分スキーム等の比較検討(2),日本建築学会計画系論文報告集,第390号,1988年
- 9) 室内空気分布の数値予測法の実用化に関する研究 :研究代表者,鎌田,元康,平成元年~3年度科 学研究費補助金(一般研究B)研究成果報告書, 1991年
- P. J. Roache, 高橋亮一他(訳) : コンピュータ による流体力学(上,下),構造研究刊,企画セ ンター,1970年