

翼型特性に対する風洞境界の干渉に関する研究

(その2 固体壁境界および粘性影響)

花岡達郎・松下兼次・前川 博・西田利嗣・戸森健一

瓜生 孝・内山雄喜・井上準一・深川芳弘

(受理 昭和57年 5月31日)

A Study about the Effects of Windtunnel Walls on Airfoil Characteristics

(Part II Rigid-Wall Boundary and Viscosity Effects)

Tatsuro HANAOKA Kenji MATSUSHITA, Hiroshi MAEKAWA, Toshitsugu NISHIDA,
Kenichi TOMORI, Takashi URYŪ, Yūki UCHIYAMA
Junichi INOUE and Yoshihiro FUKAGAWA

Theoretical and experimental methods are developed for attacking wall-effect problems of wind-tunnel experiments of an airfoil. The problems are divided into two branches, one is concerned with the characteristics coming within the frame of potential-flow theory and the other is the viscosity effect. In the former, the method of the first report¹⁾ is followed, and in the latter, boundary-layer experiments are carried out.

内 容

まえがき

記 号

1 理論解析

1.1 速度ポテンシャル

1.2 翼表面境界条件と積分方程式

1.3 積分方程式の解析解

1.4 揚力

1.5 誘導抵抗

1.6 関数 $J(E')$

1.7 揚力傾斜の干渉係数

1.8 零揚力角の干渉係数

1.9 速度関数

1.10 数値計算法

2 固体壁境界内における翼型風洞試験

2.1 試験装置および試験方法

2.2 翼型性能の試験結果

3 翼型境界層の風洞試験

3.1 実験の目的

3.2 試験装置および試験方法

3.3 試験結果

4 考察と結論

4.1 考 察

4.2 結 論

あとがき

参考文献

ま え が き

本研究は、前報¹⁾に続くもので、内容の主体は4章から成る。第1章は、風洞測定部が固体壁で囲まれる密閉型の場合の流場の理論、第2章は、それに対応する模型試験である。第3章は、内容が少し異質で、自由境界および固体壁境界それぞれが、翼型境界層に及ぼす影響調査の模型試験、第4章は、考察と結論となっている。第1章の理論および第2章の模型試験は、共に前報の方法を踏襲しただけ、理論の信頼性を確認するのが目的である。翼型境界層は、その厚さが薄いので、風洞境界がそれに及ぼす影響は、本来僅少と考えられるのに、第3章でそれを取り上げたのは、次の理由による。前報の終りに、「 $h < 0.2$ ならば、風洞で計測した翼表面の圧力分布は、それに等しい揚力をも

つときの無限流体中の翼表面のそれに対応すると考えてよい」(これを「等揚力の条件」と呼ぶことにする)という結論を述べた。これは近似的に云ったもので、この仮定の食い違いは、同文中図 26 (本文の図 7) の翼前後縁近傍に明瞭に現われている。前縁の食い違いが、境界層のはく離、遷移等に影響があることは、当然予想される。それを検討したのが、第 3 章の実験である。装置の都合上、 $h > 0.2$ で実験が行われたが、現象が強調されて現われるので、むしろ調査には好都合であった。第 4 章には、自由境界、固体壁境界を通しての、考察と結論が記載されている。

記 号

x, y	直交直線座標 (風洞中心線上, 下流方向に x 軸をとる)
t	風洞境界幅 (風路幅)
p_{\pm}	翼表面の圧力 (脚符の+は上面, -は下面のものであることを示す)
p_0	規準圧力 (原則として大気圧をとる)
ρ	空気密度
U	風路内の一様流の速度
ϕ	速度ポテンシャル
c	半翼弦長
$h=2c/t$	翼弦長と風路幅の比
$\Delta p=p_- - p_+$	圧力差 (揚力密度)
$\gamma = \Delta p / (\rho U)$	循環密度
σ	翼厚を表わす吹出し分布の強さ
u_{\pm}	翼上下面の x 方向攪乱流速
$\bar{u} = (u_+ + u_-) / 2$	
\bar{y}	平均矢高線の縦座標
\bar{y}	翼厚分布の 1/2
α	迎角
α_0	零揚力角
L	揚力
C_l	揚力係数 $L / (\rho U^2 c)$
$C_{p_{\pm}}$	圧力係数 $(p_{\pm} - p_0) / (\frac{1}{2} \rho U^2)$
$\Delta C_p = 2\gamma / U = \Delta p / (\frac{1}{2} \rho U^2)$	
K_c	揚力傾斜の干渉係数 (固体壁境界)
K_0	揚力傾斜の干渉係数 (自由境界)
C_c	零揚力角の干渉係数 (固体壁境界)
S_c	翼厚の干渉係数 (前報のものとは定義が異なる)
q	翼表面境界層外流速
q^*	翼表面境界層内流速

q_0^* 翼表面より 0.3mm 離れた位置の流速

1 理論解析

本章は、風路内の翼による攪乱流の流場を、線型特異点法を使って解析した理論を記述したもので、前報の方法の線に沿っている。

1.1 速度ポテンシャル

速度 U の一様流が流れる、幅 t の平行固体壁で仕切られた風路の中心線上に、翼が置かれている場合の、攪乱流の二次元流場を考える。風路中心線を x 軸、それに垂直に y 軸をとる。翼は、 x 軸上、翼弦中点が原点に重なるように置かれ、 x 軸の正の方向を一様流の向きにとる (図 1 参照)。このときの攪乱流の速度ポテンシャルが

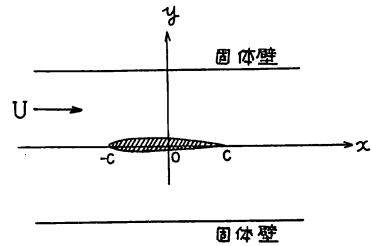


図 1

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \tan^{-1} \frac{x-x'}{y-nt} dx' \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \sigma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \ln \{(x-x')^2 + (y-nt)^2\} dx' \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

で与えられるものとする。この式から、 x 方向および y 方向の流速 u, v を求めると

$$\begin{aligned} u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = & \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n (y-nt)}{(x-x')^2 + (y-nt)^2} dx' \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-c}^c \sigma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{x-x'}{(x-x')^2 + (y-nt)^2} dx' \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

$$\begin{aligned} v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = & -\frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-x')}{(x-x')^2 + (y-nt)^2} dx' \\ & + \frac{1}{\pi} \int_{-c}^c \sigma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{y-nt}{(x-x')^2 + (y-nt)^2} dx' \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

である。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 \pm 2n}{(x-x')^2 + t^2(1 \pm 2n)^2/4} &= 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x-x')^2 + t^2(1 \pm 2n)^2/4} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.4)$$

の関係があるから¹⁾, (1.1.3)は, $y = \pm t/2$ のとき

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=\pm t/2} = 0 \quad (1.1.5)$$

となる。よって, (1.1.1) は固体壁境界の条件を満足する。

次に, (1.1.1) の無限遠の状態を調べる。 $x < -c$ または $x > c$ として, (1.1.2) で, $y=0$ と置くと, 第1項は0になる。第2項に

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + n^2} = \frac{\pi}{x} \coth \pi x \quad (1.1.6)$$

の公式を適用すると, 結局

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{y=0} = \frac{1}{2t} \int_{-c}^c \sigma(x') \coth \frac{\pi(x-x')}{t} dx' \quad (1.1.7)$$

と書かれる。 $x-x' \rightarrow \pm\infty$ では, $\coth \pi(x-x')/t \rightarrow \pm 1$ であり, 翼に, はく離後流が無いと仮定すると

$$\int_{-c}^c \sigma(x') dx' = 0$$

であるから,

$$u_{\pm\infty} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{y=0} = 0 \quad (1.1.8)$$

である。無限遠では, u は一様のはずであるから, (1.1.8) は, $y \neq 0$ のところでも成立する。

(1.1.3) で, $x < -c$ または $x > c$ として, $y=0$ と置く。第2項は, 明らかに0である。第1項の無限級数に

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + n^2} = \frac{\pi}{x} \operatorname{cosech} \pi x \quad (1.1.9)$$

を適用すると

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\frac{1}{2t} \int_{-c}^c \gamma(x') \operatorname{cosech} \frac{\pi(x-x')}{t} dx' \quad (1.1.10)$$

と書かれる。 $x-x' \rightarrow \pm\infty$ では $\operatorname{cosech} \pi(x-x')/t \rightarrow 0$ であるから,

$$v_{\pm\infty} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (1.1.11)$$

である。(1.1.11) は $y \neq 0$ でも成立する。したがって, (1.1.1) の速度ポテンシャルでは, 無限前方の擾乱流は0である。(1.1.5), (1.1.8), (1.1.11) により, (1.1.1) が, 固体壁風路の中心線上に翼が置かれたときの流場を表わすものとみなしてよいことがわかる。

1.2 翼表面境界条件と積分方程式

翼表面境界条件は, 自由境界の場合と同様¹⁾, 線型化されたものを用いる。それは

$$U(dy_{\pm}/dx - \alpha) = v_{\pm}(x, 0) \quad (1.2.1)$$

である。ただし, $v_{\pm}(x, 0)$ は

$$v_{\pm}(x, 0) = \lim_{y \rightarrow \pm 0} v(x, y) \quad (1.2.2)$$

を意味する。 x, y は流場の座標系であるが, 翼型表面の形を表わすときは, 流場の座標とは別に, 迎角 α だけ右回転したもの, つまり, 翼の前後縁を結ぶ線を x 軸としたものを用いるのが一般である。(1.2.1) の y_+, y_- は, その座標系についての, 翼上下面の y 座標を意味する。

$$\hat{y} = (y_+ + y_-)/2, \quad \bar{y} = (y_+ - y_-)/2 \quad (1.2.3)$$

$$\hat{v} = (v_+ + v_-)/2, \quad \bar{v} = (v_+ - v_-)/2 \quad (1.2.4)$$

と書くと, (1.2.1) は

$$U(d\hat{y}/dx - \alpha) = \hat{v}(x, 0) \quad (1.2.5)$$

$$Ud\bar{y}/dx = \bar{v}(x, 0) \quad (1.2.6)$$

と書かれる。 \hat{y} は平均欠高線の y 座標, \bar{y} は翼厚分布の $1/2$ である。(1.1.3) で, $y \rightarrow \pm 0$ としたものが, $v_{\pm}(x, 0)$ の表示式である。第1項では, 形式的に $y=0$ として, Cauchy の主値をとり, また第2項では, 特異積分の運算を行うと得られる。即ち

$$\begin{aligned} v_{\pm}(x, 0) &= -\frac{1}{2\pi} \oint_{-c}^c \gamma(x') \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-x')}{(x-x')^2 + n^2 t^2} dx' \pm \sigma(x) \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

である。これを, (1.2.5), (1.2.6) に代入すると

$$\begin{aligned} U \left(\frac{d\hat{y}}{dx} - \alpha \right) &= \hat{v} = \\ &- \frac{1}{2\pi} \oint_{-c}^c \gamma(x') \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n (y-x')}{(x-x')^2 + n^2 t^2} dx' \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

$$Ud\bar{y}/dx = \bar{v} = \sigma(x) \quad (1.2.9)$$

となる。翼厚分布 \bar{y} が与えられると, (1.2.9) より, $\sigma(x)$ が定まる。一方, 平均欠高線の形状と迎角が与えられれば, \hat{v} は定まるが, それから $\gamma(x)$ を求めるには, (1.2.8) の形の積分方程式を解かねばならない。(1.1.9) の公式を用い, また

$$\xi = x/c, \quad h = 2c/t, \quad g(\xi) = -\hat{v}/U \quad (1.2.10)$$

の無次元量を導入して, (1.2.8) を書き改めると

$$g(\xi) = \frac{h}{4U} \oint_{-1}^1 \gamma(\xi') \operatorname{cosech} \frac{\pi h(\xi - \xi')}{2} d\xi' \quad (1.2.11)$$

となる。これが $\gamma(\xi)$ に関する積分方程式である。

1.3 積分方程式の解析解

(1.2.11) に対して, 前報の場合と同じ変数変換

$$\mathcal{E}' + k = e^{\pi h \xi'} / \sinh \pi h, \quad \mathcal{E} + k = e^{\pi h \xi} / \sinh \pi h \quad (1.3.1)$$

を行うと

$$g(\mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi U} \int_{-1}^1 \frac{\gamma(\mathcal{E}')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}'} \sqrt{\frac{\mathcal{E} + k}{\mathcal{E}' + k}} d\mathcal{E}' \quad (1.3.2)$$

となる。ただし

$$k = \coth \pi h \quad (1.3.3)$$

である。

$$G(\mathcal{E}) = g(\mathcal{E}) / \sqrt{\mathcal{E} + k} \quad (1.3.4)$$

$$U\Pi(\mathcal{E}) = \gamma(\mathcal{E}) / \sqrt{\mathcal{E} + k} \quad (1.3.5)$$

と置くと, (1.3.2) は

$$G(\mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\Pi(\mathcal{E}')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}'} d\mathcal{E}' \quad (1.3.6)$$

と書かれる。この $\Pi(\mathcal{E})$ に関する積分方程式の解は知られていて, Kutta の流出条件を満たすものは

$$\Pi(\mathcal{E}) = -\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-\mathcal{E}}{1+\mathcal{E}}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \frac{G(\mathcal{E}')}{\mathcal{E} - \mathcal{E}'} d\mathcal{E}' \quad (1.3.7)$$

である。 G, Π を g, γ にもどして書くと

$$\frac{\gamma(\mathcal{E})}{U} = -\frac{2}{\pi} \sqrt{\mathcal{E} + k} \sqrt{\frac{1-\mathcal{E}}{1+\mathcal{E}}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \times \frac{g(\mathcal{E}')}{\sqrt{\mathcal{E}' + k(\mathcal{E} - \mathcal{E}')}} d\mathcal{E}' \quad (1.3.8)$$

である。これが, 積分方程式 (1.2.11) の解析解である。 $h \rightarrow 0$ のとき, $k \rightarrow \infty$ であるから, $\sqrt{\mathcal{E} + k} / \sqrt{\mathcal{E}' + k} \rightarrow 1$ となる。また, (1.3.1) で, $h \rightarrow 0$ として, 極限値を求めると, $\mathcal{E}' \rightarrow \xi'$ であるから, (1.3.8) は, 無限流体中の解

$$\frac{\gamma(\xi)}{U} = -\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \frac{g(\xi')}{\xi - \xi'} d\xi' \quad (1.3.9)$$

に一致する。

1.4 揚力

線型理論では, 翼の上下面の圧力差 Δp と循環密度の関係を

$$\Delta p = \rho U \gamma$$

とすることができる。揚力を L , 揚力係数を C_l と書くと,

$$C_l = \frac{L}{\rho U^2 c} = \frac{1}{\rho U^2 c} \int_{-c}^c \Delta p dx = \int_{-1}^1 \frac{\gamma}{U} d\xi \quad (1.4.1)$$

である。積分変数 ξ を, (1.3.1) により, \mathcal{E} に変え

$$C_l = \frac{1}{\pi h} \int_{-1}^1 \frac{\gamma}{U} \frac{1}{\mathcal{E} + k} d\mathcal{E} \quad (1.4.2)$$

となる。この式の γ/U に (1.3.8) を代入すると, C_l の表示式が得られる。即ち

$$C_l = -\frac{2}{\pi h} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \frac{J(\mathcal{E}')g(\mathcal{E}')}{\sqrt{\mathcal{E}' + k}} d\mathcal{E}' \quad (1.4.3)$$

である。ただし

$$J(\mathcal{E}') = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1-\mathcal{E}}{1+\mathcal{E}}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E} + k(\mathcal{E} - \mathcal{E}')}} d\mathcal{E} \quad (1.4.4)$$

とする。

1.5 誘導抵抗

翼に働く誘導抵抗 D_i は

$$D_i = -\rho \int_{-c}^c \gamma \hat{v} dx + \rho \int_{-c}^c \sigma \bar{u} dx - \frac{\pi}{2} \rho c (A^{(0)})^2 \quad (1.5.1)$$

で与えられる。第1項は Kutta-Joukowski の定理, 第2項は Lagally の定理²⁾ によるもの, 第3項は Grammel の前縁推力³⁾ で, $A^{(0)}$ は, γ を

$$\gamma(\xi) = A^{(0)} \sqrt{(1-\xi)/(1+\xi)} + A^{(1)} \sqrt{1-\xi^2} + \dots \quad (1.5.2)$$

のように表わしたときの, 第1項の常数係数である。この誘導抵抗を, 固体壁境界および自由境界^{注)} の場合について考えてみる。

i 固体壁境界

\dot{v} として (1.2.8) を使い, \bar{u} には (1.1.2) を利用すると

$$\begin{aligned} D_i = & \rho \int_{-c}^c \gamma dx - \frac{1}{2\pi} \int_{-c}^c \gamma(x') \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-x')}{(x-x')^2 + n^2 l^2} dx' \\ & + \rho \int_{-c}^c \sigma dx - \frac{1}{\pi} \int_{-c}^c \sigma(x') \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{x-x'}{(x-x')^2 + n^2 l^2} dx' - \frac{\pi}{2} \rho c (A^{(0)})^2 \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

である。第1項, 第2項で, x, x' の積分順序を交換し, x, x' の記号を交換すると, 全く同形の式で, 符

注) 前報では誘導抵抗に触れなかったので, ここにまとめて記載する。

号のみが逆の式が得られる。したがって、この二つの項は0である。ただし、 $n=0$ で、 γ のうち (1.5.2) 式の第1項の処だけが残る。それは第3項と消し合うので、結局

$$D_i=0 \tag{1.5.4}$$

となる。

ii 自由境界

\hat{v}, \hat{u} として、それぞれ前報の (2.4.9), (2.9.7) を使うと、(2.4.9) の第1項に該当するもの以外は、固体壁の場合と同じ計算によって、0となることが確かめられる。よって

$$D_i = \frac{\rho}{2t} \int_{-c}^c \gamma dx \int_{-c}^c \gamma(x') dx' = \frac{\rho \Gamma^2}{2t} \tag{1.5.5}$$

となる。これを抵抗係数に書き改めると

$$C_{di} = \frac{D_i}{\rho U^2 c} = \frac{\Gamma^2}{2t U^2 c} = \frac{h}{4} C_l^2 \tag{1.5.6}$$

である。前報の (2.6.18) を使うと

$$C_{di} = C_l \delta \tag{1.5.7}$$

となる。つまり、自由境界の場合は、誘導迎角 δ が生じるため、その分だけ、揚力が抵抗成分に転化するわけである。

1.6 関数 $J(\mathcal{E}')$

揚力を計算するには、その表示式に含まれる関数 $J(\mathcal{E}')$ を計算しやすい形にしておく为好都合である。

$$\mathcal{E} = \cos \varphi, \mathcal{E}' = \cos \varphi' \tag{1.6.1}$$

と置いて、(1.4.4) の変数を φ, φ' に変えて表わすと

$$J(\cos \varphi') \equiv J(\varphi') = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 - \cos \varphi}{\sqrt{k + \cos \varphi} (\cos \varphi - \cos \varphi')} d\varphi \tag{1.6.2}$$

となる。 $1/\sqrt{k + \cos \varphi}$ を

$$\frac{1}{\sqrt{k + \cos \varphi}} = \frac{B_0}{2} + B_1 \cos \varphi + B_2 \cos 2\varphi + B_3 \cos 3\varphi + \dots \tag{1.6.3}$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos n\varphi}{\sqrt{k + \cos \varphi}} d\varphi \tag{1.6.4}$$

のように Fourier 級数で表わし、それを (1.6.2) に適用する。

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos n\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} d\varphi' = -\frac{\sin n\varphi'}{\sin \varphi}, \tag{1.6.5}$$

$(n=0, 1, 2, \dots)$

の公式を使って、 φ の積分を行うと

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{(1 - \cos \varphi) \cos n\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} d\varphi = \begin{cases} -1, & n=0 \\ \frac{(1 - \cos \varphi') \sin n\varphi'}{\sin \varphi'}, & n \neq 0 \end{cases} \tag{1.6.6}$$

であるから、

$$J(\varphi') = -\frac{B_0}{2} + \frac{1 - \cos \varphi'}{\sin \varphi'} \sum_{n=1}^\infty B_n \sin n\varphi' \tag{1.6.7}$$

のように表わされる。

(1.6.4) で、 $n=0$ のとき、積分変数を $\varphi=2\theta$ によって、 θ に変えると

$$B_0 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{k + \cos 2\theta}} = \frac{4}{\pi \sqrt{k+1}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{1}{k+1} \sin^2 \theta}}$$

となるから、これは、Legendre-Jacobi の第1種完全楕円積分

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \tag{1.6.8}$$

で表わすことができる。即ち

$$B_0 = \frac{4}{\pi \sqrt{k+1}} K\left(\sqrt{\frac{2}{k+1}}\right) \tag{1.6.9}$$

である。

1.7 揚力傾斜の干渉係数

(1.2.5) により、(1.2.10) の $g(\xi)$ を、迎角と矢高線形状の二つに分け

$$g_1 = \alpha, g_2(\xi) = -\frac{d\hat{y}}{dx}, g(\xi) = g_1 + g_2(\xi) \tag{1.7.1}$$

と書く。 g_1, g_2 のそれぞれに対応する揚力係数を C_{i1}, C_{i2} の記号で表わすと、(1.4.3) より

$$C_{i1} = -\frac{2\alpha}{\pi h} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \frac{J(\mathcal{E}')}{\sqrt{\mathcal{E}'+k}} d\mathcal{E}' \tag{1.7.2}$$

$$C_{i2} = -\frac{2}{\pi h} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \frac{J(\mathcal{E}')g_2(\mathcal{E}')}{\sqrt{\mathcal{E}'+k}} d\mathcal{E}' \tag{1.7.3}$$

である。

(1.7.2) の積分変数を、(1.6.1) によって、 φ' に変え、 J を (1.6.7) で置き変えると

$$C_{i1} = \frac{B_0 \alpha}{\pi h} \int_0^\pi \frac{1 + \cos \varphi'}{\sqrt{k + \cos \varphi'}} d\varphi' - \frac{2\alpha}{\pi h} \sum_{n=1}^\infty B_n \int_0^\pi \frac{\sin n\varphi' \sin \varphi'}{\sqrt{k + \cos \varphi'}} d\varphi'$$

である。この式の $1/\sqrt{k + \cos \varphi'}$ を (1.6.3) で置き換え、 φ' の積分を行うと

$$C_{11} = \frac{B_0 \alpha}{2h} (B_0 + B_1) - \frac{\alpha}{2h} \sum_{n=1}^{\infty} B_n (B_{n-1} - B_{n+1})$$

である。整理すると

$$C_{11} = \frac{B_0^2 \alpha}{2h} - \frac{\alpha}{2h} \sum_{n=2}^{\infty} B_n B_{n-1} + \frac{\alpha}{2h} \sum_{n=1}^{\infty} B_n B_{n+1} = \frac{B_0^2 \alpha}{2h} \quad (1.7.4)$$

となる。

$h \rightarrow 0$ のときの C_{11} を $C_{11}^{(0)}$ の記号で表わすと

$$C_{11}^{(0)} = 2\pi \alpha \quad (1.7.5)$$

である。 C_{11} と $C_{11}^{(0)}$ の比を K_c の記号で表わすと

$$K_c = \frac{C_{11}}{C_{11}^{(0)}} = \frac{B_0^2}{4\pi h} \quad (1.7.6)$$

となる。この K_c を使うと

$$C_{11} = 2\pi K_c \alpha \quad (1.7.7)$$

と書かれる。 K_c は揚力傾斜の干渉係数である。

$k > 1$ であるから、(1.6.4) の被積分関数を $1/k$ のべき級数に展開することができる。それを項別積分すると

$$B_0 = \frac{2}{\sqrt{k}} \left(1 + \frac{3}{16} \frac{1}{k^2} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{3}{8} \frac{1}{k^4} + \dots \right)$$

となる。したがって

$$B_0^2 = \frac{4}{k} \left\{ 1 + \frac{6}{16} \frac{1}{k^2} + \left(\frac{9}{256} + \frac{105}{512} \right) \frac{1}{k^4} + \dots \right\} \quad (1.7.8)$$

である。

$$\frac{1}{k} = \tanh \pi h = \pi h - \frac{(\pi h)^3}{3} + \frac{2(\pi h)^5}{15} - \dots \quad h < 1 \quad (1.7.9)$$

の級数を (1.7.8) に代入すると、 B_0^2 の πh に関するべき級数展開式が導かれる。それを (1.7.6) に適用すると、 K_c の πh に関するべき級数展開式として

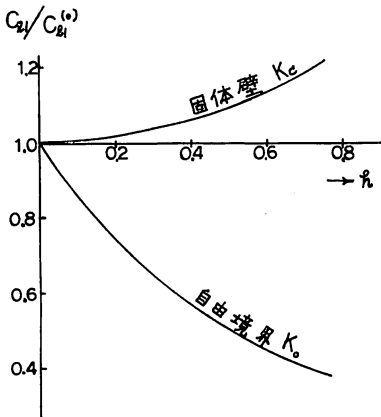


図2 揚力の干渉係数

$$K_c = 1 + \frac{1}{24} (\pi h)^2 - \frac{11}{7680} (\pi h)^4 + \dots \quad (1.7.10)$$

が得られる。これは L. Rosenhead⁴⁾ が導いた式と同じである。

(1.6.9) を使うと、(1.7.6) は

$$K_c = \frac{1}{4\pi h} \frac{16}{\pi^2(k+1)} \left\{ K \left(\sqrt{\frac{2}{k+1}} \right) \right\}^2 = \frac{1-e^{-2\pi h}}{2\pi h} \left\{ \frac{2}{\pi} K \left(\sqrt{\frac{2}{k+1}} \right) \right\}^2 \quad (1.7.11)$$

のように表わされる (図2参照)。

1.8 零揚力角の干渉係数

零揚力角とは、揚力が零になる迎角のことである。

したがって、(1.7.2)、(1.7.3)、(1.7.7) の記法を使うと、零揚力角 α_0 は

$$C_{11} + C_{12} = 2\pi K_c \alpha + C_{12} = 0$$

を満足する迎角として与えられる。よって、 α_0 は

$$\alpha_0 = - \frac{C_{12}}{2\pi K_c} \quad (1.8.1)$$

より求めることができる。これの C_{12} に (1.7.3) を使うと

$$\alpha_0 = - \frac{1}{\pi^2 h K_c} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \frac{J(\xi') g_2(\xi')}{\sqrt{\xi'+k}} d\xi' \quad (1.8.2)$$

と書かれる。

$h \rightarrow 0$ のときの零揚力角 $\alpha_0^{(0)}$ および $C_{12}^{(0)}$ は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0^{(0)} &= - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} g_2(\xi') d\xi' \\ C_{12}^{(0)} &= 2 \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} g_2(\xi') d\xi' \end{aligned} \right\} \quad (1.8.3)$$

である。 α_0 と $\alpha_0^{(0)}$ の比 C_c を作ると

$$C_c = \frac{\alpha_0}{\alpha_0^{(0)}} = \frac{C_{12}}{K_c C_{12}^{(0)}} = \frac{1}{\pi^2 h K_c} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \frac{J(\xi') g_2(\xi')}{\sqrt{\xi'+k}} d\xi' \div \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} g_2(\xi') d\xi' \quad (1.8.4)$$

である。矢高曲線が同じ系列の翼型に対しては、 C_c は最大矢高には無関係の、 h だけの関数となる。この C_c を零揚力角の干渉係数と云うことにする。

1.9 速度関数

一様流の速度に対する、翼表面流速の比率を速度関数という。線型理論では、 $y=0$ における x 軸方向の流速をもって、翼表面流速に当てる。それを w とすると

$$\frac{w_{\pm}}{U} = 1 + \frac{u_{\pm}}{U} \quad (1.9.1)$$

である。ただし、 u_{\pm} は翼上下面の x 軸方向攪乱流速であって、(1.1.2) で、 $y \rightarrow \pm 0$ にすると得られる。第1項については、特異積分の運算を行い、第2項では、形式的に $y=0$ として、Cauchyの主値をとればよい。その結果は

$$u_{\pm} = \pm \frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2t} \oint_{-c}^c \sigma(x') \coth \frac{\pi(x-x')}{t} dx' \quad (1.9.2)$$

である。(1.2.9)により、 σ を既知関数 $U dy/dx$ で置き変え、積分変数を無次元変数 ξ' に改めると

$$\frac{w_{\pm}}{U} = 1 \pm \frac{\gamma}{2U} + \frac{h}{4} \oint_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} \coth \frac{\pi h(\xi - \xi')}{2} d\xi' \quad (1.9.3)$$

と書かれる。

ここで

$$\bar{u} = (u_+ - u_-)/2, \quad \bar{u} = (u_+ + u_-)/2 \quad (1.9.4)$$

と書くと、(1.9.2)より

$$\bar{u}/U = \gamma/(2U) \quad (1.9.5)$$

$$\frac{\bar{u}}{U} = \frac{h}{2} \oint_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} \coth \frac{\pi h(\xi - \xi')}{2} d\xi' \quad (1.9.6)$$

である。 \bar{u} は翼厚に基づく流速である。 $h \rightarrow 0$ のとき

$$\frac{\bar{u}^{(0)}}{U} = \frac{1}{\pi} \oint_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} \frac{1}{\xi - \xi'} d\xi' \quad (1.9.7)$$

である。

$\coth x$ には1位の極があるから、

$$M(x) = \coth x - 1/x \quad (1.9.8)$$

で定義される関数 $M(x)$ を考えると、これには特異性はない。それを使って、積分した関数

$$S_c(\xi) = \frac{\frac{h}{2} \int_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} M\left\{\frac{\pi h(\xi - \xi')}{2}\right\} d\xi'}{[\bar{u}^{(0)}/U]_{\max}} \quad (1.9.9)$$

を、翼厚干渉係数と呼ぶことにする。 $[\bar{u}^{(0)}/U]_{\max}$ は $\bar{u}^{(0)}/U$ の最大値である。(1.9.9)の M の代りに(1.9.8)の右辺を使うと

$$S_c \cdot [\bar{u}^{(0)}/U]_{\max} = \frac{h}{2} \oint_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} \coth \left\{ \frac{\pi h(\xi - \xi')}{2} \right\} d\xi' - \frac{1}{\pi} \oint_{-1}^1 \frac{d\bar{y}}{dx} \frac{1}{\xi - \xi'} d\xi'$$

であるから、(1.9.6)、(1.9.7)により

$$\bar{u}/U = \bar{u}^{(0)}/U + S_c \cdot [\bar{u}^{(0)}/U]_{\max} \quad (1.9.10)$$

となる。即ち、 S_c は、翼厚に基づく流速に対する、

境界影響を表わすパラメタになっている。計算結果から現象を理解するには、自由境界の場合に前報で定義した翼厚干渉係数 T_c より、この方がわかりやすい。NACA 16 に対する S_c の計算結果を図3に示す。

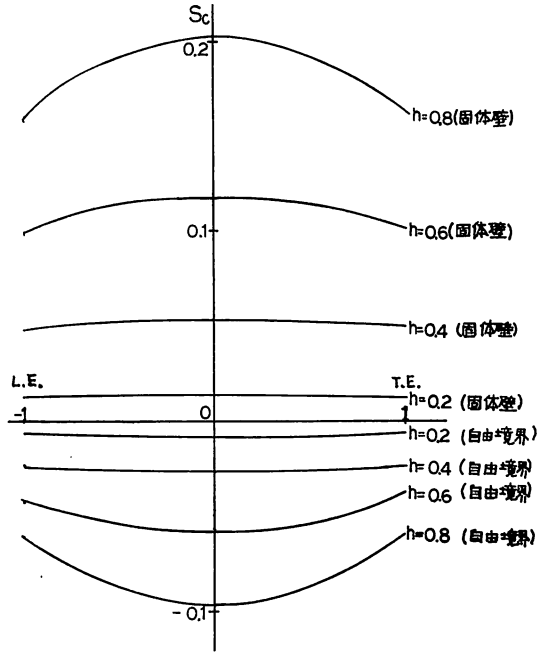


図3 翼厚の干渉係数

線型理論の速度関数 w_{\pm}/U に Riegels-Wittich の変換をほどこすと、さらに精度よい速度関数が得られることは前報で述べた通りである。それを q_{\pm} と書く

$$\frac{q_{\pm}}{U} = \frac{w_{\pm}}{U\sqrt{1+(dy_{\pm}/dx)^2}} \quad (1.9.11)$$

であり、また、圧力関数 C_p は

$$C_{p\pm} = 1 - q_{\pm}^2/U^2 \quad (1.9.12)$$

で与えられる。

1.10 数値計算法

i 関数 $F(\xi') = (1 + \xi')\sqrt{\xi' + k} J(\xi')$

揚力傾斜の干渉係数を計算するには、1.6節で述べた関数 $J(\xi')$ が都合であったが、 k が1に近いとき、(1.6.7)の級数は収束が悪く、数値計算の実用に役立たない。そこで、 $J(\xi')$ と、 $F(\xi') = (1 + \xi')\sqrt{\xi' + k} \times J(\xi')$ の関係にある関数 $F(\xi')$ を導入し、これの値を、数値積分で求めて、零揚力角の計算に使う。

$F(\xi')$ を具体的に書くと

$$F(E') = \frac{(1+\xi')\sqrt{E'+k}}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-E}}{1+E} dE$$

$$\times \frac{dE}{\sqrt{E+k(E-E')}} \quad (1.10.1)$$

である. $h \rightarrow 0$ のとき, $k \rightarrow \infty, E \rightarrow \xi, E' \rightarrow \xi'$ であるから

$$\lim_{h \rightarrow 0} F(E') = \frac{1+\xi'}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\xi}}{1+\xi} \frac{d\xi}{\xi-\xi'}$$

$$= -(1+\xi') \quad (1.10.2)$$

となる. (1.10.1) の $F(E')$ は E' の関数として表わしてあるが, 数値計算用には, (1.3.1) によって, ξ' の関数の形に書いておく必要がある. 更に, $\xi' = \cos \theta'$ によって, θ' の関数とした方が都合である. よって

$$F(E') \equiv F\{E'(\xi')\} \equiv F\{E'(\cos \theta')\} \equiv F(\theta') \quad (1.10.3)$$

と書くことにする.

(1.10.1) の変数 E を, (1.3.1) によって, ξ に変えらると

$$F(\theta') = \frac{(1+\xi')\sqrt{E'+k}}{\pi} \int_{-1}^1 E_1(\xi) \frac{\xi-\xi'}{E-E'}$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{E+k}} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \frac{1}{\xi-\xi'} \frac{dE}{d\xi} d\xi \quad (1.10.4)$$

である. ただし

$$E_1(\xi) = \frac{\sqrt{(1-E)/(1+E)}}{\sqrt{(1-\xi)/(1+\xi)}}$$

$$= \sqrt{\frac{e^{\pi h(1-\xi)}-1}{1-e^{-\pi h(1+\xi)}}} \cdot \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} \quad (1.10.5)$$

とする.

$$G(\xi, \xi') = \sqrt{\frac{E'+k}{E+k}} \frac{\xi-\xi'}{E-E'} \frac{dE}{d\xi}$$

で定義される関数は, 少し運算を行うと

$$G(\xi, \xi') = \frac{\pi h}{2} \frac{\xi-\xi'}{\sinh\{\pi h(\xi-\xi')/2\}} \quad (1.10.6)$$

となる. ここで更に

$$K(\xi, \xi') = (1+\xi')(1-\xi) E_1(\xi) G(\xi, \xi') \quad (1.10.7)$$

と書くと

$$F(\theta') = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{K(\xi, \xi')}{\sqrt{1-\xi^2}(\xi-\xi')} d\xi \quad (1.10.8)$$

のように表わされる. $\xi = \pm 1$ で, $E_1(\xi)$ は不定になるが, 極限值をとると

$$\left. \begin{aligned} E_1(-1) &= \sqrt{(e^{2\pi h}-1)/(2\pi h)} \\ E_1(1) &= \sqrt{2\pi h/(1-e^{-2\pi h})} \end{aligned} \right\} \quad (1.10.9)$$

となる. $G(\xi, \xi')$ も, $\xi = \xi'$ で不定になるが, 極限值は

$$G(\xi, \xi) = 1 \quad (1.10.10)$$

である. (1.10.8) の変数を, $\xi = \cos \theta$ によって, θ に変えらると

$$F(\theta') = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{K(\theta, \theta')}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta \quad (1.10.11)$$

と書かれる. ただし

$$K(\theta, \theta') = (1+\cos \theta')(1-\cos \theta)$$

$$\times E_1(\cos \theta) G(\cos \theta, \cos \theta')$$

である.

$K(\theta, \theta')$ は, $\theta = 0$ のとき 0 であるが, $\theta = \pi$ では 0 とならない. したがって, $K(\theta, \theta')$ を, $[\theta, \pi]$ の区間で, θ の Fourier 級数に表わすときは, 余弦級数をとる必要がある. それを (1.10.11) に代入して, θ の積分を行うわけであるが, ここでは, $K(\theta, \theta')$ の表示式として, 最小二乗法による近似式を用いる. 即ち

$$K(\theta, \theta') = \left. \begin{aligned} & \frac{2}{m+1} \sum_{\mu=0}^{m+1} \varepsilon_\mu K(\theta_\mu, \theta') \sum_{k=0}^{m+1} \varepsilon_k \cos k\theta_\mu \cos k\theta \end{aligned} \right\}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} & k, \mu = 0, m+1 \text{ のとき } \varepsilon_{k, \mu} = 1/2 \\ & k, \mu \neq 0, m+1 \text{ のとき } \varepsilon_{k, \mu} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.10.12)$$

と置き, これを (1.10.11) に代入し, (1.6.5) を使って, θ の積分を行うと

$$F(\theta') = \frac{2}{m+1} \sum_{\mu=0}^{m+1} \varepsilon_\mu K(\theta_\mu, \theta') \sum_{k=1}^{m+1} \varepsilon_k \cos k\theta_\mu \frac{\sin k\theta'}{\sin \theta'}$$

$$(1.10.13)$$

となる.

$$\theta_\mu = \frac{\mu\pi}{m+1}, \quad \theta' = \theta_\kappa = \frac{\kappa\pi}{m+1} \quad (1.10.14)$$

とすれば,

$$\sum_{k=1}^m \cos k\theta_\mu \sin k\theta_\kappa$$

$$= \begin{cases} \frac{1-(-1)^{\mu+\kappa}}{2} \frac{\sin \theta_\kappa}{\cos \theta_\mu - \cos \theta_\kappa}, & \kappa \neq \mu \\ 0, & \kappa = \mu \end{cases} \quad (1.10.15)$$

の公式があるから,

$$C_\mu^\kappa = \frac{2\varepsilon_\mu}{m+1} \frac{1-(-1)^{\mu+\kappa}}{2} \frac{1}{\cos \theta_\mu - \cos \theta_\kappa} \quad (1.10.16)$$

と書くと

$$F(\theta_\kappa) = \sum_{\mu=0}^{m+1} K(\theta_\mu, \theta_\kappa) C_\mu^\kappa \quad (1.10.17)$$

のように表わされる.

$\theta' = 0, \pi$ のときは, (1.10.13) より $\theta' \rightarrow 0, \pi$ として極限值をとる. そのときの係数 C_n^0, C_n^{m+1} は (1.10.16) と同じ式になる. ただし, C_0^0, C_{m+1}^0 は 0 にならないが, $K(0, 0) = 0, K(\pi, \pi) = 0$ であるから, (1.10.17) の総和では, それらに該当する項は, 自動的に落ちてしまう. 従って, (1.10.16), (1.10.17) によって, $F(\theta_\varepsilon)$ の必要な総ての値を計算することができる.

ii 零揚力角

(1.7.3) を, $F(\mathcal{E}')$ を含む表示式に改めると

$$C_{l2} = -\frac{2}{\pi h} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\mathcal{E}'}{1-\mathcal{E}'}} \frac{F(\mathcal{E}')g_2(\mathcal{E}')}{(\mathcal{E}'+k)(1+\mathcal{E}')} d\mathcal{E}' \quad (1.10.18)$$

である. (1.3.1) と (1.10.5) を使って, 積分変数 \mathcal{E}' を ξ' に変えたと

$$C_{l2} = -2 \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \frac{F(\xi')g_2(\xi')}{E_1(\xi')(1+\xi')} d\xi' \quad (1.10.19)$$

となる. (1.8.3) の $C_{l2}^{(0)}$ と (1.10.19) の変数を $\xi' = \cos \theta'$ によって, θ' に変えたと

$$C_{l2}^{(0)} = 2 \int_0^\pi (1 + \cos \theta') g_2(\theta') d\theta' \quad (1.10.20)$$

$$C_{l2} = -2 \int_0^\pi \frac{F(\theta')}{E_1(\theta')} g_2(\theta') d\theta' \quad (1.10.21)$$

と書かれる. ただし, $F(\cos \theta'), E_1(\cos \theta'), g_2(\cos \theta')$ を簡略して, $F(\theta'), E_1(\theta'), g_2(\theta')$ と書いてある. $F(\pi) = 0$ であるから, (1.10.20), (1.10.21) の被積分関数で, g_2 にかかる項は, $\theta' = \pi$, つまり前縁で 0 になる. したがって, g_2 が前縁で無限大の翼型でも, 上式の被積分関数に, 特異性はなく, 積分値は, Simpson 法則によって, 求めることができる.

iii 循環密度

(1.3.1) を使って, (1.3.8) の変数 \mathcal{E}' を ξ' に変える. (1.10.6) の $G(\xi, \xi')$ が, ξ, ξ' について対称であることを利用すると

$$\begin{aligned} \frac{\gamma(\xi)}{U} = & -\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} E_1(\xi) \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{1+\xi'}{1-\xi'}} \\ & \times \frac{G(\xi, \xi')g(\xi')}{E_1(\xi')(\xi-\xi')} d\xi' \quad (1.10.22) \end{aligned}$$

と書かれる. $g(\xi)$ を, (1.7.1) に従って, g_1, g_2 に分け, それぞれに対応する γ を γ_1, γ_2 の記号で表わすことにする. また

$$K(\xi, \xi') = (1-\xi)(1+\xi') \frac{G(\xi, \xi')}{E_1(\xi')} \quad (1.10.23)$$

と書き, (1.10.22) の変数を, $\xi' = \cos \theta'$ によって θ' に変える. $K(\cos \theta, \cos \theta') \equiv K(\theta, \theta')$ と書くと

$$\frac{\gamma_1}{U} = -\frac{2\alpha}{\pi} \frac{E_1(\theta)}{\sin \theta} \int_0^\pi \frac{K(\theta, \theta')}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' \quad (1.10.24)$$

$$\frac{\gamma_2}{U} = -\frac{2}{\pi} \frac{E_1(\theta)}{\sin \theta} \int_0^\pi \frac{K(\theta, \theta')g_2(\theta')}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' \quad (1.10.25)$$

となる. (1.10.24), (1.10.25) の $K, K \cdot g_2$ を θ' の関数として, (1.10.12) の形の Fourier 級数で置き変えて, θ' の積分を行う. 今度は, (1.10.11) の場合とは反対に, θ' が積分変数であることに注意して, $\theta = \theta_\varepsilon = \kappa\pi / (m+1)$ とれば

$$\frac{\gamma_1(\theta_\varepsilon)}{U} = \frac{2E_1(\theta_\varepsilon)}{\sin \theta_\varepsilon} \sum_{\mu=0}^{m+1} K(\theta_\varepsilon, \theta_\mu) C_\mu^\varepsilon \quad (1.10.26)$$

$$\frac{\gamma_2(\theta_\varepsilon)}{U} = \frac{2E_1(\theta_\varepsilon)}{\sin \theta_\varepsilon} \sum_{\mu=0}^{m+1} K(\theta_\varepsilon, \theta_\mu) g_2(\theta_\mu) C_\mu^\varepsilon \quad (1.10.27)$$

となる. (1.10.23) から明らかな様に, $K(\theta', \theta')$ は, $\theta' = 0, \theta' = \pi$ のとき 0 となるから, C_0^0, C_{m+1}^0 は有限値であるが, それらの項は消える.

2 固体壁境界内における翼型風洞試験

2.1 試験装置および試験方法

試験装置, 供試翼型模型共に, 前報に使用したものと同一, その詳細は, そこに記載されているので, 説明は省略する. ただ, 測定部を固体壁密閉型にするため, 両側平板の間, 上下に, 平行平板を設置した点だけが異なる (図 4-1, 4-2 参照). 平行平板の間隔は

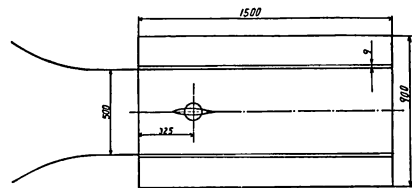


図 4-1 実験装置側面図

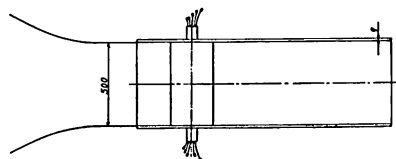


図 4-2 実験装置平面図

500mm, 400mm, 300mm の3種, 吹口内の案内板は, 前報のものそのままである。風速は, 風洞加速部の上流, 下流の2点の圧力差の測定値から求めた。ピトー管によらなかったのは, 風路内の障害物を少なくするための措置である。風路内で, 圧力勾配はほとんど認められなかった。境界が固体壁で, 流れが安定しているので, 前報のような予備試験の必要は無いと判断した。供試翼型模型の断面寸法および断面図は, 前報に示したので省略する。Model No. と要目の関係は表1の通りである。

試験風速は, 平均 28m/s, 迎角は, 各翼とも, -6° , -3° , 0° , 3° , 6° , 9° , 12° , 15° に設定し, 翼表面圧力を, 多管マノメータで計測した。

2.2 翼型性能の試験結果

翼表面の圧力計測値から圧力係数 C_p を算出し, その分布形を描いた。結果の一例を図5-1, 5-2に示したが, その実験精度は, 前報のものと同程度である。概して, 固体壁境界内の方が, 失速がはやく起る。図5-1はそれがはじまっている例である (前報図12-1

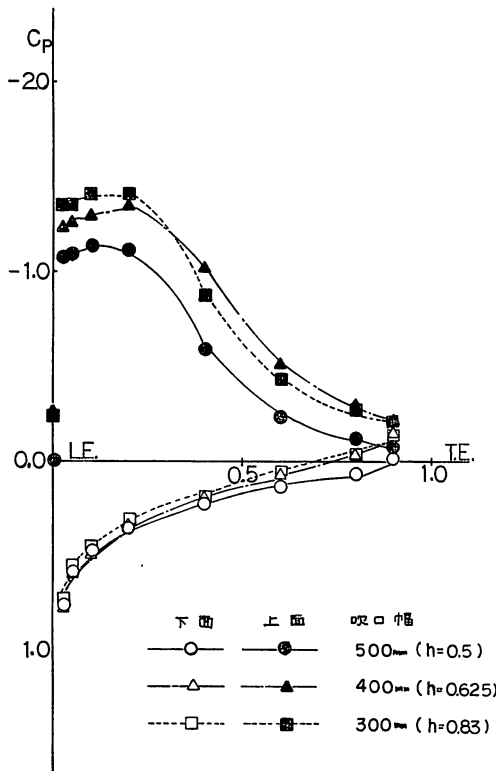


図5-1 圧力分布 (Model No. 1, 固体壁境界, $\alpha = 6^\circ$)

表1 Models of wing section

Model No.	Thickness ratio	Camber ratio
No. 1	0.03	0.01
No. 2	0.03	0.03
No. 3	0.03	0.05
No. 4	0.07	0.01
No. 5	0.07	0.03
No. 6	0.07	0.05
No. 7	0.11	0.01
No. 8	0.11	0.03
No. 9	0.11	0.05

FOR NACA 16, $a=0.8$ ORIGINALS

に対応する)。自由境界のとき, 失速がおくれるのは, 誘導吹き下しが生じて, 有効迎角が小さくなる為である。

圧力分布の計測値を積分して求めた揚力係数 C_l を, 迎角に対して置点したものが, 理論と比較して, 図6-1, 6-2, 6-3に示してある。圧力分布の積分は, 数値計算によった。

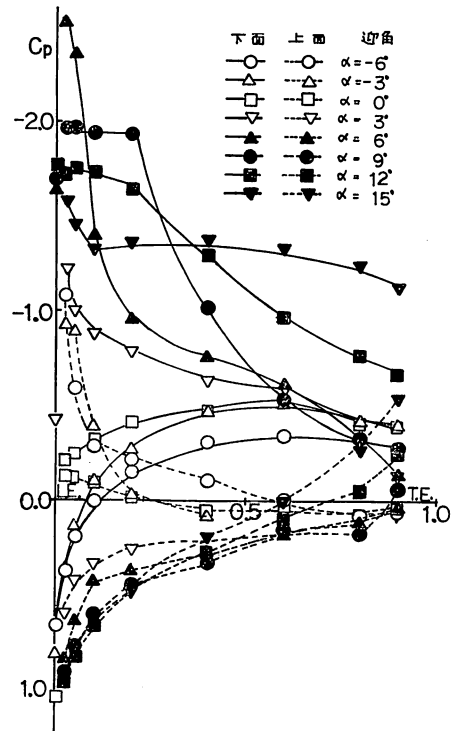


図5-2 Model No. 5の圧力分布 (吹込幅 400mm, 固体壁境界)

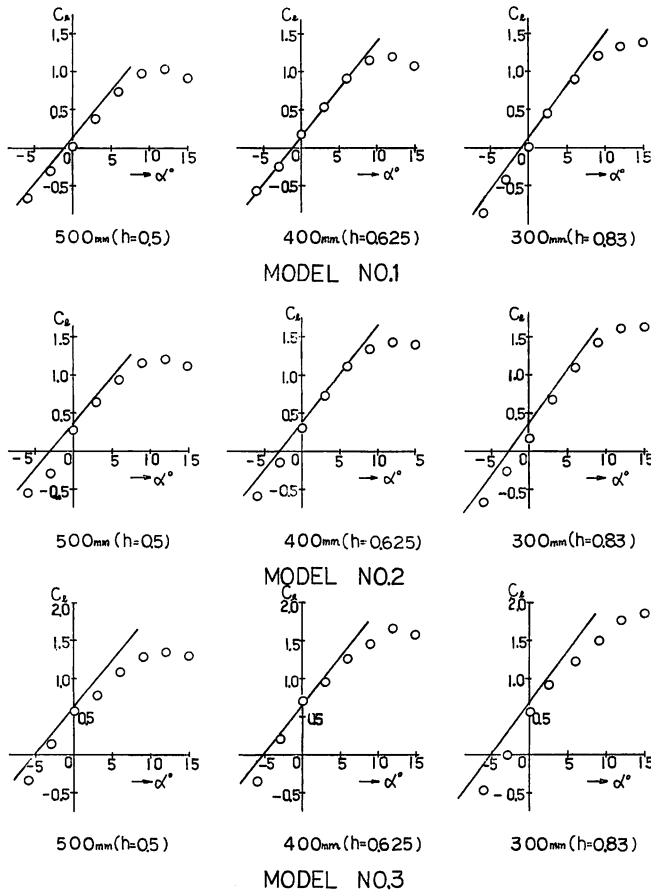


図 6-1 揚力係数 (○ EXP. — TH.)

3 翼型境界層の風洞試験

3.1 実験の目的

本実験には二つの目的がある。一つは、前報で、零揚力角の実験と理論の不一致の原因の一つにあげた、前縁の部分は離れ（前報図 20(b), (c) 参照）、実験で確認することである。

第二の目的は、「まえがき」に述べた通りである。図 7 は、矢高比 0.03 の翼が、無限幅風路中で、 $\alpha=2^\circ$ の姿勢にあるときの揚力と等しい揚力（等揚力の条件）を有限幅風路内で保つ姿勢を選び、それぞれの循環密度の比率を、翼弦方向に描いたものである。それを見ると、 $h>0.2$ では、1 からかなりはなれ、固体壁

より自由境界の場合が悪い。特に、前後縁に近づくに従って、差が大きくなるので、前縁近傍での遷移、はく離の状況が、境界影響によって変ることを予想させる。これを確かめるのが、本実験の第二の目的であり、主目的でもある。

3.2 試験装置および試験方法

風洞の試験装置は 2.1 節で述べた通りのものである。供試翼型模型は、Model No. 1, No. 5, No. 9 の 3 種である。この選定は、9 枚の翼の中から、矢高と厚さの異なる 3 種を選んだだけのことである。試験風速は自由境界、固体壁いづれも、平均 27 m/s、測定項目は翼表面圧力分布と、翼表面境界層内流速である。

風洞内に設置した翼の迎角として、前報の図 11-1~11-3, 図 13-1~13-8, および本文, 図 6-1~6-3, の

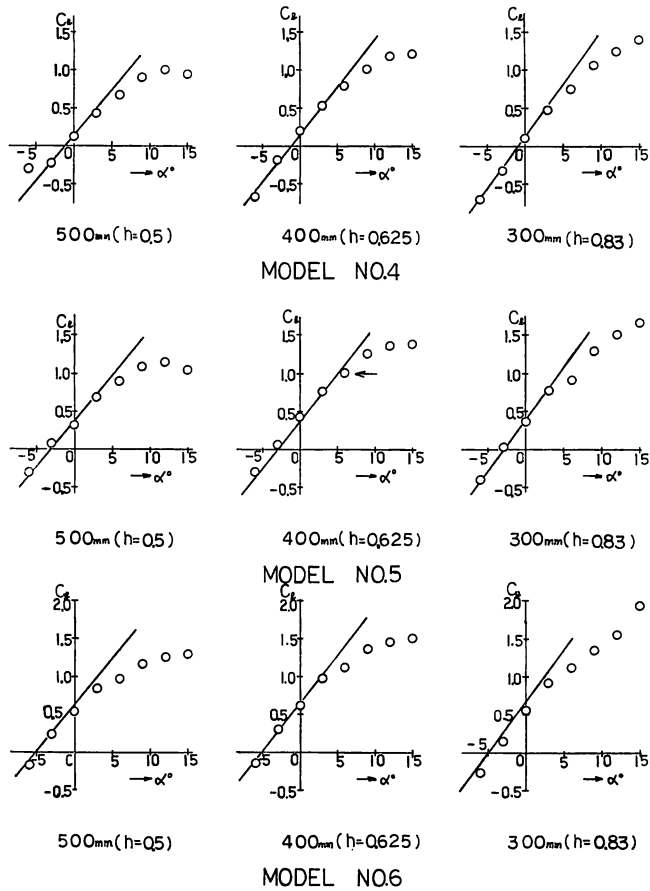


図 6-2 揚力係数 (\square EXP.) (\circ TH.)

$C_l \sim \alpha$ 曲線で、 $C_l = -0.2, 0, 0.2, 0.4, 0.5$ に対応するところをとっている。翼表面圧力の計測法は、2.1節の方法と同じである。境界層内流速は、径 1.0mm のステンレスパイプをひらたくつぶし、上下面をやすりで削って作ったピトー管を、翼表面に接するように固定して、計測した。この扁平ピトー管の厚さ(高さ)は 0.6mm である。したがって、境界層内流速の測定といっても、層内流速分布の測定はごく一部、検定のために行っただけで、実験の全般は、翼表面より 0.3mm (ピトー管の厚さの 1/2) 離れた位置の流速を、翼弦方向に計測したものである。この位置が、境界層内のどこに該当するものかを調べるため、二三の場合について、ピトー管を上下に移動させて、境界層の速度分布を計測した。結果を図 8 に示す。これは、Model No. 5, 自由境界で、吹口幅 400mm, $C_l = 0.2$ の翼弦上 80% 位置の、上面および下面におけるものであ

る。図 8-(a) は上面のもので、層流境界層、図 8-(b) は下面で、乱流境界層となっている。全般の実験で、境界層内速度として、計測したものは、同図上、最下位置(翼面から 0.3mm)における流速に該当している。それを境界層底層の流速と呼ぶことにし、 q_0^* の記号で表わす。この二つの図を比較してみると、 q_0^* は、層流境界層よりも、乱流境界層の方が、遙かに大きな値をとることがわかる。したがって、 q_0^* が、翼弦方向で、不連続に増加した処が遷移点である。NACA 16 の翼型は、前縁のやせた、層流翼型であるから、迎角の小さいところでは全面層流、また少し迎角がつくと、前縁で部分はく離を起して、乱流境界層に変わる、といった現象が大部分をしめ、遷移が観察されるといっても、図 11-2 の程度で、あまり明瞭ではない。この図の矢印のところの境界層速度分布が、図 8-(b) である。また、 q_0^* が 0 となる場所は (図 9-2

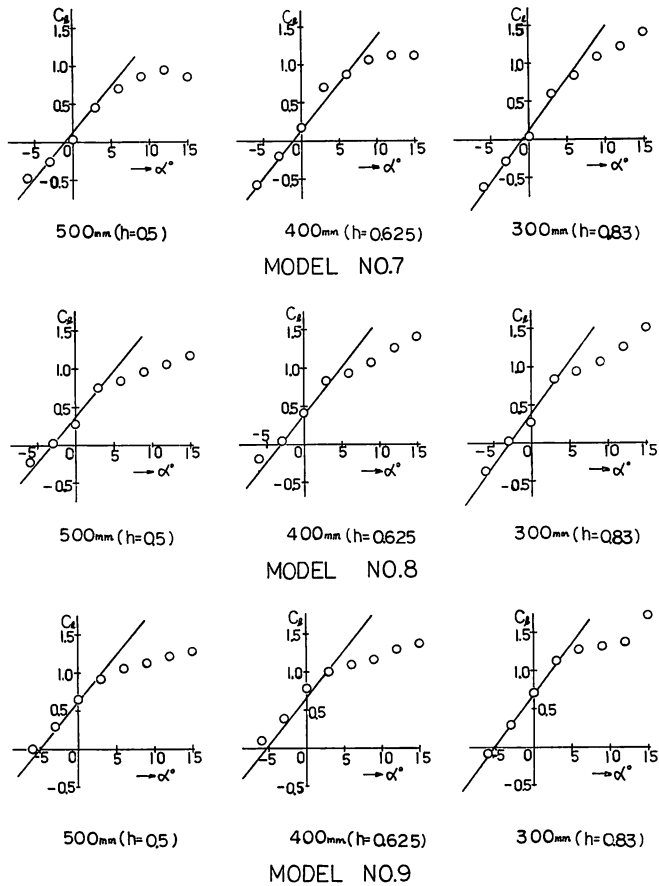


図 6-3 揚力係数 (○ EXP. / — TH.)

前縁附近), そこで流れが翼表面からはく離して, 死水域となっていることを示す。

3.3 試験結果

i 前縁の部分はく離

翼型試験中, 後縁はく離は, しばしば見掛ける現象で, 力の計測結果だけ見ても, その存在は容易に推測できるが, 前縁はく離の方は, それに適した試験を行わないと, 判然とは見分け難い。図 9-1, 9-2 は Model No. 1, $C_l = -0.2$ の翼表面圧力と, 翼下面の q_0^* の翼弦方向の分布形を示したものである。図 9-1 だけでは, 前縁のはく離は判然としないが, 図 9-2 を見ると, 前縁で一旦はく離した流れが, 再付着している様子がよくわかる。即ち, 前報の図 20(c) の実際の現われである。

ii 等揚力条件下における圧力分布と境界層流速

図 5-1 に見られる様に, 迎角一定でも, h が変わると, 圧力の分布が変化する。これを, 迎角にとらわれず, 揚力が同じところ, つまり等揚力条件下で, 境界層もあわせて, 比較したらどうなるか, それを以下に示す。

自由境界, 固体壁境界いづれの場合も, 零揚力角は, 風路幅を変えても, あまり変化しないから (前報, 図 22-1~22-3, 本文, 図 6-1~6-3 参照), 零揚力角から測った迎角を, α^* の記号で表すと, (1.7.7) により, 近似的に

$$\left. \begin{aligned} \alpha_e^* &\doteq C_l / (2\pi K_e), \quad \alpha_o^* \doteq C_l / (2\pi K_o), \\ \alpha^{*(0)} &= C_l^{(0)} / (2\pi) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.1)$$

と書くことができる。ある h で得られた実験資料を, 等揚力条件下で, $h=0$ のものに補正する場合の迎角の変化分を, $\Delta\alpha^*$ とする。即ち, $\alpha^* + \Delta\alpha^* = \alpha^{*(0)}$ とすると

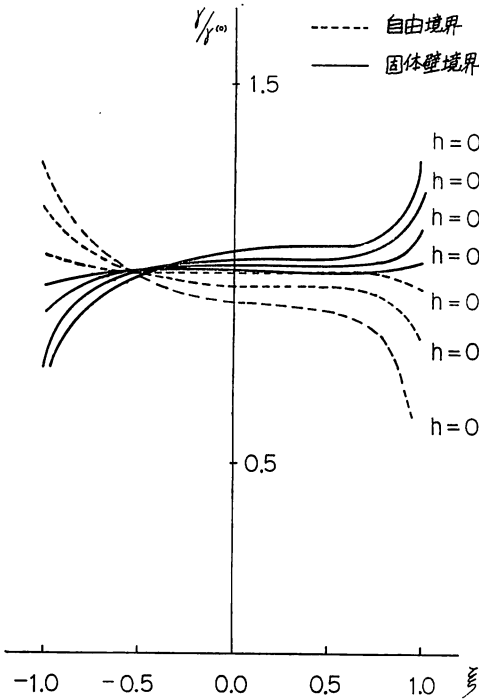
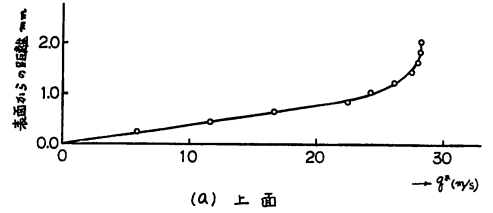
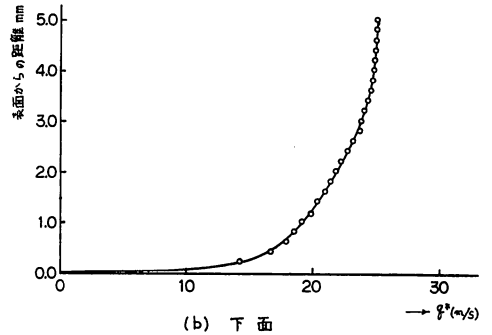


図7 等揚力における循環密度の比率



(A) 上面



(b) 下面

図8 Model No. 5, 翼弦上 L. E. より 80%位置の境界層速度分布 (自由境界, 吹口幅 400mm, $C_l=0.2$, $\alpha=0.3^\circ$)

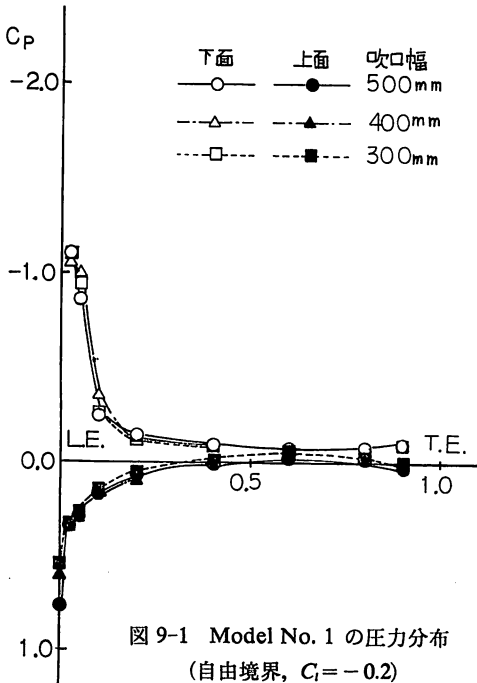


図9-1 Model No. 1 の圧力分布 (自由境界, $C_l=-0.2$)

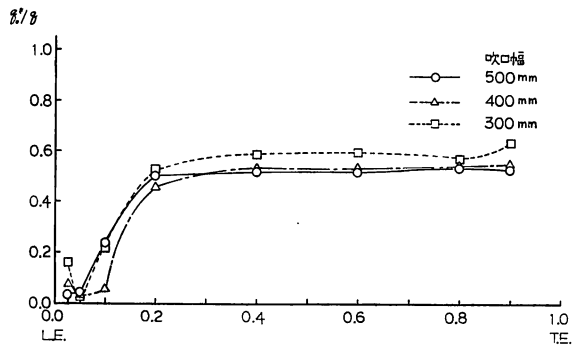


図9-2 Model No. 1, 下面の q_0^* (自由境界, $C_l=-0.2$)

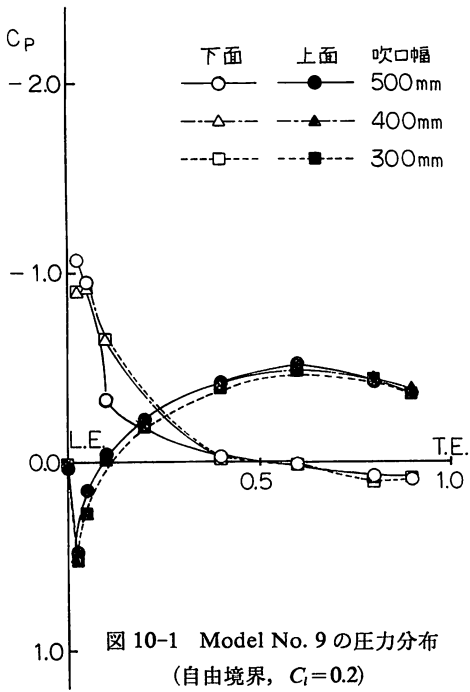


図 10-1 Model No. 9 の圧力分布
(自由境界, $C_l=0.2$)

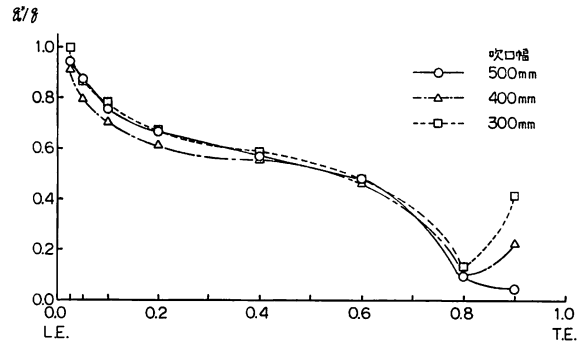


図 10-2 Model No. 9, 上面の q_0^*
(自由境界, $C_l=0.2$)

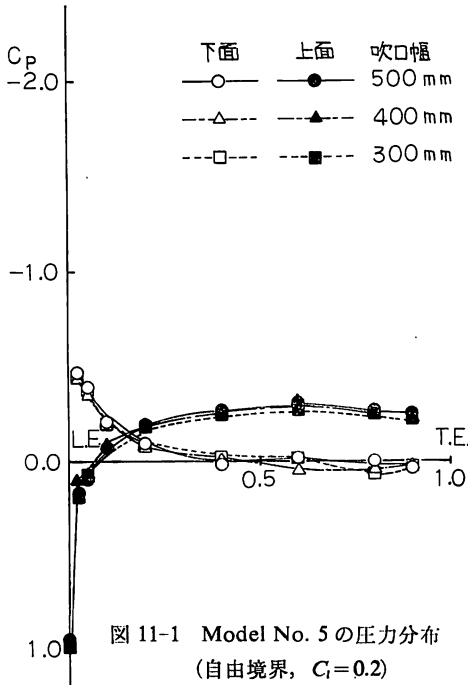


図 11-1 Model No. 5 の圧力分布
(自由境界, $C_l=0.2$)

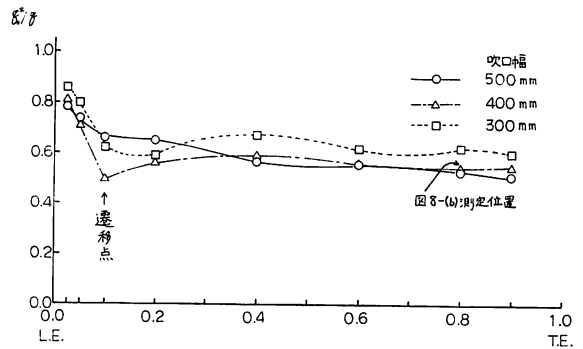


図 11-2 Model No. 5, 下面の q_0^*
(自由境界, $C_l=0.2$)

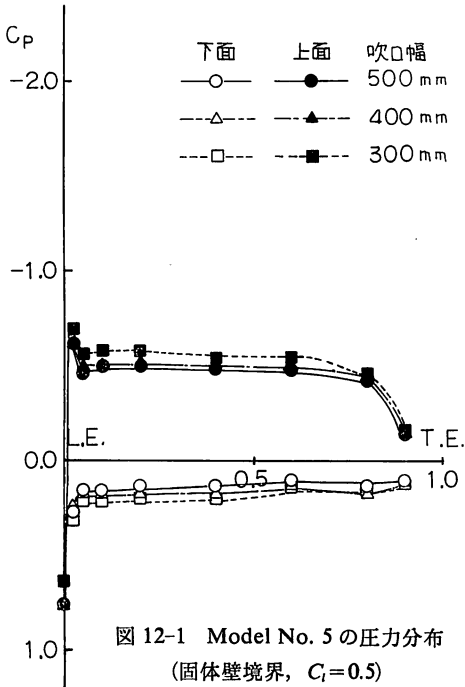


図12-1 Model No. 5 の圧力分布
(固体壁境界, $C_l = 0.5$)

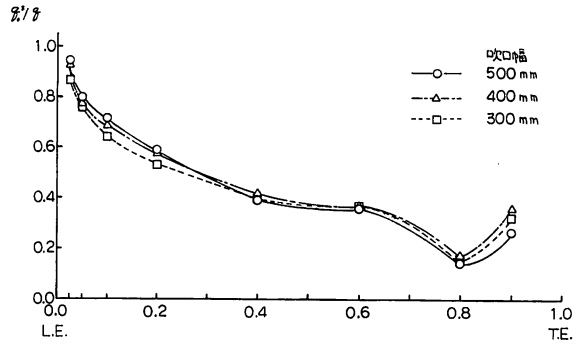


図12-2 Model No. 5, 上面の q_0^*
(固体壁境界, $C_l = 0.5$)

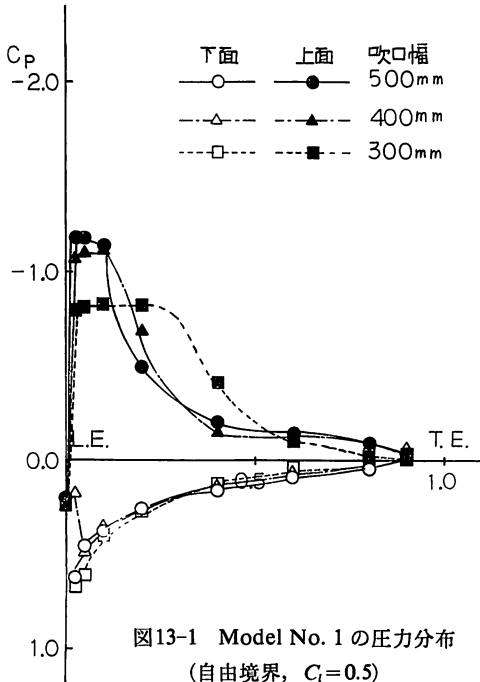


図13-1 Model No. 1 の圧力分布
(自由境界, $C_l = 0.5$)

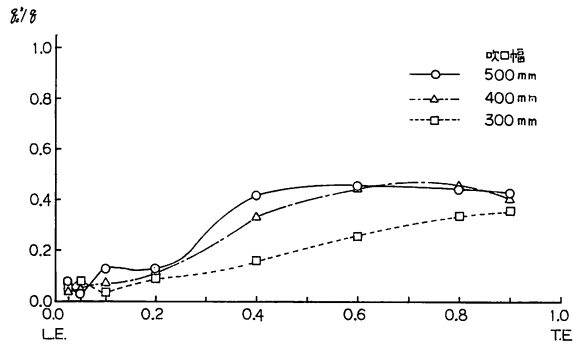


図13-2 Model No. 1, 上面の q_0^*
(自由境界, $C_l = 0.5$)

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_c^* &= \alpha^{*(0)} - \alpha_c^* = \frac{C_l^{(0)}}{2\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{K_c} \right\}, > 0 \\ \Delta\alpha_o^* &= \alpha^{*(0)} - \alpha_o^* = \frac{C_l^{(0)}}{2\pi} \left\{ 1 - \frac{1}{K_o} \right\}, < 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.2)$$

である。即ち、固体壁境界で得られた資料については、迎角が $\Delta\alpha^*$ だけ増加したことに、また自由境界では、減少したことにすると、 $h=0$ のものに対応させられる。この補正迎角 $\Delta\alpha^*$ は、揚力に比例して増加する。図7から明らかな様に、元来、有限幅風路内と無限幅の場合の違いを、等揚力条件だけで調整できるものではない。図7は $C_l=0.59$ の場合であるが、 C_l が増せば、 $\Delta\alpha^*$ が大きくなるので、 $\gamma/\gamma^{(0)}$ が1からはずれる量は更に増加する。したがって、前縁附近の圧力分布に著しい違いが現われ、境界層の速度分布も変ってくる。以上は、論理的推測であるが、このことは、実験結果によく現われている。

図10-1、10-2は Model No. 9 の $C_l=0.2$ の場合であるが、 C_p 、 q_o^*/q の分布形共に、 h を変えても、ほとんど変りがない。図11-1、11-2は Model No. 5、 $C_l=0.2$ の場合である。図11-2では、前縁より10%付近に遷移があるところも、3つの場合で、ほぼ類似の形となっている。以上は自由境界の場合であるが、固体壁のときも同様で、図12-1、12-2はその一例である。図13-1、13-2は Model No. 1、 $C_l=0.5$ の場合で、 C_p 、 q_o^*/q 共に、 h の変化につれて、かなり異なった値となる。 C_l が大きいところで、等揚力による補正のきかないことを示す例である。

4 考察と結論

4.1 考察

i 揚力

自由境界の流場では、有効迎角が減少するため、境界影響が顕著に現われ、しかも失速迎角がかなり大きくなるので、理論と対照できる範囲が広く、比較には、好都合であった。それに比べると、固体壁境界では、境界影響の現われ方が少ない。しかも境界幅がせまくなるに従って、自由境界のときとは逆に、揚力傾斜が増加し、部分はく離が、正および負の小さい迎角から始まるので、理論との比較をむづかしくしている。例えば、図14-1、14-2は、Model No. 9 の $C_l=0.2$ における、自由境界と固体壁境界の場合での、翼下面の q_o^*/q を比較したものであるが、後者の方が、部分はく離領域の広がることを示している。この様に、固体壁境界では、粘性影響が多彩な現われ方をするらしいので、自由境界の場合に行った様な、揚力傾斜、零揚力角による、理論と実験の単純な比較だけでは、現象の構造がつかみにくい。よって、本文では、 $C_l \sim \alpha$ 曲線そのもので、理論と実験の比較を行った。それが図6-1~6-3である。理論は、線型理論の枠内で、厳正なものであるから、小迎角の範囲における、実験との食い違いの要因は、粘性影響によるものと考えてよい。この、小迎角における粘性影響は、全般的には、自由境界の場合と、かなり似ている。

しかし、迎角が大きくなり、失速がはじまる付近で、著しい境界影響を受けて、失速特性、特に最大揚力迎角が大幅に変る点は、固体壁境界の一つの特徴である。失速状態における死水領域が、風洞境界に押えられる

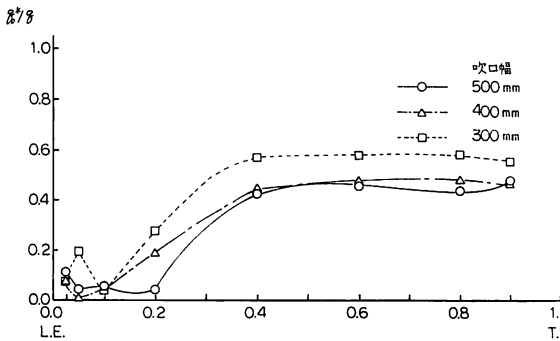


図14-1 Model No. 9, 下面の q_o^*
(自由境界, $C_l=0.2$)

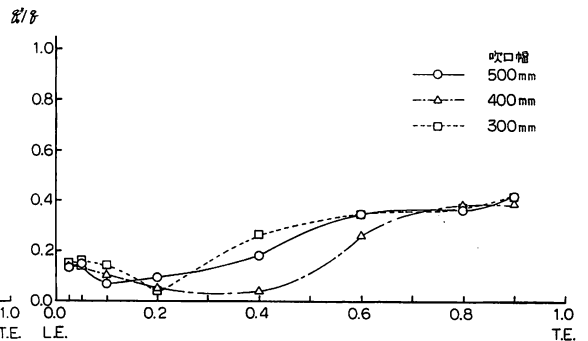


図14-2 Model No. 9, 下面の q_o^*
(固体壁境界, $C_l=0.2$)

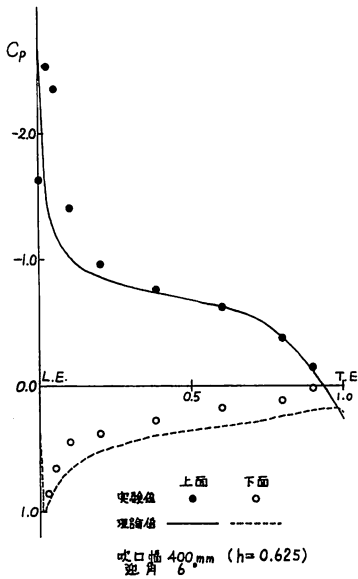


図15 翼表面圧力分布の実験と理論の比較
(THICKNESS RATIO 0.07
CAMBER RATIO 0.03)

のがその原因で、それは、図5-1の、 h が大きい程、前縁附近上面の負圧が増加している処に、明瞭に現われている。自由境界の場合、前報では、翼が完全に失速に至るまでの実験が行われていないので、この辺の事状は明らかでない。

ii 圧力分布の理論と実験の比較

図15は C_p の実験値を、等しい揚力における理論値と比較したものである。これは図6-2中央の図、矢印のところに該当し、揚力は理論値より低く、失速のはじまった状態であるが、そのわりに、理論と実験はよく一致している。けれども、詳細に検討すると、次の様な推測が成り立つ。上面前縁近傍で、実験値の負圧、つまり揚力要素が大きく出ているのは、部分はく離によるものであり、それにもかかわらず、全揚力が低いのは、後縁はく離に起因している。「揚力の等しいところで、圧力分布の理論と実験は対応する」という Pinkerton⁵⁾ の提案は、後縁はく離に対して、有力な手段であるが、前縁に部分はく離が生じると、むしろ混乱をもたらし、現象を理解し難くする様に思う。下面における実験との不一致の要因は、「Pinkerton の提案」にあるだろう。単純な比較なら、下面における理論と実験は、よく一致するのが普通である。

iii 等揚力条件下における圧力分布と境界層流速

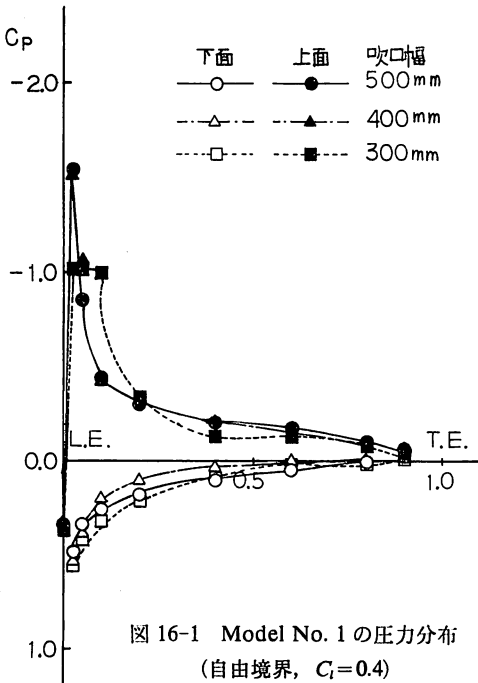


図16-1 Model No. 1の圧力分布
(自由境界, $C_l=0.4$)

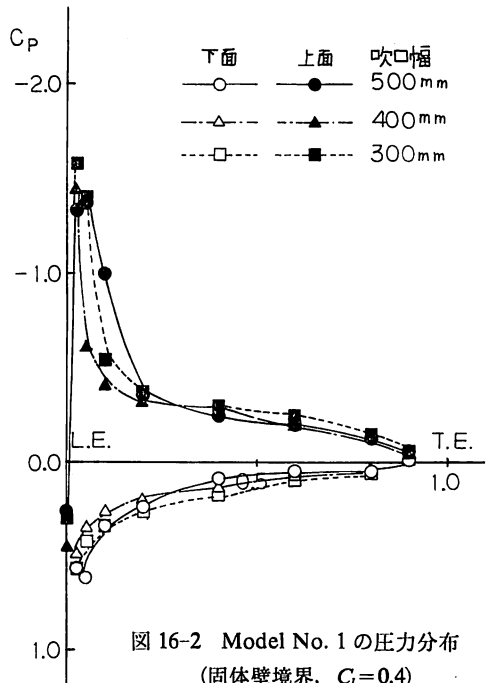


図16-2 Model No. 1の圧力分布
(固体壁境界, $C_l=0.4$)

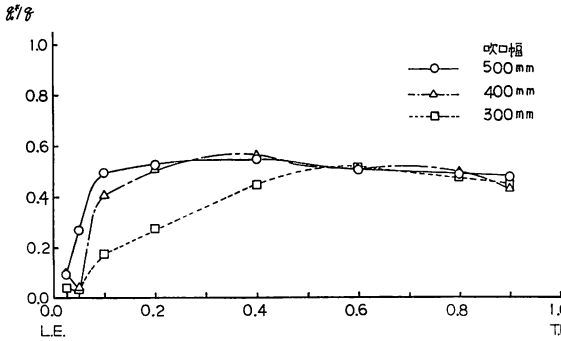


図 16-3 Model No. 1, 上面の q_0^*
(自由境界, $C_l=0.4$)

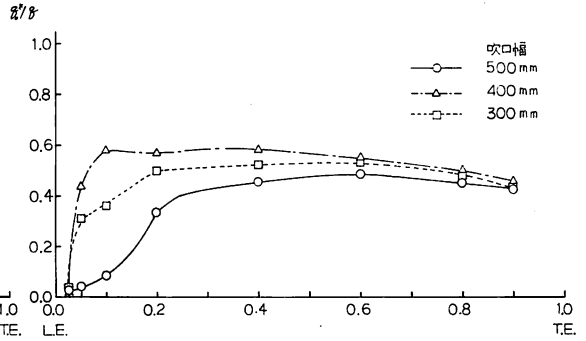


図 16-4 Model No. 1, 上面の q_0^*
(固体壁境界, $C_l=0.4$)

3.3節で、等揚力における圧力分布および境界層流速の比較を、数例示した。 C_l の小さいところで、よく合うことはほぼ認められたと思う。ここで、固体壁境界から、自由境界にわたっての、等揚力における、それらの比較例を示しておく。図16-1~16-4は Model No. 1 の $C_l=0.4$ の場合であるが、圧力分布、境界層流速、前縁のはく離状況まで、かなり近い分布形を示している。このときの最小迎角は $\alpha=2.7^\circ$ (固体壁境界, 吹口幅 300mm), 最大迎角は $\alpha=10.1^\circ$ (自由境界, 吹口幅 300mm) である。等揚力で、境界干渉補正を行うことの有効さがよくわかる例である。

4.2 結 論

以上を総合して、得られた結論は次の通りである。

- 1 揚力の小さいところで、理論と実験はよく一致する。
- 2 揚力の小さいところでは、等揚力の条件は、風洞境界干渉の補正として、有効である。そして、自由境界より、固体壁境界の方が、等揚力条件での誤差は少ない(図7参照)。
- 3 揚力の大きいところでは、等揚力の条件は、風洞境界干渉の補正に、あまり役立たない。
- 4 最大揚力、失速状況調査の場合は、境界干渉の少ない、大型の風洞を使用するのがよい。
- 5 (3.3.2) によると、固体壁境界で、 $h=0.2$ ならば、 $C_l=1.0$ のとき、 $\Delta\alpha_c^* \approx 0.2^\circ$ であるから、 $h < 0.2$ にすれば、境界干渉は、多くの場合、諸元計測の誤差範囲内にあるだろう。
- 6 自由境界の場合は、誘導抵抗が生じるので、翼型抵抗の絶対値計測の精度が落ちる可能性がある。

あ と が き

2回にわたる研究によって、現象の構造を、かなりの確にとらえることができたと思う。翼の風洞境界干渉という、3次元翼の自由渦に関するものだけに關心が向けられがちで、翼型特性への影響は、無視されるか、あるいは忘れたまま、放置されることが多い。その様な現況に対し、本研究は、一石を投じたことになるだろう。

前報と本報は、9人の学生諸君が、卒業研究として行ったものの成果報告である。けれども、この研究の動機が、野村俊秀、畠山千尋両君の卒業研究^{6), 7)}にあった事を付記しておきたい。おわりに、高価な翼模型の貸与に尽力された、船舶技術研究所運動性能部長菅井和夫博士、原口富博技官に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 花岡達郎, 松下兼次, 荒木基暁, 木原治彦, 福原稔; 鹿児島大学工学部研究報告, 第23号, 昭和56年
- 2) Lagally, M.; ZAMM, Bd. 2, Heft 6, 1922
- 3) Grammel, R.; "Die hydrodynamischen Grundlagen des Fluges", s. 21, Braunschweig, 1917
- 4) Rosenhead, L.; Proc. Roy. Soc., London, 132, 1931
- 5) Pinkerton, R. M.; NACA, T. R. No. 563, 1936
- 6) 野村俊秀, 畠山千尋; 鹿児島大学工学部, 機械工学科, 昭和54年度卒論
- 7) 花岡達郎, 松下兼次; 鹿児島大学工学部研究報告, 第22号, 昭和55年