

電子計算機による加工硬化率—変形抵抗式の解析法

福井 泰好・中西 賢二・岡村 俊一
(受理 昭和55年5月31日)

COMPUTER APPLICATION TO THE ANALYSIS OF THE EQUATION OF WORK-HARDENING COEFFICIENT.

Yasuyoshi Fukui, Kenji Nakanishi, and Shunichi Okamura

The method for predicting the flow curves or the effective stress - effective strain relations, in which the equation of work-hardening coefficient is used, was proposed previously. The method has been applied to analysis some plastic forming processes of metals and alloys, such as hot extrusion and hot rolling. The method has been confirmed to be very useful for evaluating the deformation resistance of materials under the realistic deformation conditions, varying strain-rate and temperature in the deformation process, encountered in the practical forming processes.

The equation of work-hardening coefficient involves two experimental constants (rate sensitivity γ_0 and stress sensitivity q) which should be determined analytically from the experimental uniaxial stress-strain curves. The procedure for determining the above constants is strenuous. So it has been desired to have a computer program for the procedure.

One of the computer routine is developed and proposed here. The input data required are the stress-strain curves observed by some isothermal testings performed at some strain rates under basic temperature (room temperature) and some warm and hot working temperatures. Then, the constants are determined as functions of temperature.

The whole program is verified by comparing the flow curves calculated, in which the computer determinants, γ_0 and q , are used, with the experimental ones.

1. 緒 論

塑性加工過程の解析(応力解析)および加工の動力計算を行うには、材料の応力—ひずみ関係(塑性流動曲線あるいは相当応力—相当ひずみ関係)を知る必要がある。一般に、冷間加工温度域において応力—ひずみ関係は、変形中の変形条件(温度とひずみ速度)を一定に取り扱った指数関数表示で表わすことができる。しかしながら、熱間加工温度域では、変形抵抗の変形条件依存性が大きいので指数関数表示で表わすことはできず、加工中の温度やひずみ速度変化の影響を考慮できる応力—ひずみ関係式でなければならない。この条件を満足する一方法として任意の塑性加工条件に対応した応力—ひずみ関係を数値計算により求める加工硬化率—変形抵抗式が提案されていて¹⁾、熱間変形抵抗の計算法として注目されている。

加工硬化率—変形抵抗式は、金属材料の変形過程が

熱的に活性化される過程と考えられることから、変形を速度論的に取り扱うことにより導かれたものであり、これまでいくつかの fcc 金属について検証が行なわれている¹⁾。また、実際の塑性加工過程の解析と動力計算への応用例として、この式を用いた熱間押し出し、熱間圧延の解析結果が報告されていて、解析結果は高い精度と信頼性を有することが確かめられている^{2)~4)}。ところで、この加工硬化率—変形抵抗式は、2つの実験定数即ち、速度係数 γ_0 と応力依存係数 q を含んでいて、この定数決定の手順が多くの手数を含むため、電子計算機を導入した定数決定の計算方法の開発が望まれる。

本報告では、加工硬化率—変形抵抗式に含まれる2つの実験定数を電子計算機により決定するための計算方法を提示した。ここで示す計算手順を用いると、単に基準温度(室温)と所定温度での材料の応力—ひずみ速度—ひずみ関係を入力データとして与えると出力データとして γ_0 と q を知ることができる。これにより塑性加工過程の応力解析や動力計算に、加工硬化率—

変形抵抗式を容易に利用できるものとする。

2. 加工硬化率—変形抵抗式¹⁾

加工硬化率—変形抵抗式を式 (1) に示す。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} - \frac{\gamma_0}{\varepsilon} (\sigma_m - \sigma) \exp(q\sigma^2) \quad \dots\dots(1)$$

ここで、右辺第 1 項は基準として熱的な動的回復が 0 と考えた場合の基準加工硬化率で、基準温度は熱的回復の起る温度域内に定める式の適用下限温度であり、一般に室温とする。第 2 項は第 1 項に対する相対的な動的回復を意味する項である。式 (1) を用いて加工履歴を考慮しながら数値計算により塑性流動曲線を算定する場合の条件は、次の 2 つである。

1) $\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon}$ の項は、基準温度と計算の対象に考えたひずみ速度 ($\dot{\varepsilon}$) での実験で得た塑性流動曲線 Y_1 (応力 σ_{m0} とひずみ ε の関係) から式 (2) で与える。

$$\frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma_{m0}}{d\varepsilon} \quad \dots\dots(2)$$

2) ひずみ硬化とこれと同時に起こる動的回復による加工履歴を考慮するために、応力差 ($\sigma_m - \sigma$) の項は小さなひずみ $\Delta\varepsilon$ (ここでは $\Delta\varepsilon = 0.02$ とする) ごとに補正し、一般にひずみ $\varepsilon_I \leq \varepsilon \leq \varepsilon_I + \Delta\varepsilon$ において式 (3) で与える。

$$(\sigma_m - \sigma)_\varepsilon = (\sigma_{m0})_\varepsilon - (\sigma_{m0})_{\varepsilon_I} + \sigma_{\varepsilon_I} - \sigma_\varepsilon \quad \dots\dots(3)$$

ここで、接尾辞 ε_I と ε は、それぞれ計算過程 ε_I と ε における値を表わす。

3. 計算の流れ図

半実験的に 2 つの実験定数を決定するため式 (1) の $\gamma_0 \exp(q\sigma^2)$ の項を

$$\gamma = \gamma_0 \exp(q\sigma^2) \quad \dots\dots(4)$$

とおきかえると、式 (1) は簡略化され式 (5) となる¹⁾。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma_m}{d\varepsilon} - \frac{\gamma}{\varepsilon} (\sigma_m - \sigma) \quad \dots\dots(5)$$

実験によりある変形温度での $\dot{\varepsilon}$ — ε 関係、 σ — ε 関係および $\dot{\varepsilon}$ — ε 関係に対応する σ_{m0} — ε 関係を求め、式 (5) を基礎にして γ 値を変えた応力ひずみ曲線の数値計算を行い各ひずみ量での $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ の計算値と γ の関係と、そのひずみにおける $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ の実験値 (以後実験値は $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon})_{ex}$ とする。また応力の実験値は σ_{ex} とする。) との比較からそこで γ 値を求め、その個々のひずみ値に、対応する応力値 σ_{ex} と γ の関係を式 (4) で整理し、2 つの

実験定数 γ_0 と q を決定した。この方法の手順を図 1 の流れ図に示し、主要なブロックの説明を以下に記す。

3.1 加工硬化率—変形抵抗式について

基準温度では応力のひずみ速度依存性が小さいことから、いくつかのひずみ速度変化 ($\dot{\varepsilon}$ — ε 関係) での応力 σ_{m0} とひずみ ε 曲線の実験値を式 (6) で整理した。(最小二乗法の適用による。)

$$\sigma_{m0} = f_c(\dot{\varepsilon}) \cdot \bar{\varepsilon}^{f_m(\dot{\varepsilon})} \quad \dots\dots(6)$$

ここで、 $f_c(\dot{\varepsilon})$ 、 $f_m(\dot{\varepsilon})$ はいずれもひずみの関数で示す定数、 $\bar{\varepsilon}$ は平均ひずみ速度で、 $\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \dot{\varepsilon} d\varepsilon$ (但し、 ε_f はひずみ実測値の最大値) である。計算の対象とする特定のひずみ速度変化での σ_{m0} — ε 関係は、はじめに式 (6) により σ_{m0} と ε の関係を求め、この関係を最小二乗法を適用して式 (7) で記述した

$$\sigma_{m0} = c\varepsilon^m \quad (7)$$

ここで、 c と m は定数である。したがって、ここで提示する計算方法では、係数 γ (即ち γ_0 と q) 決定の計算に、式 (3)、(5) と (7) から導いた式 (8) を用いた。

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = c \cdot m \cdot \varepsilon^{m-1} - \frac{\gamma}{\varepsilon} (c\varepsilon^m - c\varepsilon_I^m + \sigma_{\varepsilon_I} - \sigma_\varepsilon) \quad \dots\dots(8)$$

但し、 $\varepsilon_I \leq \varepsilon \leq \varepsilon_I + \Delta\varepsilon$ である。 γ のいくつかの固有値について式 (8) により $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ の値を $\varepsilon = 0$ から $\Delta\varepsilon$ ごと N 回上限値 ε_{max} まで算定し、 $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ — ε 関係を求めた (図 1 のブロック [1].)

3.2 γ の設定について

γ の設定値は、最初 γ の増加率を γ_0 とし、式 (9) で与えた。(図 1 のブロック [2].)

$$\gamma = \gamma_0^{(L-1)} \quad (L=1, 2, 3, \dots \text{の整数値}) \quad \dots\dots(9)$$

繰返し計算の終了の条件は $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ の最小値が $(\frac{d\sigma}{d\varepsilon})_{min}$ (= 実測値の最小値—10) より小さくなることとした。(図 1 のブロック [3].) この条件を満足すると $L=L-1$ 、 $LX=L-2$ 、 $\gamma_{\varepsilon_I} = \gamma_0^{LX}$ とし (図 1 のブロック [4]), 次回の繰返し計算では γ を式 (10) で与えた。(図 1 のブロック [5].)

$$\gamma = \gamma_{\varepsilon_I} (L-LX) \quad (L=LX+1, LX+2, \dots 16 \text{の整数値}) \quad \dots\dots(10)$$

繰返し計算終了の条件は上述の場合と同様であり、この結果、式 (9) (10) で与えられるいくつかの γ の固有値に対応した $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ — ε 関係を得ることができる。

3.3 定数 γ_0 と q の決定について

今検討に用いているある変形温度とひずみ速度での

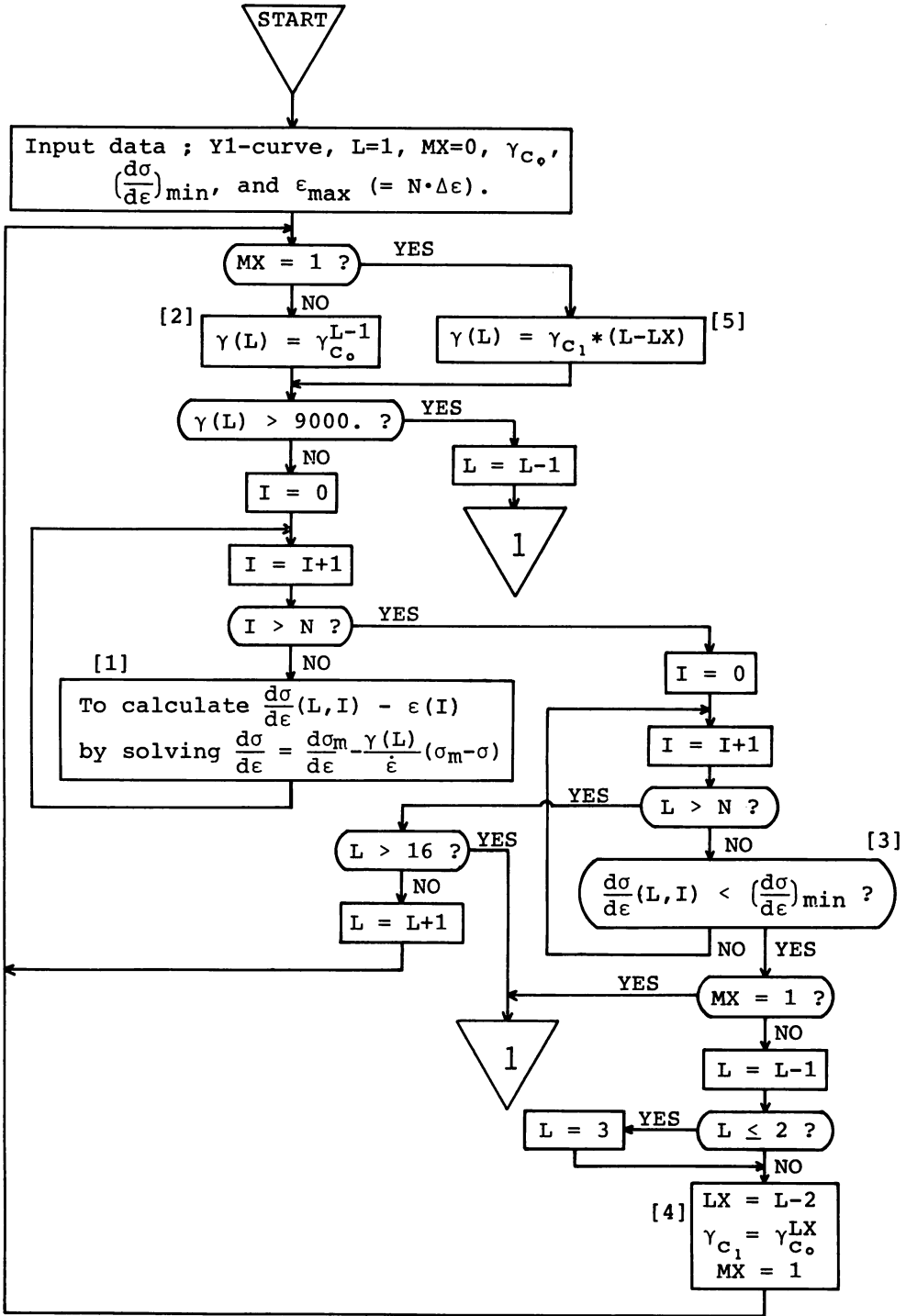


図1 加工硬化率変形抵抗式に含まれる2つの定数決定のための流れ図。図中、 M_x, L, N は、計算コントロールパラメーターである。

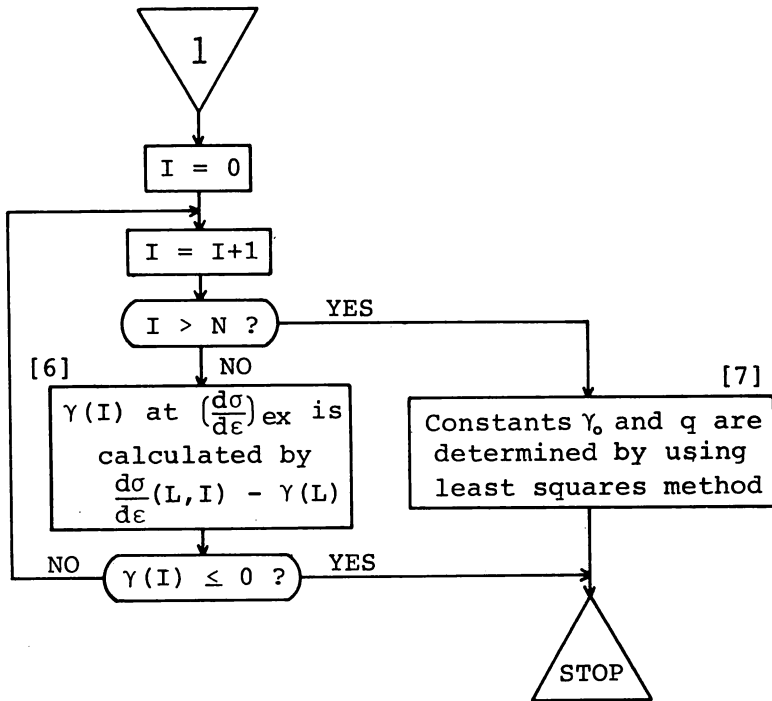


図1 続 き

応力-ひずみ関係の実験値に対応した式(8)~(10)による繰返し計算により求めた $r(L) - \frac{d\sigma}{d\epsilon}(L, I) - \epsilon(I)$ のデータ群から、任意の $\epsilon(I)$ における $\frac{d\sigma}{d\epsilon} - r$ を選定し、差分法等を適用して $(\frac{d\sigma}{d\epsilon})_{ex}$ に対応する r 値 ($r(I)$) を求めた。(図1のブロック[6].) また、実験値から $\epsilon(I)$ における σ_{ex} が得られているので、これから $r(I) - \sigma_{ex}^2(I)$ のデータ群を求め、式(4)の関係に着目して r_0 と q を最小二乗法を用いて決定した。(図1のブロック[7].)

以上の手順で得た r_0 と q 値の検証のため、この r_0 と q 値を式(1)に代入して各ひずみ値での応力を求め、この計算値と対応する実験値との比較を行い、誤差10%以内なら妥当な r_0 と q 値が求まったものとした。

4. 結果および考察

4.1 定数 r_0 と q の算出

計算結果の一例としてリン脱酸銅600°Cにおけるものを表1に示す。計算は、 $\Delta\epsilon=0.02$, $r_0=3$, $\epsilon_{max}=0.72$ で行った。なお、計算法の検討に引用した実験値および実験方法の詳細は参考文献[5]に示してある。表1において、上欄左側から計算点の数、ひずみ、温

度 TI (ここでは600°C)におけるひずみ速度 (S^{-1})、基準となる $Y1$ 曲線の応力値 (kg/mm^2)、温度 TI での加工硬化率、温度 TI での応力の実験値 (kg/mm^2)、求めた r_0 と q 値をもとに計算した応力値 (kg/mm^2)、応力の実験値と計算値の誤差(%), および r と σ_{ex}^2 が示してある。下欄は、 r 一定値におけるひずみと加工硬化率の関係が示してある。この表において、応力の実験値と測定値の誤差は±10%以内であり、本方法による計算結果は妥当なものとする。

このようにして求めた500, 600, 700および800°Cにおける r と σ^2 の片対数関係を図2に示す。式(4)の関係から片対数グラフ上で r_0 は r 軸の切片として、また q は直線の傾きで与えられる。図2に示されるプロット点は本報告のプロプログラムによる計算値であり、これに最適な直線を最小二乗法で求めたのが図中の点線である。実線は詳細な手作業(以後単に手作業とする)により求めたものである⁴⁾。この図から両者の間のプロット点の存在する範囲における両直線の通る位置の相違は無視できるが、結果としての r_0 と q 値は無視できない違いを生じている。この原因として、計算点の範囲 (σ^2 の変化) が小さいことが考えられる。一般に金属材料は高温となる程度変形抵抗のひずみ速

表1. r_0 と q 計算のための本プログラムによる電子計算機出力の一例

	STRAIN	STRAIN RATE AT TI	STRESS Y1	W-H-R AT TI	STRESS AT TI	STRESS BY P-Y-G	FROM (%)	GAMMA	STRESS ** STRESS
1	0.0	3.434	8.21		2.70	2.70	0.0		
2	0.06	2.973	16.56	93.84	10.81	9.78	-9.5	*	61.46
3	0.12	3.197	22.50	37.70	14.34	14.03	-2.2	*	132.98
4	0.18	2.640	26.48	15.28	15.60	15.66	0.4	*	158.92
5	0.24	2.096	29.45	6.17	16.20	16.29	0.6	*	153.68
6	0.30	1.524	31.57	-7.12	16.28	16.19	-0.6	*	151.56
7	0.36	1.022	33.20	-10.90	15.52	15.39	-0.8	*	123.63
8	0.42	0.912	34.36	-12.17	14.92	14.46	-3.0	*	112.91
9	0.48	0.828	35.23	-11.24	14.12	13.78	-2.4	*	101.21
10	0.54	0.721	35.93	-9.30	13.54	13.13	-3.1		
11	0.60	0.709	36.39	-9.00	13.00	12.58	-3.2		
12	0.66	0.700	36.76	-9.00	12.46	12.19	-2.1		
13	0.72	0.640	37.14		11.92	11.84	-0.6		

GAMMA = STRAIN	GAMMA AND WORK-HARDENING-RATE										
	1.	3.	9.	27.	54.	81.	108.	135.	162.	189.	
0.06	118.41	117.62	115.23	108.00	96.94	85.63	74.05	62.21	50.10	37.71	
0.12	71.40	70.92	69.46	65.05	58.32	51.43	44.37	37.16	29.77	22.22	
0.18	45.37	45.02	43.95	40.73	35.79	30.71	25.50	20.15	14.65	9.00	
0.24	37.04	36.68	35.56	32.19	26.98	21.60	16.04	10.27	4.31	-1.85	
0.30	31.68	31.23	29.87	25.73	19.23	12.41	5.24	-2.30	-10.24	-18.58	
0.36	27.88	27.33	25.69	20.62	12.56	3.94	-5.27	-15.14	-25.69	-36.98	
0.42	25.04	24.47	22.75	17.42	8.89	-0.33	-10.28	-21.03	-32.64	-45.17	
0.48	22.82	22.25	20.49	15.01	6.17	-3.46	-13.96	-25.42	-37.90	-51.50	
0.54	21.03	20.44	18.64	13.03	3.90	-6.15	-17.20	-29.35	-42.72	-57.39	
0.60	19.56	19.00	17.27	11.87	3.07	-6.65	-17.35	-29.17	-42.19	-56.53	
0.66	18.32	17.78	16.12	10.91	2.42	-6.98	-17.37	-28.37	-41.57	-55.60	

度依存性が大きくなるので、本報告のようにひずみ速度変化の小さいデータでなく、より広範囲なひずみ速度下での実験結果（例えば 800°C の実験では $r=100$ 以下および1000以上での σ^2 値を得ることのできるひずみ速度での実験結果）を用いて解析することによること

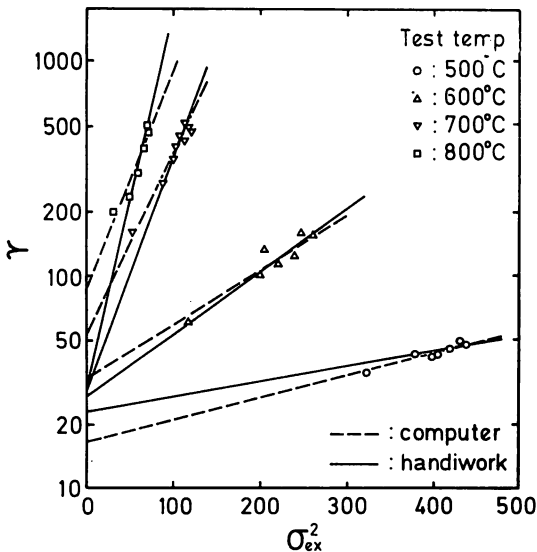


図2 無酸素銅における、 r と σ_{ex}^2 の片対数関係

によりここで表わされた計算機による値と手作業による値の間の相違をなくすることができるものとする。

4.2. r_0 と q の温度関数表示法

加工硬化率—変形抵抗式、即ち式(1)による熱間塑性加工の動力解析は、はじめに加工中の相当ひずみ速度の変化と加工温度の変化に対応した r_0 と q 値を用いてその相当応力の変化を計算し、つぎにこの相当応力の変化をもとにその分布を求め行なうことができる。これまでの解析では、 r_0 と q 値は各温度での計算値の間を温度の2次式で表わされている¹³⁻¹⁴。この方法は温度一定の加工において、その取扱いにあまり不便さは認められないが、温度変動の著しい加工に用いる場合には取扱いが複雑であり、その近似式が必要と思われる。

一般に温度上昇に伴い r_0 は飽和し q は発散することが明らかにされているので¹³。ここでは、 r_0 については最小二乗法を用いて、

$$r_0 = \exp\{A_{r_0} + B_{r_0}(1.0 - T/T_M)^2\} \quad \dots\dots(11)$$

で近似する。 q は式(4)より

$$q = \ln(r/r_0) / \sigma^2 \quad \dots\dots(12)$$

となる。ここで r の値は式(4)の関係から r_0 と q 値が判明しているとき σ を定めれば個有値として得ること

ができる。ところで、今図2から判るように、 σ はある特定範囲の値となるので、 σ の測定値の平均値(σ_{mean})を用いて最小二乗法により

$$\gamma = \exp(A_\gamma + B_\gamma \sigma^2) \quad \dots\dots (13)$$

と近似できる。また σ は逆に γ が定まれば式(4)と(13)の関係から求まり、一般に一定ひずみ速度ではアレニウス型の式で表示できるのでこれも最小二乗法を用いて、

$$\sigma^2 = \exp(A_\sigma + B_\sigma/T) \quad \dots\dots (14)$$

と近似する。但し式(11)~(14)において、 A_{γ_0} , B_{γ_0} , A_γ , B_γ , A_σ , B_σ は定数、 T は試験温度(K)および T_M は材料の融点(K)である。その結果、式(12)は、式(11), (13), (14)より、

$$\begin{aligned} q &= A_\gamma + (B_\gamma - \ln \gamma_0) / \exp(A_\sigma + B_\sigma/T) \\ &= A_\gamma + \{B_\gamma - A_{\gamma_0} - B_{\gamma_0}(1.0 - T/T_M)^2\} / \exp(A_\sigma + B_\sigma/T) \quad \dots\dots (15) \end{aligned}$$

と表わすことができる。

図2から求められる γ_0 と q 値の計算機による値と手作業による値の間の相違をなくすため、本報告ではまず γ_0 と温度の関係を以下の方法を用いて修正した。計算初期値として γ_0 , q , σ_{mean} , T および T_M が与えられ、そのうちの γ_0-T 関係を式(11)で整理し、これによる計算値を $\gamma_{01}-T$ 関係とする。次に各温度について初期値の q , 初期値として与えられている全温度での $\ln \gamma_0$ の平均値に対応する q , および初期値の $\ln \gamma_0$ の最小値に対応する q をそれぞれ q_1 , q_2 , q_3 として式(4)を用いて求め、それらの単純平均値を q_4 とし、この q_4 に対応する γ_0 (γ_{02} とする)もまた式(4)から求める。この $\gamma_{02}-T$ 関係が T の増加に伴ない増加するときには各温度についてそこで得られている q_1 , q_2 , q_3 うちの最小値その温度での q (q_5 とする)、また増加しないときには最大値を q_5 とし、この q_5 に対応する γ_0 (γ_{03} とする)を同様に求める。この計算により求めた γ_{01} と γ_{03} から、

$$\ln \gamma_{04} = \frac{1}{2} (\ln \gamma_{01} + \ln \gamma_{03}) \quad \dots\dots (16)$$

として γ_{04} を求め、この $\gamma_{04}-T$ 関係を式(11)で整理し、最終的な γ_0-T 関係とする。この関係が求まると式(13)~(15)より、 $q-T$ 関係を得ることができる。

上述の方法において、式(11)による γ_0 の関数表示に関する金属学的な裏付けはないが、ここでは、 γ_0 が飽和曲線になることに着目して種々の飽和曲線の中から、この場合(リン脱酸銅, 70-30黄銅, 65-35黄銅について)最適なものとして選択したものである。また

$\gamma_{01} \sim \gamma_{04}$, $q_1 \sim q_5$ を求めて γ_0 の近似値を求める方法についても同様である。尚、 γ_0 の詳細な値は、前述したように広範囲なひずみ速度での実験を行なうことにより得ることができ、また、その物理的な性質がより詳しく調べられると、それに対応して適切な関数表示ができるものと思われる。同時に q についても式(15)の型でなく、より適切な関係表示ができるものと思われる。

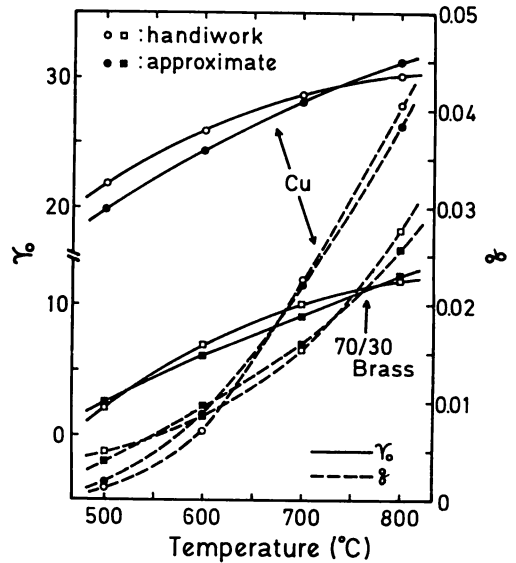


図3 γ_0 および q と温度の関係

図3に、リン脱酸銅と70-30黄銅について上述の方法および手作業による γ_0-T と $q-T$ 関係を示す。図において、式(11)と(15)による γ_0 と q の関数表示による値(approximate)と手作業で得た値(handiwork)

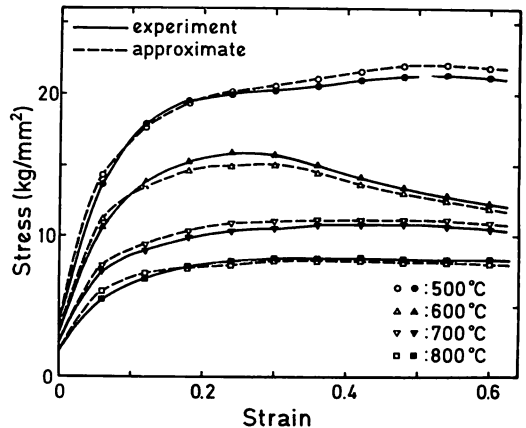


図4 無酸素銅における、応力ひずみ曲線の実験値と計算値の比較

とは極めてよく一致している。また図4は、式(11)と(15)を用いて求めた r_0 と q 値を用いて計算したリン脱酸銅 500, 600, 700 および 800°C の応力ひずみ曲線を実験値と比較したものである。ここで、600°C の応力ひずみ曲線はひずみ0.24付近で極大となりその後徐々に減少しているが、これは他の3つの場合と異なり、ひずみ速度が、ひずみの増加につれ著しく減少したためである。この図で、計算値と実験値の間の誤差は10%以内であり、この場合も実験値と計算値とはよく一致している。以上のことより式(11)~(16)による r_0 と q 値の温度関数表示は妥当なものとする。

5. 結 論

熱間塑性加工において、その加工過程における応力—ひずみの関係（相当応力—相当ひずみ関係）を知ることは極めて困難である。これを知るための手法として加工硬化率—変形抵抗式が提案されている。この式は2つの実験定数即ち速度係数 r_0 と応力依存係数 q を含み、この定数決定法が極めて繁雑であるため、電子計算機による簡便な解法の開発が望まれている。

本報告はその一手法を示したものであり、この方法により単に基準温度と所定温度での材料のいくつかの応力—ひずみ速度—ひずみ関係を入力データとして与えるだけで、加工硬化率—変形抵抗式が含む2つの実験定数 r_0 と q を温度の関数として知ることができる。

本手法で得た r_0 と q 値の温度関数による計算値はいわゆる手作業による値と、また応力の計算値は実験値と一致することを確かめた。このことは、熱間塑性加工の相当ひずみ速度分布が明らかとなれば対応する相当応力分布を加工硬化率—変形抵抗式で簡単に求めることができることを示しており、その加工過程の定量的な評価を行ううえで極めて有用であるとする。

参 考 文 献

- 1) 岡村俊一, 中西賢二: 塑性と加工, 14巻148号, (1973), p. 352
- 2) 岡村俊一, 中村正久, 中西賢二: 塑性と加工, 16巻175号(1975), p. 636
- 3) 中西賢二, 中村正久, 岡村俊一: 塑性と加工, 18巻203号(1977), p. 990
- 4) 中西賢二, 福井泰好, 岡村俊一, 中村正久: 第30回塑性加工合講演会講演論文集 (1979.11) p. 21
- 5) 鮫島貞昭: 昭和53年度修士論文 (鹿児島大学)