

横衝撃荷重を受ける長いはりの弾性挙動 (第1報)

田 中 豊・有 富 正 男

(受理 昭和51年5月31日)

THE ELASTIC BEHAVIOR OF LONG BEAMS UNDER IMPACT LOADING (Report 1)

Yutaka TANAKA and Masao ARITOMI

The paper presents the results of a theoretical and experimental investigation on the elastic behavior of a long beam which is subjected to a transverse impact force by a falling elastic rod. In the theoretical analysis, the beam is assumed to be infinite length, and rotary inertia and shear deformation are neglected. The response of the beam having a constant transverse velocity at the impact point, has been found, and the incremental methods have been applied to calculate the stress at the various station of the beam by using time history curve for deflection velocity derived from Kodaka-Nakahara's theory. Comparing the magnitude of outer fibers strain, satisfactory agreements between experimental and theoretical results have been obtained, except for the discrepancy of the phase in the vicinity of wave fronts.

Influence of the rotary inertia and shear deformation have been seemed to be very small in such a low speed impact test.

1. ま え が き

はりの弾性衝撃に関する理論的研究は、従来から多く行われてきているが、その多くは計算労力のために解析に際して衝撃荷重の形を仮定したものが多く、しかるにはりの応力は、衝撃荷重の time history の形の影響を強く受けることが考えられる。一般に実験においては、解析に際して任意に仮定された衝撃荷重を再現させることはきわめて困難であるので、仮定された衝撃荷重に基づいて計算された応力(またはひずみ)と実験結果との比較は、定性的な比較に終ることが多い。

小高・中原¹⁾はこのような点に着目して、無限長はりの中央点に棒による横衝撃荷重を加えた場合を取り扱い、衝撃棒を弾性体と考え、棒における応力波の1次元伝ばり理論とはりの横振動方程式とを、棒とはりとの接触条件を介して結合し、はりの応力を求める方法を示した。この方法は、はりの衝撃荷重を仮定することなく直接実験と比較しうる点で優れた方法であるが、その数値計算は縦寸法の大きなはりには有利である反面、細いはりの場合にはかなりの困難を伴う性質

のものである。

本報告では、細いはりの応力(またはひずみ)をも計算するために、小高・中原の理論より衝撃点のたわみ速度-時間曲線を求め、次に中央点のたわみ速度が衝撃後一定である無限長はりの応力(またはひずみ)についての応答を導く。さらにこれをインディシャル・アドミッタンスとして、前記の曲線に基づき畳み込みの原理を用いてはりの応力(またはひずみ)を求めるといふ計算方法を採用し、計算結果と実験結果を比較しこの計算法の妥当性に検討を加えたものである。

2. 理 論 解 析

2.1 基 礎 式

図1は、はりのたわみ線を示したものである。座標軸は図に示すようにとり、せん断力および曲げモーメントは矢印方向を正と約束する。

ところで、はり断面の回転慣性とせん断変形を無視した一様断面はりに対する横振動方程式は次式で与えられる。

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\gamma A}{g} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

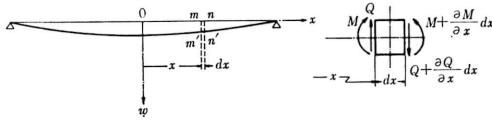


図1 はりのたわみ線

ただし E : 縦弾性係数 A : 断面積
 I : 断面二次モーメント γ : 比重量
 g : 重力加速度 t : 時間

ここで, r を回転半径, C_0 をはりの縦波の伝ば速度とし,

$$\bar{w} = w/r, \xi = x/r, \tau = C_0 t/r \quad (2)$$

とおいて式(1)を無次元化すれば

$$\frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \xi^4} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \tau^2} = 0 \quad (3)$$

を得る。さらに \bar{w} の τ に関するラプラス変換を

$$\tilde{w} = \int_0^\infty \bar{w} e^{-p\tau} d\tau \quad (4)$$

で表わし, 初期条件 $(\tilde{w})_{\tau=0} = 0, (\partial \tilde{w} / \partial \tau)_{\tau=0} = 0$ のもとで式(3)のラプラス変換を行うと運動方程式は次のように変形できる。

$$\frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \xi^4} + p^2 \tilde{w} = 0 \quad (5)$$

この式の一般解は

$$\tilde{w}_{(\xi, p)} = C_1 e^{-\lambda_1 \xi} + C_2 e^{-\lambda_2 \xi} + C_3 e^{\lambda_1 \xi} + C_4 e^{\lambda_2 \xi} \quad (6)$$

ただし $\lambda_1 = \sqrt{i} \sqrt{p}, \lambda_2 = \sqrt{-i} \sqrt{p}$

となり, はりの境界条件を用いて C_1, C_2, C_3, C_4 を決定すれば, はりのたわみ w が求められる。

そこでいま, $\xi \geq 0$ の領域のみを考えると, 無限長はりの境界条件として

$$\xi \rightarrow \infty \text{ のとき } \tilde{w}_{(\xi, p)} \rightarrow 0 \quad (7)$$

が考えられるので, これを式(6)に代入すれば \tilde{w} は

$$\tilde{w}_{(\xi, p)} = C_1 e^{-(1+i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi} + C_2 e^{-(1-i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi} \quad (8)$$

となる。さらに, はりの中央点すなわち衝撃点においてたわみ角は0となり, また衝撃点におけるはりのたわみを w_0 とすると

$$\xi = 0 \text{ で } \tilde{w}_{(\xi, p)} = \tilde{w}_{0(p)}, \partial \tilde{w}_{(\xi, p)} / \partial \xi = 0 \quad (9)$$

の条件が満足されなければならない。これらの条件を式(8)に代入すれば, 定数 C_1, C_2 が決まり \tilde{w} のラプラス変換は

$$\tilde{w}_{(\xi, p)} = \frac{\tilde{w}_{0(p)}}{2} [(1+i)e^{-(1+i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi} + (1-i)e^{-(1-i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi}] \quad (10)$$

と表わされる。

次に式(10)を解く際, 衝撃棒内における応力波の伝

ば理論を介してはりと衝撃棒との接触条件を仮定して解析を行った小高・中原の理論について述べる。

2.2 小高・中原の理論

小高・中原は, はりに衝撃棒が衝突したとき接触面に生じる圧縮応力 σ' を

$$\sigma' = \frac{E'}{C_0'} \left(V - \frac{dw_0}{dt} \right) \quad (11)$$

で与え, さらにはりを無限に細い一次元弾性体と仮定し, 微小部分の慣性力を無視して次のような接触面におけるはりの微小部分(図2)の力のつりあい式を求めている。

$$A' \frac{E'}{C_0'} \left(V - \frac{dw_0}{dt} \right) + 2Q_0 = 0 \quad (12)$$

ここで A', E', C_0' はそれぞれ衝撃棒の断面積, 縦弾性係数, 縦波の伝ば速度であり, また V は衝撃棒の重心の衝突速度, Q_0 ははりの横断面に生ずるせん断力である。式(12)のラプラス変換に式(10)を代入すれば

$$\tilde{w}_{0(p)} = \frac{1}{p^2(\mu\sqrt{p}+1)} \cdot \frac{V}{C_0} \quad (13)$$

が得られ, これを式(10)に代入し ξ について2階偏微分を行い, さらにラプラス逆変換を行って長方形断面のはりの表面に生ずる応力を次のように与えている。

衝撃点の応力

$$\frac{\sigma_0(\tau)}{\sqrt{3} EV / C_0} = 1 - e^{\tau/\mu^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\tau}}{\mu} \right) \quad (14)$$

衝撃点以外の応力

$$\frac{\sigma(\xi, \tau)}{\sqrt{3} EV / C_0} = 1 - 2C \left(\frac{\xi^2}{4\tau} \right) - (u-v) \cos \frac{\xi^2}{4\tau} + (u+v) \sin \frac{\xi^2}{4\tau} \quad (15)$$

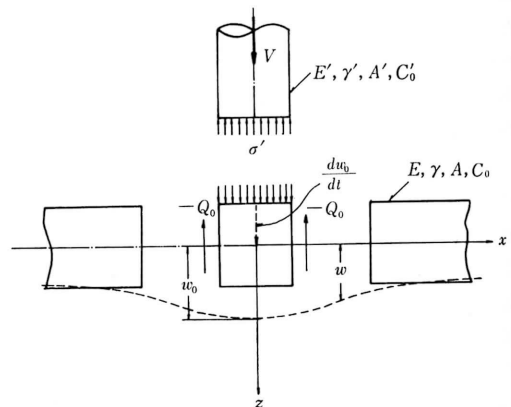


図2 接触条件

ただし μ は、はりおよび衝撃棒の材質と寸法によって決まる定数で、

$$\mu = 2\sqrt{2} \frac{EAC_0'}{E'A'C_0} \quad (16)$$

と表わされ、またフレネル積分 $C(\eta)$ および $u(x, y)$, $v(x, y)$ は次のように定義されるものである。

$$C(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\eta \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt$$

$$u(x, y) + iv(x, y) = e^{-x^2} \left\{ 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \right\}$$

$$z = x + iy$$

ここで、 x および y は

$$x = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\xi}{\sqrt{\tau}}, \quad y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\xi}{\sqrt{\tau}} + \frac{\sqrt{\tau}}{\mu}$$

である。

ところで、 x, y に対する u, v の値は、数表または級数展開式で与えられるが²⁾、その計算は ξ, τ の値が大きくなると著しく困難になる。したがって、回転半径 r の小さなはりに対しては、式(15)の計算はむしろかくなる。そこで衝撃点以外の応力を簡便に求める方法として、式(11)より衝撃点のたわみ速度を

$$\frac{dw_0}{dt} = V \left\{ 1 - e^{-z/\mu^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\tau}}{\mu} \right) \right\} \quad (17)$$

と求め、この時間の関数である速度に対する応答を、ステップ関数状のたわみ速度を仮定して得られるインディシャル・アドミッタンスを用いて、畳み込みの原理を適用する方法が考えられる。そこでつきに、衝撃点のたわみ速度が一定であるとした場合のインディシャル・アドミッタンスを求めることにする。

2.3 インディシャル・アドミッタンス

ここでは前節の接触条件の代りに、衝撃点でのたわみ速度 V_1 がすべての時間に対して一定であると仮定する。いま、 $\bar{V}_1 = V_1/C_0$ とすると衝撃点のたわみは

$$\bar{w}_{0(z)} = \bar{V}_1 \cdot \tau \quad (18)$$

で表わされ、これをラプラス変換すると

$$\bar{\bar{w}}_{0(p)} = \frac{\bar{V}_1}{p^2} \quad (19)$$

となり、これを式(10)に代入し、さらに ξ について2階偏微分すると

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \xi^2} = -\frac{\bar{V}_1}{2p} [(1-i)e^{-(1+i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi} + (1+i)e^{-(1-i)/\sqrt{2} \sqrt{p} \xi}] \quad (20)$$

が得られる。この式を逆変換するにあたって、公式

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{p} e^{-\alpha \sqrt{p}} = \operatorname{erfc} \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{t}} \right) \quad (\text{ただし } R_e \alpha \geq 0) \quad (21)$$

を用いれば式(20)は

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \xi^2} = -\frac{\bar{V}_1}{2} \left[(1-i) \operatorname{erfc} \left(\frac{1+i}{2\sqrt{2}\tau} \xi \right) + (1+i) \operatorname{erfc} \left(\frac{1-i}{2\sqrt{2}\tau} \xi \right) \right] \quad (22)$$

となる。ここで $\operatorname{erfc}(x)$ は次の定義による余誤差関数である。

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

さらに、式(22)の複素変数の誤差関数を

$$\operatorname{erfc}\{(1 \pm i)x\} = 1 - (1 \pm i) [C(2x^2) \mp iS(2x^2)] \quad (23)$$

なる関係を用いて実関数で表わすと

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \xi^2} = -\bar{V}_1 \left\{ 1 - 2C \left(\frac{\xi^2}{4\tau} \right) \right\} \quad (24)$$

となる。ここで、 M を曲げモーメント、 Z を断面係数として

$$\bar{M} = \frac{Mr}{EI}, \quad \bar{Z} = \frac{Zr}{I}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\bar{M}}{\bar{Z}} \quad (25)$$

とおくと、長方形断面のはりの表面に生ずる無次元化された応力すなわちひずみは次のように表わされる。

$$\bar{\sigma}(\xi, \tau) = \sqrt{3} \bar{V}_1 \left\{ 1 - 2C \left(\frac{\xi^2}{4\tau} \right) \right\} \quad (26)$$

これは、 w/t が x^2/t のみの関数であると仮定して横振動方程式を解いた Boussinesq の理論^{3), 4)} と一致する。

式(26)は、衝撃点のたわみ速度が一定であるとして得られた応答であるので、これに畳み込みの原理を適用してはりの応力を求めることができる。

2.4 畳み込みの原理の適用による計算式

まず、 $\bar{V}_{1(\tau_1)}$ を時刻 τ_1 において系に加えられたたわみ速度とする（図3参照）。いま、時間軸に沿って $\Delta\tau_1$ づつのステップで進みながら、たわみ速度の作用を $\Delta\bar{V}_1$ づつの段階で与えるものと近似的に考える。 $\tau_1 < 0$ で $\bar{V}_1 = 0$, $\tau_1 = 0$ における段階 $\Delta\bar{V}_1$ を $\bar{V}_{1(0)}$ とすれば、インディシャル・アドミッタンスを $A(\tau)$ として次の関係式が得られる。

$$\bar{\sigma}(\tau) = \bar{V}_{1(0)} A(\tau) + \sum_{\tau_1 = -\Delta\tau_1}^{\tau - \Delta\tau_1} \Delta\bar{V}_1 \cdot A(\tau - \tau_1) \quad (27)$$

ここで $\bar{V}_{1(0)} = 0$ であり、また $A(\tau - \tau_1)$ は式(26)より

$$A(\tau - \tau_1) = \sqrt{3} \left\{ 1 - 2C \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\xi^2}{\tau - \tau_1} \right) \right\} \cdot 1(\tau - \tau_1) \quad (28)$$

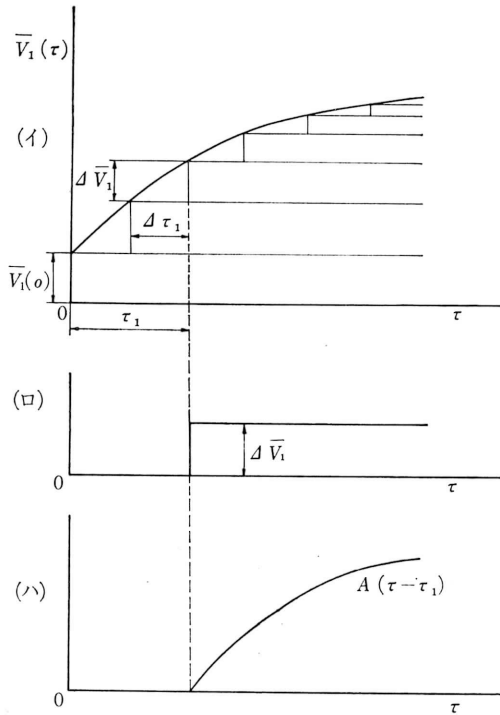


図3 畳み込みの原理

と表わされるので、これらの関係を式 (27) に代入すると、畳み込みの原理を用いた長方形断面はりの無次元化された応力に対する計算式が次のように求められる。

$$\bar{\sigma}(\xi, \tau) = \sum_{\tau_1=0}^{\tau_1=\tau} \sqrt{3} \Delta \bar{V}_1 \left\{ 1 - 2C \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{\xi^2}{\tau - \tau_1} \right) \right\} \cdot 1(\tau - \tau_1) \quad (29)$$

ただし、 $1(\tau - \tau_1)$ は単位跳躍関数であり、 $\Delta \bar{V}_1$ は $\bar{V} = V/C_0$ とすると式 (17) より

$$\Delta \bar{V}_1 = \bar{V} \left[\left\{ 1 - e^{-\tau_1/\mu^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\tau_1}}{\mu} \right) \right\} - \left\{ 1 - e^{-(\tau_1 - \Delta \tau_1)/\mu^2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{\tau_1 - \Delta \tau_1}}{\mu} \right) \right\} \right] \quad (30)$$

で与えられる。本報告において式 (29) を以後、畳み込みの式と呼ぶことにする。この式 (29) を用いて理論計算を行うわけであるが、ここで問題となるのは時間軸のきざみ $\Delta \tau_1$ である。そこで、式 (29) における $\Delta \tau_1$ の影響を調べるために $\bar{V} = 1$ 、 $\xi = 40$ とし、また μ の値は $A'/A = 1$ の場合、はりと衝撃棒を同一材料としたときの値 $2\sqrt{2}$ と、はりを軟鋼、衝撃棒をアルミニウムとしたときに得られる $5\sqrt{2}$ を用いて、きざみ $\Delta \tau_1$ を 1, 10, 20 と変えて数値計算を行った。そ

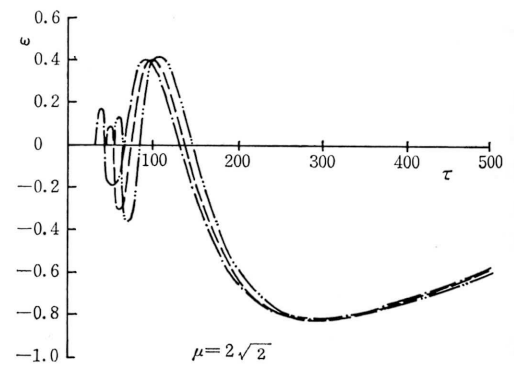
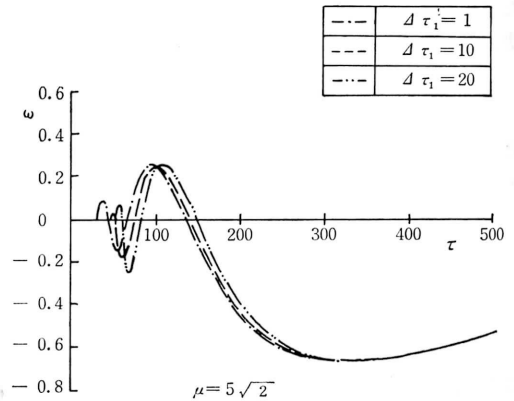


図4 畳み込みの式におよぼす $\Delta \tau_1$ の影響 ($\bar{V} = 1$, $\xi = 40$)

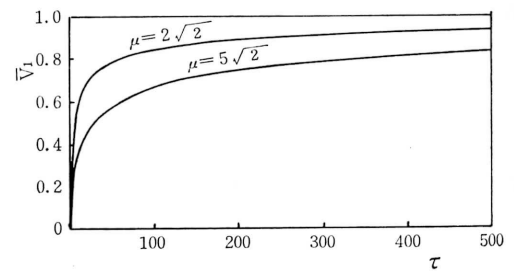


図5 衝撃点のたわみ速度—時間曲線

の計算結果を図4に示す。この図より、 $\Delta \tau_1$ による相違はほとんど認められず、はりの衝撃問題において畳み込みの式を用いる場合には、はりの挙動を十分に把握できる時間間隔を考慮すれば時間軸のきざみ $\Delta \tau_1$ のあらい近似計算でも十分であることがわかる。また、衝撃点のたわみ速度を式 (17) を用いて計算し、その結果を図5に示すがこれより τ が 100 以前にたわ

み速度はほぼ一定値に達している。このことより、 $\Delta\tau_1$ は τ_1 の値が 100 以後においては相当大きなきざみで十分であり、実際に

- (i) $0 \leq \tau_1 \leq 100$ のとき $\Delta\tau_1 = 1$,
 $\tau_1 > 100$ のとき $\Delta\tau_1 = 20$
- (ii) $0 \leq \tau_1 \leq 100$ のとき $\Delta\tau_1 = 10$,
 $\tau_1 > 100$ のとき $\Delta\tau_1 = 20$

として計算を行うと、(i), (ii) の場合はともに τ_1 が 100 以前のときのきざみ、 $\Delta\tau_1 = 1$ もしくは $\Delta\tau_1 = 10$ と一定とした前述の計算結果と全く一致した。

3. 実験装置および実験方法

前節において得られた式 (29) が、実際に応用されるものかどうかを確認するために次のような実験を行ったので、実験装置およびその方法について述べる。

まず、本実験で使用した供試はりおよび衝撃棒の寸法と材料特性を表 1、表 2 に示す。実験は、はりの両

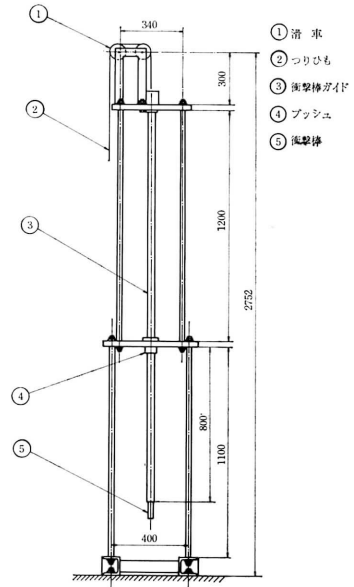


図6 実験装置概略図

表1 供試ばりの寸法および材料特性

名称	b cm	h cm	A cm ²	γ kg/cm ³	E kg/cm ²
I	2.537	1.226	3.212	7.82×10^{-3}	2.08×10^6
II	3.196	1.590	5.101	7.83	2.08
III	2.213	2.206	4.882	7.82	2.03
IV	1.617	1.617	2.613	7.81	2.01

表2 衝撃棒の寸法および材料特性

名称	b' cm	h' cm	A' cm ²	γ' kg/cm ³	E' kg/cm ²
軟鋼	2.190	2.190	4.796	7.82×10^{-3}	2.08×10^6
黄銅	2.245	2.244	5.038	8.44	0.95
アルミニウム	2.186	2.135	4.667	2.68	0.75

端を固定し、その中央点に衝撃棒を落下させて行った。図6は衝撃装置の概略図である。その概要について述べると、衝撃棒⑤の上端にはフックがねじ込まれており、そこに②のひもが取り付けられている。このつりひもは、滑車①を通して衝撃棒をつり下げており、ひもを引張ってある位置まで衝撃棒を引き上げ、水平に設置されたはりに衝撃棒を落下させ衝撃を加える。その際、衝撃棒が常に同一条件ではりの中央点に衝突するように、衝撃棒ガイド③がブッシュ④などで固定されている。以上の装置を用いて衝撃棒をはりに衝突させるわけであるが、本研究で用いる畳み込みの式は、はりと衝撃棒との間に平面接触を仮定した小高

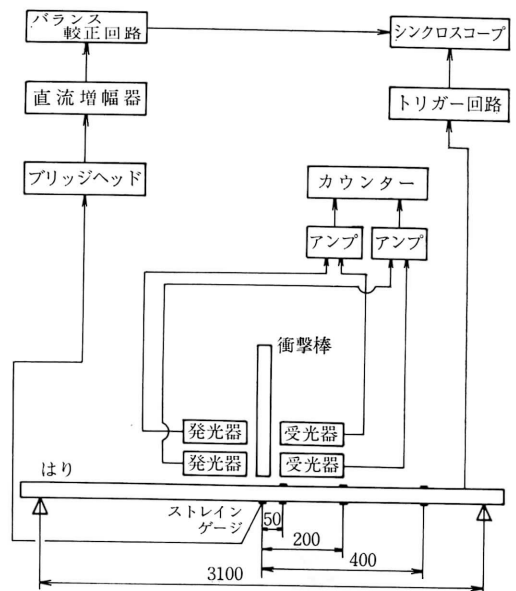


図7 ブロック線図

・中原の理論を適用している。そこで本実験では、衝撃棒をはりに落下させるたびごとに衝撃棒の先端とはりの衝撃面を接触させ、十分に平面接触が満足されていることを確認した後はりに衝撃を加えた。

また、畳み込みの式におけるたわみ速度の増分を求めるためには、衝撃棒の衝突速度を知る必要がある。

そのため2組の投光器と受光器とを約3 cmの間隔で正対させ、下の1組を衝撃点の直上に配置し、衝撃棒がその間を通過する時間をカウンターで測定して衝撃棒の衝突速度を決定した。

ところで衝撃により生じるはりの各点のひずみは、図7に示す測定ブロック線図を用いてシンクロスコープに取り出した。はりとも衝撃棒が接触するとパルス発振器が作動し、そのパルスはシンクロスコープの単掃引トリガ入力に送られ、同時にブリッジからの出力が直流増幅器を通してシンクロスコープに入力され、ひずみ波形となって表われる。

次にこのような実験装置および測定方法を用いて得られた実験結果について述べる。

3. 実験結果と考察

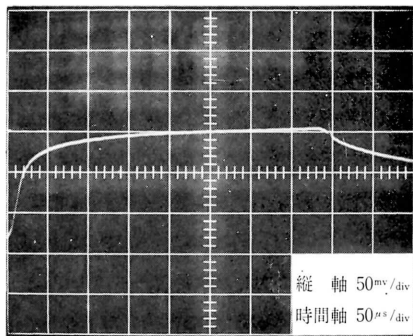
3.1 実験結果の検討

図8は、はりの各測定点に生ずるひずみ波形の写真の一例である。まず衝撃点では、ひずみは衝撃直後急激に増大し、まもなくその増加傾向はゆるやかとなる。その後ある時刻に達すると、ひずみは突然減少し始めるが、これは衝撃により衝撃棒に生じた縦波がその上端で反射され、再び衝撃点に達するために起きる現象である。

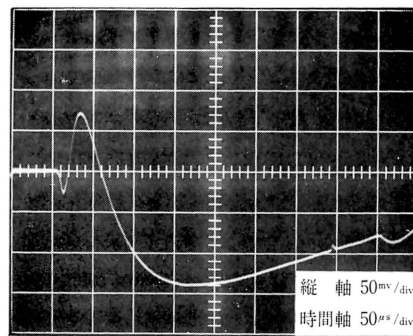
また衝撃点から離れた点のひずみは、まず応力波が到達してわずかな変動が起こり、その後せん断波が到達し急激な変動を生じている。これは上述の2つの波が到達する以前ははりは静止しており、はりの衝撃における波動の現象を顕著に示しているものといえる。

3.2 実験結果と理論結果

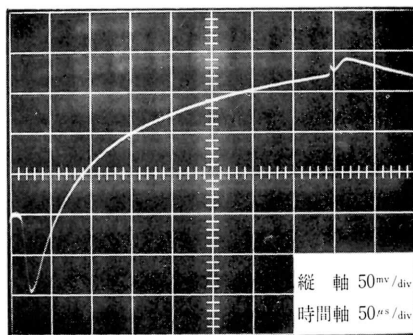
図9は、衝撃点のひずみについて小高・中原の理論



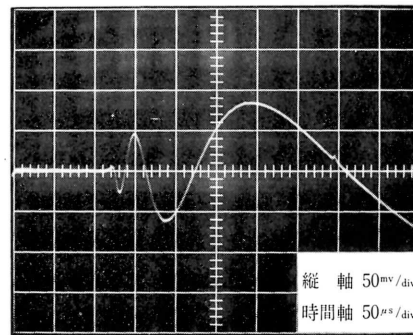
(a) $x = 0$ mm



(c) $x = 200$ mm



(b) $x = 50$ mm



(d) $x = 400$ mm

はり: III
 衝撃棒: 軟鋼
 $V = 241.2$ cm/s

図8 各測定点におけるひずみ

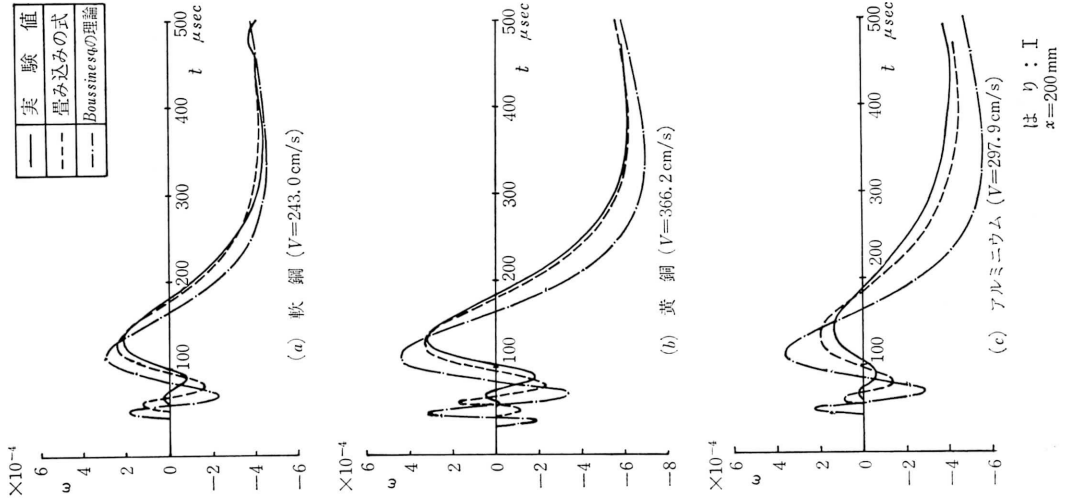


図11 衝撃点から離れた点のひずみ

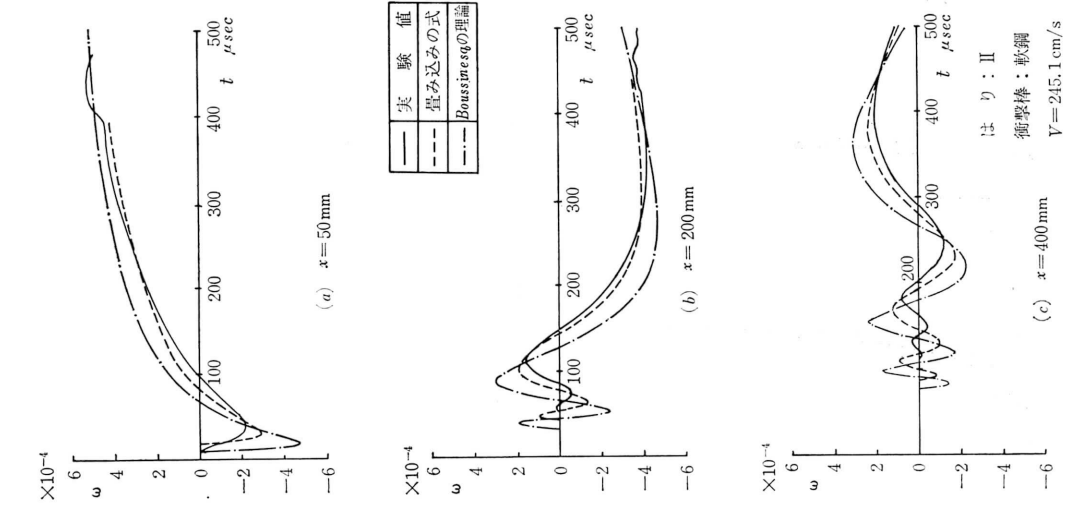


図10 衝撃点から離れた点のひずみ

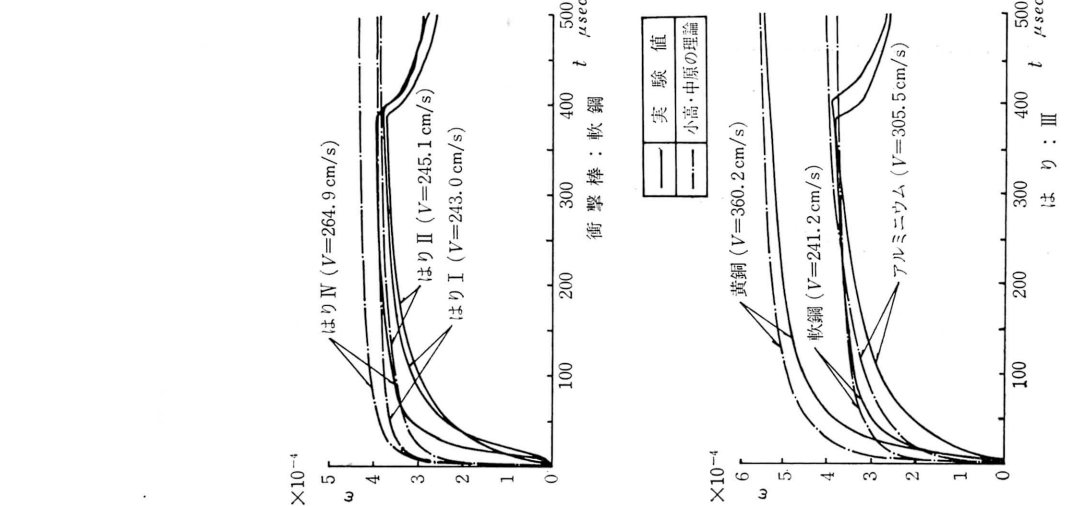


図9 衝撃点のひずみ

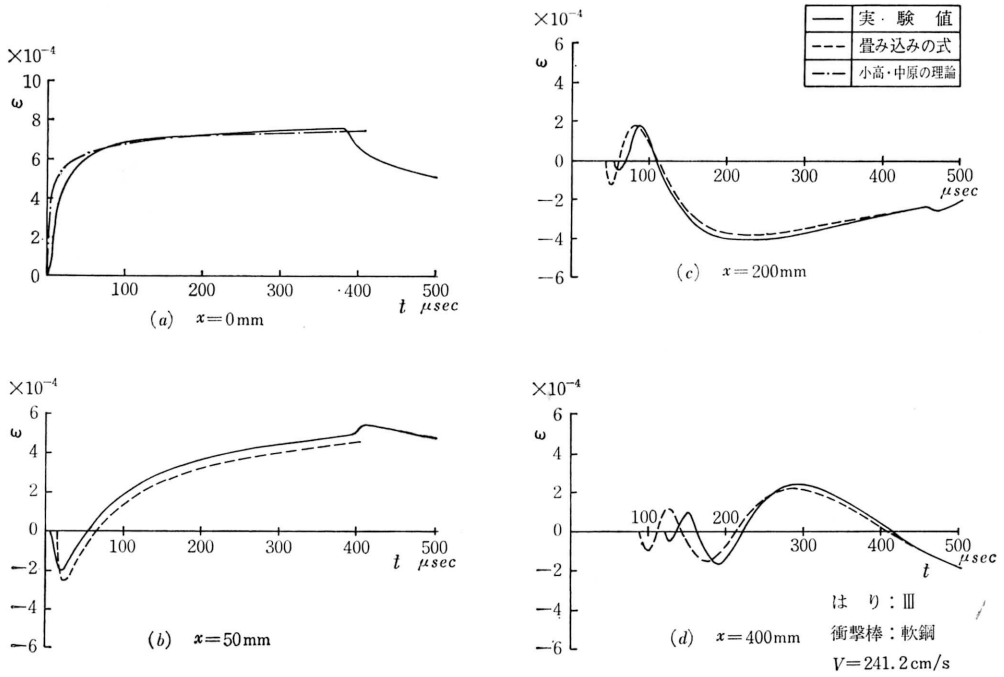


図12 各測定点のひずみ

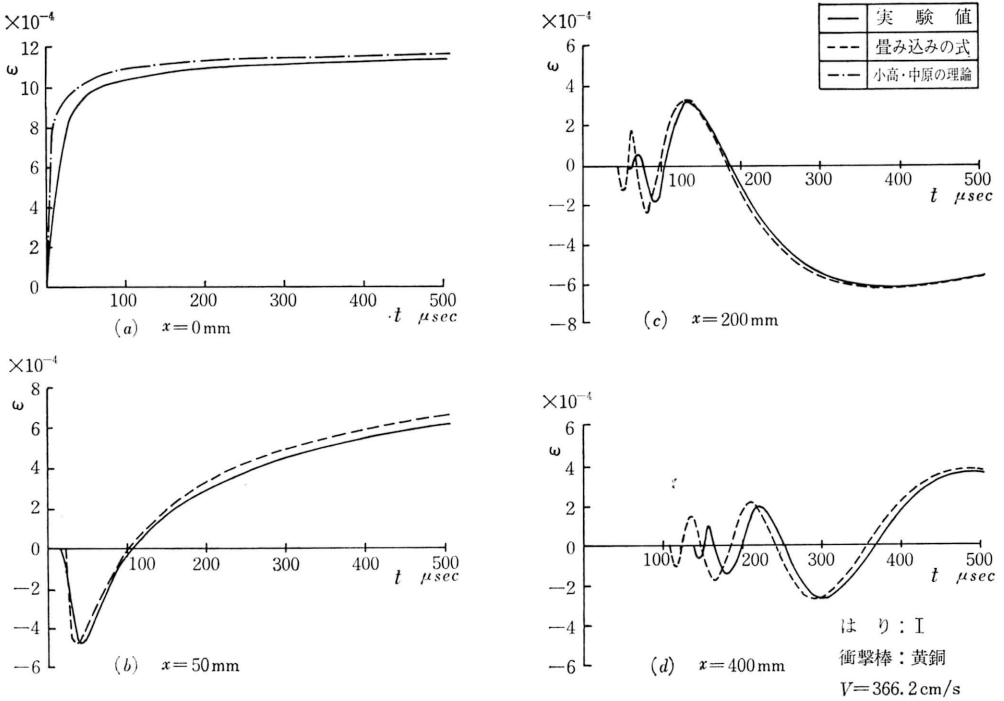


図13 各測定点のひずみ

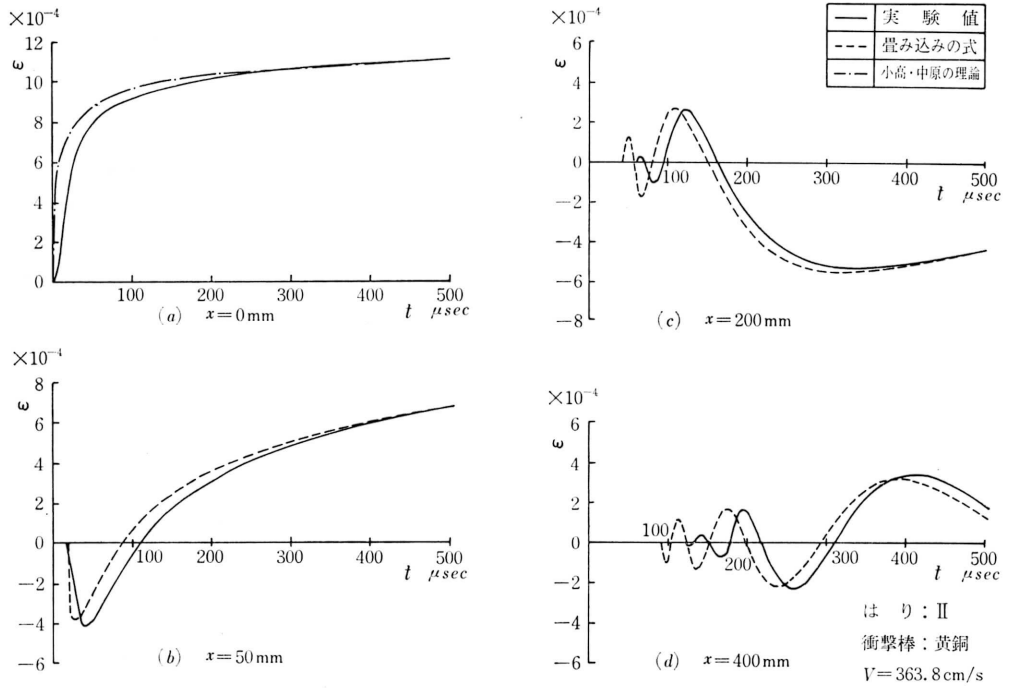


図14 各測定点のひずみ

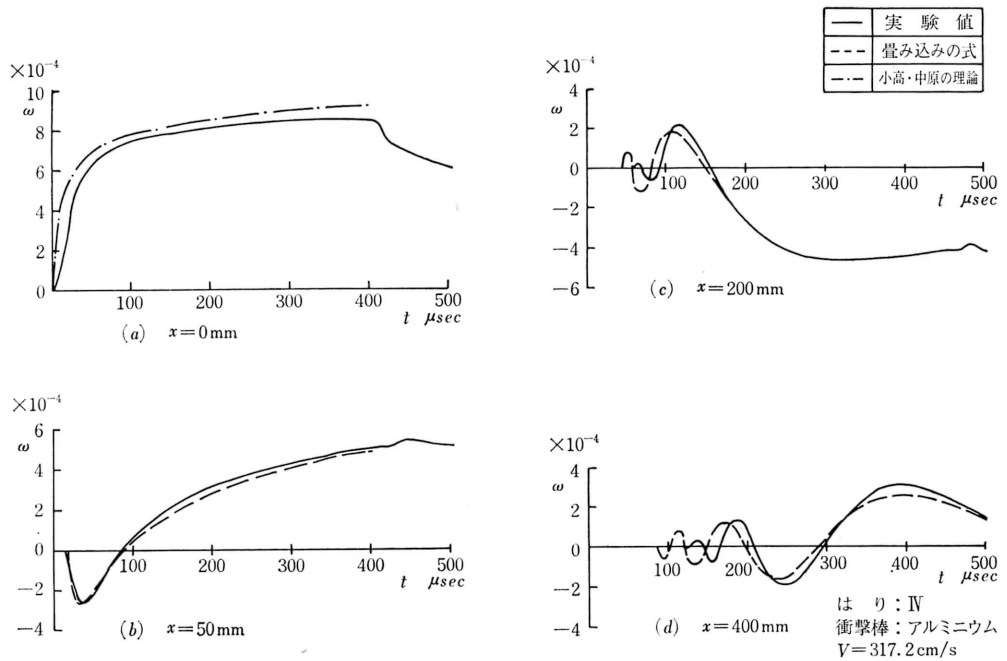


図15 各測定点のひずみ

の計算結果と実験結果を比較したものである。我々の計算には衝撃点は含まれていないが、一応検討を加えてみる。図9において衝撃直後理論値と実験値との間に大きな開きが見られるが、これはこの理論では、接触部分のはりの慣性力とその変形を無視したことあるいははりと衝撃棒に平面接触を仮定していることなどに起因するものである。これらの影響は時間が経過すればしだいに小さくなり理論値と実験値はよく一致している。

次に、我々の計算結果の比較の対象である各点におけるひずみについて検討を行う。本研究で用いた横振動方程式は、はり断面の回転慣性とせん断変形を考慮していない Bernoulli-Euler の方程式であり、この方程式は波動が無限大の速度ではりを伝ばするという物理的不合理性を含んでいる。このため応力波の到達以前にもはりに応力が生ずるということになり、実験結果と矛盾が起きるので本研究ではその部分の計算結果を除外して実験結果と比較を行った。また本実験に用いたはりでは、 t と τ との間にはほぼ $t = 10^{-6}\tau$ の関係にあるので 2.4 節の結論に従い、 $100 \mu\text{s}$ までは Δt は $10 \mu\text{s}$ とし $100 \mu\text{s}$ 以後では Δt は $20 \mu\text{s}$ として計算を行った。図10、図11はその計算結果と実験値を比較したものである。なお図中の一点鎖線は、衝撃点のたわみ速度が衝撃後一定であるとして得られた Boussinesq の理論の計算結果を付したものである。図10は、はり II に軟鋼棒を衝突させた場合の各測定点のひずみであるが、 $x = 50 \text{ mm}$ の場合は波形の大きさはほとんど実験値と一致し、その変化の様子もほぼ同じである。しかし、衝撃点から離れるにしたがって畳み込みの式の計算結果と実験値は、波頭付近で位相の差が大きくなっている。これは本理論の解析において波動の伝ばを考慮していないことに起因するが、実際に問題となる各測定点のひずみの最大値はほとんど一致している。また図11は、材料の異なる衝撃棒による $x = 200 \text{ mm}$ のひずみ波形であるがこの場合も全く同じような傾向がみられる。しかもこれは、はり断面の高さ h がほぼ 12 mm という細いはりに対する計算結果と実験値との比較であるが、両者の一致はほぼ良好であり、畳み込みの式は十分にはりの弾性挙動を表わしうることがわかる。また前述のように畳み込みの式は、はり断面の回転慣性とせん断変形を無視した横振動方程式に基づいているが、理論値と実験値の波形の大きさはほとんど一致している。このことは本実験の衝撃範囲では、これらの影響はきわめて小さいこと

がわかる。今まで述べてきたことは図12～図15からも十分に言えることである。

以上のことより、横衝撃を受けるはりの応力(またはひずみ)の計算には、畳み込みの原理を適用した非常に簡便な計算式(29)を使用すればよいことがわかる。

なおこの計算は、鹿児島大学計算機室の FACOM 230-45S を用い、4本のはりと3本の衝撃棒を組合せ、そのおのおのについて3ヶ所の測定点についてひずみの計算を行ったが、その計算に要した時間は約1分30秒であった。

5. 結 論

横衝撃荷重を受ける長いはりの弾性挙動を明らかにするために、畳み込みの原理を適用して計算式を求め実験値と比較した結果、次のことがわかった。

(1) 畳み込みの式は、衝撃点から離れるにしたがって位相のずれが認められるが、ひずみの大きさについては実験値とよく一致する。

(2) 畳み込みの式は、横衝撃を受ける細いはりの応力(またはひずみ)をも容易に計算できる。

(3) 本研究の計算に用いた時間きざみは、衝撃後の経過時間 $100 \mu\text{s}$ を境にそれ以前は $10 \mu\text{s}$ 、以後は $20 \mu\text{s}$ を用いたが、この程度のきざみでも十分実験値と一致した。

(4) はり断面の回転慣性とせん断変形の影響は、本実験の衝撃範囲では小さいことがわかった。

最後に本研究において、有益な助言をいただいた、富武満教授に深く謝意を表します。また熱心に実験に協力された大学院 山下正視氏には深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 小高・中原：日本機械学会論文集，33巻248号(昭42-4)。
- 2) К. А. Карпов：Таблицы Функций $F(z) = \int_0^z e^{x^2} dx$ в Комплексной Области, (1958), Издательство Академий Наук СССР, Москва.
- 3) J. Boussinesq: Application des Potentials, (1885), Paris.
- 4) 田中：鹿児島大学工学部研究報告，第15号(昭48-9)。