

超音速ノズル内の衝撃波による乱流境界層のはく離*

宮里義昭*¹, 檜谷賢士*², 金 義 東*³
片野田 洋*⁴, 松尾一泰*¹Shock-Induced Turbulent Boundary Layer Separation
in Supersonic NozzlesYoshiaki MIYAZATO, Masashi KASHITANI, Heuy-Dong KIM,
Hiroshi KATANODA and Kazuyasu MATSUO

Experiments on the shock wave/turbulent boundary layer interaction were conducted at the free stream Mach number M_{1e} of 1.97 to 2.50 and the Reynolds number based on the boundary layer thickness Re_{δ_1} of 3.1×10^4 to 5.8×10^4 using a supersonic nozzle having a divergent half angle of 10 degrees. Nozzle wall static pressure measurements and the schlieren optical observation of the interaction region were carried out. Also, the effects of M_{1e} and Re_{δ_1} on the shock-induced turbulent boundary layer separation were investigated theoretically. As a result, the analytical results of the ratio p_s/p_1 of the separation pressure p_s to the pressure at the onset of the interaction p_1 were found to increase with increasing M_{1e} for a fixed Re_{δ_1} and to increase with increasing Re_{δ_1} for a fixed M_{1e} and to provide excellent agreement with the experimental results on the shock-induced turbulent boundary layer separation.

Key Words: Compressible Flow, Shock Wave, Separation, Supersonic Nozzle, Turbulent Boundary Layer

1. ま え が き

圧縮コーナや前向きステップによって発生する衝撃波が壁面に沿って発達する境界層をはく離させる流れ場では、はく離点の位置の壁面静圧 p_s と衝撃波と境界層の干渉開始点の位置の壁面静圧 p_1 の比 p_s/p_1 は、おもに干渉開始点における主流マッハ数 M_{1e} のみに依存し、圧縮コーナの角度やステップの高さなどはく離点下流の条件にはあまり依存しない⁽¹⁾⁻⁽³⁾。このような干渉は自由干渉⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾と呼ばれ、ロケットノズルを対象とした内部流れに対しても研究されてきた⁽⁶⁾⁽⁷⁾。その結果、 p_s/p_1 は、外部流れと内部流れのいずれに対しても M_{1e} の関数として整理できるとし、後述の式(1)が提案されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

一方、翼面上の衝撃波による乱流境界層のはく離は、干渉開始点における流れがプラントルマイヤー圧縮波により 6.6° だけ圧縮されると仮定した場合の圧力上

昇によって起こると報告されている⁽⁶⁾。また超音速ノズルにおける衝撃波と乱流境界層の干渉を調べた最近の研究⁽⁹⁾によると、 p_s/p_1 の値は、 M_{1e} が約 1.3 から約 1.5 の範囲に対しては、干渉開始点における流れがプラントルマイヤー圧縮波により 6.6° だけ圧縮されて起こると仮定した理論値とほぼ一致し、 M_{1e} が約 1.5 以上に対しては、後述の式(1)において $u_1^*/u_{1e} = 0.56$ とおいた式とほぼ一致する。しかし、上述の 6.6° や $u_1^*/u_{1e} = 0.56$ という値は単に実験値に合うように定められた値で、物理的理由はまったくない。さらにこれまでの研究では、 p_s/p_1 に及ぼすレイノルズ数の影響はほとんど議論されていないが、後述するように最近の実験的研究を詳細に調査すると、 p_s/p_1 は M_{1e} のみならず干渉開始点の境界層厚さ δ_1 に基づくレイノルズ数 Re_{δ_1} にも依存する。

本研究では、広がり半角が 10° の二次元超音速ノズルを用いて、 M_{1e} が 1.97~2.50 で、 Re_{δ_1} が $3.1 \times 10^4 \sim 5.8 \times 10^4$ の場合の衝撃波による乱流境界層のはく離を実験的に調べるとともに、 M_{1e} と Re_{δ_1} が p_s/p_1 に及ぼす影響を解析的に調べ、超音速ノズル内の衝撃波による乱流境界層のはく離について考察した。

* 原稿受付 1996年7月10日。

*¹ 正員, 九州大学総合理工学研究科 (☎ 816 春日市春日公園6-1)。*² 正員, 九州大学大学院。*³ 正員, 韓国安東大学校自然科学大学 (☎ 760-600 韓国慶北安東市私書箱 203 号)。*⁴ 正員, 三菱重工業(株) (☎ 850-91 長崎市飽の浦町1-1)。

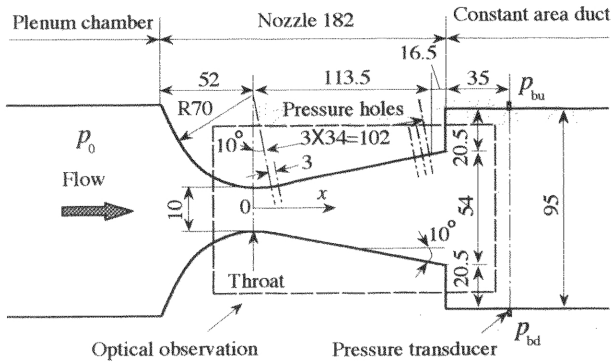


Fig. 1 Geometry of nozzle

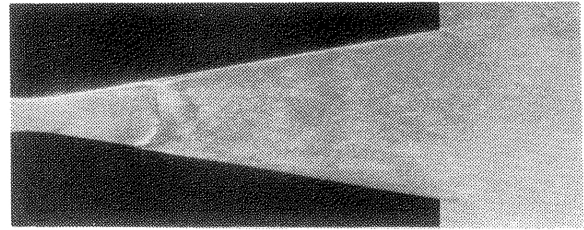
2. 実験装置と方法

実験には大気吹出し式超音速風洞を用いた。貯気槽に蓄えられた高圧の乾燥空気は、図1の左端に示す集合洞でいったんよどみ点状態となった後、長さ182 mmのラバルノズル(スロート高さ10 mm、出口高さ54 mm、幅32 mmの二次元形状)で加速され、その下流の一定断面積ダクト(長さ495 mm、高さ95 mm、幅32 mm)と後部集合洞を経て大気に放出される。ノズルのスロートと出口の断面積比から次元等エントロピー流れの仮定に基づいて計算したノズル出口マッハ数は3.26である。ノズルのスロート部の形状は、スロートから軸方向に52 mm上流の位置からノズル軸に垂直な軸に対して10°だけスロート下流の位置まで曲率半径70 mmの円弧で、円弧の終了点より下流は広がり半角10°の直線壁である。

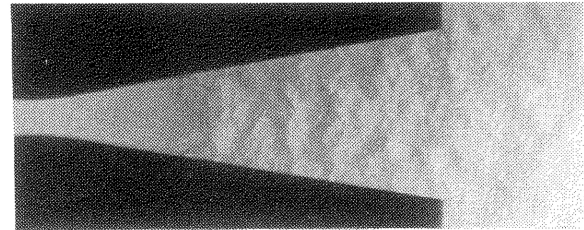
図1の破線で囲む部分はシュリーレン法により流れを可視化した領域を示す。圧力測定は、ノズル上壁の中心線に沿って円弧の終了点の位置から3 mm間隔で35個設けた静圧孔を通して行った。静圧孔の大きさは直径0.5 mmであり、固有振動数500 kHzの圧力センサ(キュライト社製, XCQ-062-25 SG)を用いた。また、ノズル出口から35 mm下流の位置のダクトの上壁と下壁の中心線上にも圧力センサを取付けた。本実験では、ダクト上壁の静圧を p_{bu} 、下壁の静圧を p_{bd} とし、後部集合洞の圧力(ほぼ大気圧に等しい)を p_a とした。圧力センサからの信号は、直流増幅器(キュライト社製, SA-59)、A-D変換器[カノーブス電子(株)社製, ADX-98 E)を経てパーソナルコンピュータ(NEC社製, PC-9801 VX)に送られる。本実験データのサンプリング周波数は1 kHz、データ点数は100点である。

3. 実験結果と考察

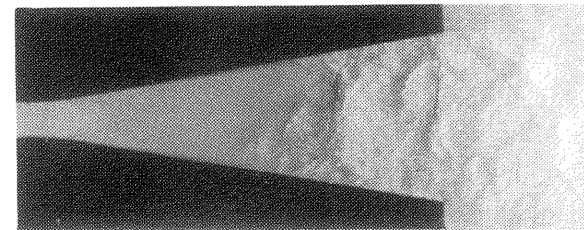
3・1 流れの光学観察 ノズル上流のよどみ点圧



(a) Schlieren photograph with horizontal knife edge ($p_0/p_a=2.2$, $M_{1e}=1.97$, $Re/m=3.2 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\delta_1=0.97 \text{ mm}$)



(b) Schlieren photograph with vertical knife edge ($p_0/p_a=2.8$, $M_{1e}=2.13$, $Re/m=3.8 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\delta_1=1.21 \text{ mm}$)



(c) Schlieren photograph with vertical knife edge ($p_0/p_a=3.8$, $M_{1e}=2.50$, $Re/m=4.4 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\delta_1=1.32 \text{ mm}$)

Fig. 2 Typical spark schlieren photographs in a supersonic nozzle

力 p_0 を大気圧 p_a の状態から徐々に増加させ、ノズル内に衝撃波を定在させたときの流れのシュリーレン写真を図2(a)~(c)に示す。図2(a)は、 $p_0/p_a=2.2$ の状態、ノズル壁面に発達する境界層のはく離や再付着の様子を詳しく観察するために、ナイフエッジを流れに水平にして撮影した写真、図2(b)、(c)は、それぞれ $p_0/p_a=2.8$, 3.8の状態、衝撃波の定在位置や衝撃波の形状を詳しく観察するために、ナイフエッジを流れに垂直にして撮影した写真である。また図2(a)~(c)のマッハ数 M_{1e} は、後述の図3に示す壁面静圧分布における最小値 p_1 (以下この点を干渉開始点と呼ぶ)とノズル上流のよどみ点圧 p_0 の値から次元等エントロピー流れの仮定より求めたマッハ数を示す。図2(a)~(c)の干渉開始点における単位長さ当たりのレイノルズ数 Re/m と、シュリーレン写真から求めた干渉開始点における境界層厚さ δ_1 の値をそれぞれ図2に示してあり、この厚さに基づくレイノルズ数 Re_{δ_1} は、それぞれ 3.1×10^4 , 4.6×10^4 , 5.8×10^4 である。

図2(a)の衝撃波は擬似衝撃波であり⁽¹⁰⁾、先頭衝撃波の下流にほぼ垂直状の第2衝撃波が観察される。またノズル壁面に沿って発達する乱流境界層は先頭衝撃波の前枝衝撃波の足元近くではく離し、先頭衝撃波の後枝衝撃波が境界層に入射する位置ではく離は最も大きくなっており、その下流で境界層は再付着している。図2(b)では図2(a)に比べ先頭衝撃波の分枝点の壁面からの高さが増加している。これは M_{ie} が増加するにしたがい擬似衝撃波領域の境界層のはく離領域の大きさが増加するためである⁽¹¹⁾。この傾向は図2(b)、(c)を比較するとさらに顕著になる。

3・2 壁面静圧分布 図2(a)~(c)の流れ状態におけるノズル上壁に沿う静圧分布を図3の曲線(a)~(c)に示す。横軸はノズルスロートからノズル軸に沿う流れ方向の距離 x 、縦軸はノズル上壁の時間的平均静圧 p と集合洞全圧 p_0 の比 p/p_0 である。図にはノズル内全域が一次元超音速等エントロピー流れと仮定した場合の静圧分布の曲線①と、ノズル出口下流のダクト上壁における静圧 p_{bu} の実験値を用いてノズル出口から上流に向かって一次元超音速等エントロピー流れと仮定して求めた静圧分布の曲線②~④(これらの曲線の左端はいずれも流れのマッハ数が1となる点)も示してある。また擬似衝撃波を構成する各衝撃波のノズル中心軸上における時間的平均位置をシュリーレン写真から読取り、下向き矢印↓で示し、 p_{bu} の実験値を使って垂直衝撃波以外を一次元等エントロピー流れと仮定した場合のノズル内の垂直衝撃波の位置を上向き矢印↑で示す。さらに干渉開始点における静圧 p_s を左向き矢印←で示す。

図3の曲線(a)より、ノズル上壁に沿う静圧は干渉開

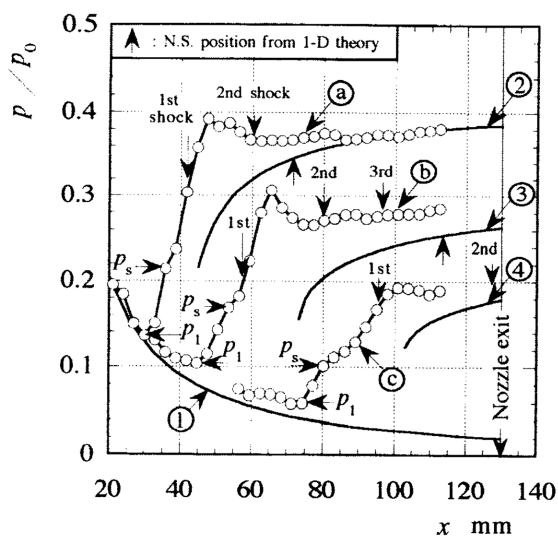
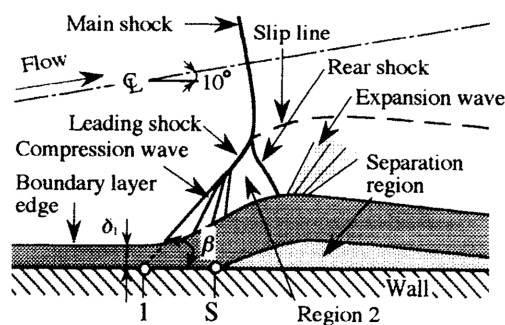


Fig. 3 Wall static pressure distributions

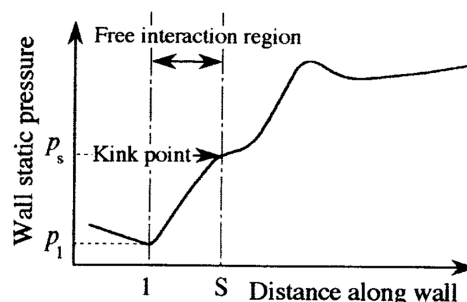
始点の静圧 p_1 から右向き矢印→で示す静圧分布の最初の折れ曲がり点 p_s まで上昇した後、ノズル中心軸上の先頭衝撃波と第2衝撃波の位置の間でピーク値となる。第2衝撃波下流の圧力は、 x が約85 mmより下流では曲線②と一致する。したがって x が約85 mmより下流の流れは境界層のはく離はなく、流れは断面にわたってほぼ一様になっていると考えられる。図3の曲線①と③の壁面静圧分布も p_s で示す位置で折れ曲がりを生じている。従来の衝撃波と乱流境界層の干渉に関する実験結果によれば、衝撃波による乱流境界層のはく離が起これば、壁面静圧分布に折れ曲がり点が生じ、この折れ曲がり点の位置は、はく離点の時間的平均位置とほぼ一致する^{(9)(12)~(15)}。本実験においても p_s の位置は、シュリーレン写真のはく離点の時間的平均位置にほぼ一致している。

4. 理論解析

4・1 はく離モデル 本実験結果および従来の実験結果⁽⁹⁾に基づき、ノズル内の衝撃波により乱流境界層がはく離する流れの模式図を図4に示す。壁面静圧は干渉開始点の圧力 p_1 から境界層のはく離点の圧力 p_s まで上昇し、その下流では、後枝衝撃波やはく離せん断層の影響を受けて変化する。前述したように、圧力比 p_s/p_1 は、はく離点Sより下流の流れにほとんど依存せず、断面1からSまでの壁面近傍の流れ場は、



(a) Shock-induced boundary layer separation



(b) Wall static pressure distribution

Fig. 4 Diagrammatic sketch of shock wave/boundary layer interaction region

自由干渉領域と呼ばれている。本節では p_s/p_1 を解析的に求める方法を考える。Arens ら⁽⁶⁾ は、干渉開始点における境界層内の特性速度 u_1^* が、衝撃波を通過した後等エントロピー的によどんだときに境界層のはく離が起こるとして、 u_1^* の点とはく離点を結ぶ一つの流線を考え、その流線に沿うエネルギー式から p_s/p_1 に関する次式を導いている。

$$\frac{p_s}{p_1} = \left[\frac{\gamma+1}{2} M_{1e}^2 \left(\frac{u_1^*}{u_{1e}} \right)^2 \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \left/ \left(\left\{ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1e}^2 \right. \right. \right. \\ \times \left[1 - \left(\frac{u_1^*}{u_{1e}} \right)^2 \right] \left. \left. \left\{ \frac{M_{1e}^2}{2} \left[(\gamma+1) \left(\frac{u_1^*}{u_{1e}} \right)^2 \right. \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{(\gamma-1)^2}{\gamma+1} \right] - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right\}^{1/(\gamma-1)} \right) \right. \dots \dots \dots (1)$$

上式の M_{1e} と u_{1e} は干渉開始点の主流におけるマッハ数と速度、 γ は気体の比熱比である。上式によれば p_s/p_1 は流れのレイノルズ数に依存せず、上式の u_1^*/u_{1e} は実験的に定められる。これに対し Tyler ら⁽¹⁶⁾ は、干渉開始点における境界層内の速度分布と主流マッハ数の影響を含んだ解析モデルを提案しているが、このモデルは、保存式の形が積分式で表示されているため解析がかなり複雑である。またこのモデルでは、はく離点の位置における境界層内の速度分布の仮定に問題があるため、後述の図7に示すように、このモデルによる計算結果は実験値とかなり異なる。本節では Tyler らの解析の問題点を修正したモデルを示し、4・2節ではこの修正したモデルと実験値との比較を行う。

さて、図5に示すように、衝撃波と境界層の干渉開始点の断面を1、境界層のはく離点の断面をSとし、図の破線で示す検査体積 ABCD を考える。完全気体の断熱で定常な流れとし、1とSの各断面における静圧は一定、全領域で全温度 T_0 は一定であると仮定する。また、衝撃波による乱流境界層のはく離は急激に行われるため、AB部分からの流出入する運動量とCDにおける壁面摩擦は、ADとBCから流入・流出する運動量に比べて小さく、無視できると仮定する。したがって、曲線ABは、流線と境界層の外縁の両方

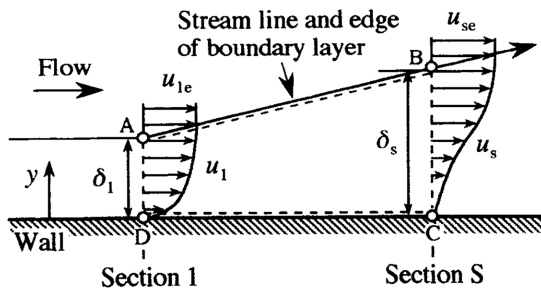


Fig. 5 Control volume employed for analysis

を表し、検査体積に対する質量、運動量、エネルギーの保存式は、それぞれ次式で表される。

$$\int_0^{\delta_1} \rho_1 u_1 dy = \int_0^{\delta_s} \rho_s u_s dy \dots \dots \dots (2)$$

$$\int_0^{\delta_s} \rho_s u_s^2 dy - \int_0^{\delta_1} \rho_1 u_1^2 dy = \frac{(p_1 - p_s)(\delta_1 + \delta_s)}{2} \dots \dots \dots (3)$$

$$\int_0^{\delta_1} \left(C_p T_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) \rho_1 u_1 dy \\ = \int_0^{\delta_s} \left(C_p T_s + \frac{u_s^2}{2} \right) \rho_s u_s dy \\ = C_p T_0 \int_0^{\delta_1} \rho_1 u_1 dy = C_p T_0 \int_0^{\delta_s} \rho_s u_s dy \dots (4)$$

ただし、 ρ は密度、 u は流速、 T は静温度、 C_p は定圧比熱、 δ は境界層厚さ、 y は壁面を原点とし、壁に垂直方向の距離を示し、添字1、Sは、それぞれ干渉開始点、はく離点の位置を示す。また気体定数を R とすると、状態方程式は

$$p = \rho RT \dots \dots \dots (5)$$

断面1における境界層内の速度分布は、次式に示す指数法則に従うとする。

$$u_1/u_{1e} = (y/\delta_1)^{1/n} \dots \dots \dots (6)$$

ただし、添字 e は境界層外縁を示す。上式の指数 n は干渉開始点における主流マッハ数 M_{1e} と境界層の始点からの流れ方向の距離 x_1 に基づくレイノルズ数 Re_{x1} に依存し、次式⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾ で表される。

$$n = 2.2(Re_{x1})^{1/14} / [1 + (\gamma-1)M_{1e}^2/4]^{1/7} \dots \dots (7)$$

上式により n を見積もるにあたり、多くの実験では、流れ方向の距離 x_1 が不明で、レイノルズ数の代表長さを境界層厚さにしているものが多い。そこで n と境界層厚さ δ_1 に基づくレイノルズ数 Re_{δ_1} との関係を求める。断面1における境界層運動量厚さを θ_1 とし、 θ_1 に基づくレイノルズ数を Re_{θ_1} とすれば、平板上に発達する圧縮性乱流境界層に対する運動量方程式⁽¹⁹⁾ より次式が導かれる。

$$\frac{dRe_{\theta_1}}{dRe_{x1}} = \frac{0.0131}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{4} M_{1e}^2\right)^{5/7}} (Re_{x1})^{-1/7} \dots \dots (8)$$

上式を $Re_{x1}=0$ のとき $Re_{\theta_1}=0$ の条件の下で積分し、両辺に δ_1/θ_1 を掛けて整理すると

$$Re_{\theta_1} = \frac{0.0153}{\frac{\theta_1}{\delta_1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{4} M_{1e}^2\right)^{5/7}} (Re_{x1})^{6/7} \dots \dots (9)$$

上式の θ_1/δ_1 の値は、定義より

$$\frac{\theta_1}{\delta_1} \equiv \int_0^1 \frac{\rho_1 u_1}{\rho_{1e} u_{1e}} \left(1 - \frac{u_1}{u_{1e}}\right) d\left(\frac{y}{\delta_1}\right) \dots \dots \dots (10)$$

また、境界層内で全温度が一定という仮定から、断面1における境界層内の密度 ρ_1 と境界層外縁の密度 ρ_{1e} の比 ρ_1/ρ_{1e} は、後述の式(19)で与えられる。した

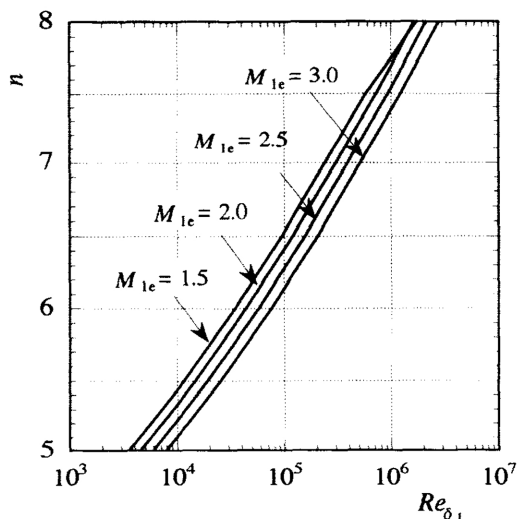


Fig. 6 Effects of Mach number and Reynolds number on velocity-profile parameter

がって、式(9)に式(6), (7), (10), (19)を代入すれば、 n と Re_{δ_1} の関係が得られる。

上述の計算法に基づく n の Re_{δ_1} に対する依存性を M_{1e} をパラメータとして図6に示す。図6より、 $M_{1e}=1.5\sim 3.0$ の範囲に対し、 n は M_{1e} にあまり依存せず、 Re_{δ_1} の増加とともに増加する。

次に、はく離点における境界層内の速度分布を考える。Tylerらはこの速度分布を $u_s/u_{se}=5(y/\delta_s)^4-4(y/\delta_s)^5$ と仮定している。しかし4・3節で述べるように、この速度分布を仮定すると、はく離点における境界層厚さ δ_s と干渉開始点における境界層厚さ δ_1 の比 δ_s/δ_1 は、実験値とかなり異なる。翼面上の衝撃波による乱流境界層のはく離を調べた実験的研究によれば、はく離領域における境界層内の速度分布は次式で表される⁽⁸⁾。

$$\frac{u_s}{u_{se}} = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\pi \frac{y}{\delta_s}\right) \right] \dots\dots\dots (11)$$

本論文では、断面Sにおける速度分布は上式で表されると仮定する。また図5の流線ABに沿う流れは等エントロピー流れとすると、断面1とSの境界層外縁の全圧に対して次式が成り立つ。

$$p_{01e} = p_{0se} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、添字0はよどみ点状態を示す。なお、式(12)の妥当性については、4・3節で述べる。

4・2 干渉開始点とはく離点の位置における諸量の関係

4・1節に示した諸式のままで計算が非常に面倒である。そこでこれらの式を簡略化するため、次のような断面にわたる平均流れを仮定する。すなわち流速 u 、音速 a 、温度 T の断面にわたる質量流量の重みつき平均値 \bar{u} 、 \bar{a} 、 \bar{T} を、それぞれ次式で定義す

る⁽²⁰⁾⁽²¹⁾。

$$\bar{u} \equiv \left(\int_0^{\delta} \rho u^3 dy / \int_0^{\delta} \rho u dy \right)^{1/2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{a} \equiv \left(\int_0^{\delta} a^2 \rho u dy / \int_0^{\delta} \rho u dy \right)^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

$$\bar{T} \equiv \int_0^{\delta} T \rho u dy / \int_0^{\delta} \rho u dy \dots\dots\dots (15)$$

密度 ρ については、断面を通る体積流量の重みつき平均値 $\bar{\rho}$ を次式で定義する。

$$\bar{\rho} \equiv \int_0^{\delta} \rho u dy / \int_0^{\delta} u dy \dots\dots\dots (16)$$

これらの平均化を行えば、各断面における完全気体の状態方程式は $\bar{p} = \bar{\rho} R T$ 、等エントロピーの関係式は $\bar{p}/\bar{\rho}^\gamma = \text{一定}$ 、エネルギー式は $C_p \bar{T} + \bar{u}^2/2 = \text{一定}$ となり、修正係数の必要はない。

次に、次式で定義される σ と ξ を導入する。

$$\begin{aligned} \sigma &\equiv \frac{\bar{\rho} \bar{u} \delta}{\int_0^{\delta} \rho u dy} \\ &= \frac{1}{\int_0^1 \frac{u}{u_e} d\left(\frac{y}{\delta}\right)} \left[\frac{\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{u}{u_e}\right)^3 d\left(\frac{y}{\delta}\right)}{\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \frac{u}{u_e} d\left(\frac{y}{\delta}\right)} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi &\equiv \frac{\int_0^{\delta} \rho u^2 dy}{\bar{u} \int_0^{\delta} \rho u dy} \\ &= \frac{\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{u}{u_e}\right)^2 d\left(\frac{y}{\delta}\right)}{\left\{ \left[\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \frac{u}{u_e} d\left(\frac{y}{\delta}\right) \right] \left[\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{u}{u_e}\right)^3 d\left(\frac{y}{\delta}\right) \right] \right\}^{1/2}} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

上式の σ と ξ の積 $\sigma\xi$ および σ^2 は、それぞれ通常の気体力学のテキスト⁽²²⁾で定義されている運動量修正係数および運動エネルギー修正係数と一致する。また検査体積内の全領域で全温度が一定で、断面1と断面Sの各断面内で静圧が一定であるという仮定より、ある断面の境界層内の密度 ρ と境界層外縁の密度 ρ_e の比 ρ/ρ_e は、エネルギー式より次のようになる。

$$\frac{\rho}{\rho_e} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \left[1 - \left(\frac{u}{u_e}\right)^2 \right]} \dots\dots\dots (19)$$

上式の ρ/ρ_e を式(17)と式(18)に代入すると、境界層内の速度分布と境界層外縁のマッハ数を与えることにより σ と ξ を計算することができる。

以上定義した各平均量と式(17)の σ および式(18)の ξ を用いて4・1節の基礎式を整理すると、式(2), (4), (5)より、

$$\frac{\delta_s}{\delta_1} = \frac{p_1}{p_s} \frac{\sigma_s}{\sigma_1} \frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_s} \sqrt{\frac{2 + (\gamma-1)\bar{M}_1^2}{2 + (\gamma-1)\bar{M}_s^2}} \dots\dots\dots (20)$$

上式の $\bar{M} (\equiv \bar{u}/\bar{a})$ は平均マッハ数で、境界層外縁

のマッハ数 M_e と次の関係がある。

$$\left(\frac{\bar{M}}{M_e}\right)^2 = \left(\frac{\bar{u}}{u_e}\right)^2 \left(\frac{a_0}{\bar{a}}\right)^2 \left(\frac{a_e}{a_0}\right)^2 = \frac{\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \left(\frac{u}{u_e}\right)^3 d\left(\frac{y}{\delta}\right)}{\int_0^1 \frac{\rho}{\rho_e} \frac{u}{u_e} d\left(\frac{y}{\delta}\right)} \left[\frac{2+(\gamma-1)\bar{M}^2}{2+(\gamma-1)M_e^2} \right] \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 a_0 はよどみ点状態の音速、 a_e は境界層外縁の音速である。次に、式(3)より

$$\frac{p_s}{p_1} = \frac{1 + \frac{\delta_s}{\delta_1} + 2\gamma \frac{\xi_1}{\sigma_1} \bar{M}_1^2}{1 + \frac{\delta_s}{\delta_1} + 2\gamma \frac{\xi_s}{\sigma_s} \frac{\delta_s}{\delta_1} \bar{M}_s^2} \dots\dots\dots (22)$$

また、式(12)より $p_{0se} = p_{01e}$ を考慮して

$$\frac{p_s}{p_1} = \frac{p_{01e}}{p_1} \frac{p_{0se}}{p_{01e}} \frac{p_s}{p_{0se}} = \left[\frac{2+(\gamma-1)M_{1e}^2}{2+(\gamma-1)M_{se}^2} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、式(20)の δ_s/δ_1 を式(22)に代入すると

$$\frac{p_s}{p_1} = \frac{1 + \frac{p_1}{p_s} \frac{\sigma_s}{\sigma_1} \frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_s} \sqrt{\frac{2+(\gamma-1)\bar{M}_1^2}{2+(\gamma-1)\bar{M}_s^2}} + 2\gamma \frac{\xi_1}{\sigma_1} \bar{M}_1^2}{1 + \frac{p_1}{p_s} \frac{\sigma_s}{\sigma_1} \frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_s} \left(1 + 2\gamma \frac{\xi_s}{\sigma_s} \bar{M}_s^2\right) \sqrt{\frac{2+(\gamma-1)\bar{M}_1^2}{2+(\gamma-1)\bar{M}_s^2}}} \dots\dots\dots (24)$$

式(23)と式(24)より、 p_s/p_1 を消去して整理すると

$$\bar{M}_s^2 = \frac{\sigma_s}{2\gamma\xi_s} \left(\frac{\sigma_1 \bar{M}_s}{\sigma_s \bar{M}_1} \sqrt{\frac{2+(\gamma-1)\bar{M}_s^2}{2+(\gamma-1)\bar{M}_1^2}} \left\{ 1 + 2\gamma \frac{\xi_1}{\sigma_1} \bar{M}_1^2 - \left[\frac{2+(\gamma-1)M_{1e}^2}{2+(\gamma-1)M_{se}^2} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \right\} + \left[\frac{2+(\gamma-1)M_{se}^2}{2+(\gamma-1)M_{1e}^2} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right) \dots\dots\dots (25)$$

図5の断面1の主流マッハ数 M_{1e} を既知とし、断面1とSにおける境界層内の速度分布をそれぞれ式(6)と式(11)で与えると、式(17)~(22)、(25)より、 δ_s/δ_1 と p_s/p_1 を陰的に計算することができる。

4.3 理論値と実験値の比較 干渉開始点における境界層厚さ δ_1 に対するはく離点における境界層厚さ δ_s の比 δ_s/δ_1 と主流マッハ数 M_{1e} の関係を図7に示す。実線と破線は、それぞれ本解析結果およびTylerらの方法による解析結果である。また白丸印は、シュリーレン写真から求めた本実験結果、黒丸印

は、垂直衝撃波と平板上の乱流境界層の干渉領域をピトー管によって測定した速度分布から測定した結果⁽¹³⁾、白三角印は、直管内の擬似衝撃波領域をレーザードップラー流速計で測定した速度分布からの結果⁽²³⁾、白四角印は、直管内の垂直衝撃波と乱流境界層の干渉領域を等密度干渉縞法により密度分布を測定して算

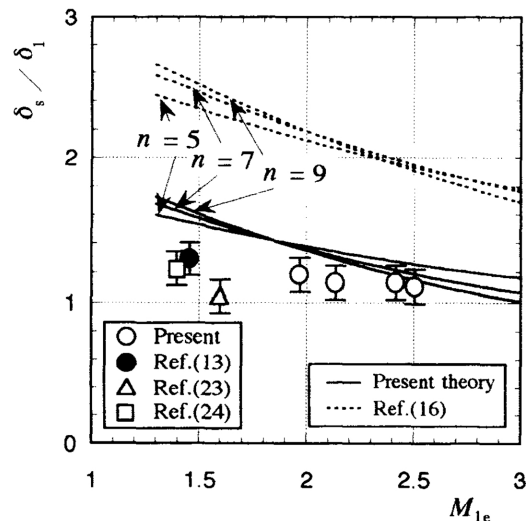


Fig. 7 Comparison of theory and experiment for variation of boundary layer thickness from onset of interaction to separation point

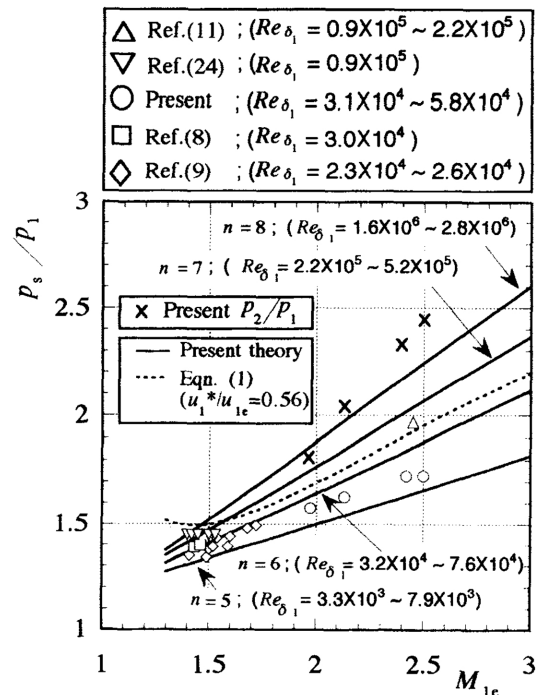


Fig. 8 Comparison of theory and experiment for separation pressure ratio

出した結果⁽²⁴⁾を示す。図7より、実線と破線のいずれの δ_s/δ_1 も n の値にあまり依存せず M_{1e} の増加とともにわずかに減少し、これは実験値の傾向と定性的に一致するが、本計算値のほうが破線の計算値より実験値とよく一致する。

次に干渉開始点における静圧 p_1 に対するはく離点における静圧 p_s の比 p_s/p_1 を M_{1e} に対して図8に示す。図8の実線は本方法において $n=5, 6, 7, 8$ とした場合の計算値で、図6より求めたそれぞれの n に対応する $Re_{\delta 1}$ の値は $10^3 \sim 10^4$, $10^4 \sim 10^5$, 10^5 , 10^6 のオーダーである。破線は式(1)において $u_1^*/u_{1e}=0.56$ としたときの計算値である。また本実験値、文献(8), (9), (11)および文献(24)の実験値が記入してあり、それぞれの実験値に対応する $Re_{\delta 1}$ の値を図8の上部に示してある。なお図8の×印は、図4(a)に示すように、先頭衝撃波の前枝衝撃波の壁面への延長線が壁面となす角 β の実験値を用いて斜め衝撃波前後の圧力比を計算した値である。

図8の○, □, ◇で示す実験値からわかるように、 $Re_{\delta 1}$ のオーダーが 10^4 のとき、 p_s/p_1 の値は M_{1e} の増加とともに増加する。また、△と▽で示す実験値からわかるように、 $Re_{\delta 1}$ のオーダーが 10^5 のとき、 p_s/p_1 の値は、 M_{1e} が増加すると増加する。さらに $M_{1e}=2.42$ のときの○で示す実験値と $M_{1e}=2.45$ のときの△で示す実験値を比較するとわかるように、 M_{1e} がほぼ同じとき、 p_s/p_1 の値は $Re_{\delta 1}$ が増加すると増加する。これは、 M_{1e} がほぼ同じときの▽と□で示す実験値を比較してもわかる。以上により、 p_s/p_1 の値は M_{1e} と $Re_{\delta 1}$ に依存し、いずれが増加しても大きくなるといえる。なお、図8の破線で示す従来の計算値 p_s/p_1 は M_{1e} のみに依存し、 $Re_{\delta 1}$ には関係しない。

次に、実線で示す本計算値からわかるように、 p_s/p_1 の値は、 n が一定(あるいは $Re_{\delta 1}$ がほぼ一定)の場合には、 M_{1e} の増加とともに増加し、 M_{1e} が一定の場合には、 n (あるいは $Re_{\delta 1}$)が大きいかほど大きい。また p_s/p_1 に関する本計算値は実験値と定量的によく一致する。

なお、図8の○と×でそれぞれ示す本実験値の p_s/p_1 と p_2/p_1 を比較すると、同じ M_{1e} に対して p_s/p_1 は p_2/p_1 より小さい。これは p_s/p_1 が境界層外縁の斜め衝撃波による圧力上昇より小さいことを意味する。この結果と本計算値が実験値と定量的によく一致していることより、式(12)の仮定は妥当であるといえる。

5. 結 論

広がり半角が 10° の二次元超音速ノズルを用いて、

衝撃波による乱流境界層のはく離を実験的に調べた。また衝撃波による乱流境界層のはく離に関する解析を行った。その結果を要約すると次のとおりである。

(1) 超音速ノズル内に乱流境界層をはく離させる強さの衝撃波が定在すると、ノズル壁面に沿う静圧は、干渉開始点から急激に上昇し、境界層のはく離点で折れ曲がりを生じる。この壁面静圧分布の折れ曲がり点の時間的平均位置は、シュリーレン写真から読取った衝撃波による乱流境界層のはく離点の平均位置にほぼ一致する。

(2) 乱流境界層のはく離点の位置の境界層厚さ δ_s と干渉開始点の位置の境界層厚さ δ_1 の比 δ_s/δ_1 は干渉開始点の位置の境界層内の速度分布指数 n にほとんど依存せず(したがって δ_1 に基づくレイノルズ数 $Re_{\delta 1}$ にほとんど依存せず)、干渉開始点の位置の主流マッハ数 M_{1e} が増加するとわずかに減少する。また δ_s/δ_1 に対する本計算値は、Tylerら⁽¹⁶⁾の方法による計算値より実験とよく一致する。

(3) 乱流境界層のはく離点の位置の静圧 p_s と干渉開始点の位置の静圧 p_1 の比 p_s/p_1 は、 M_{1e} が一定の場合には、 $Re_{\delta 1}$ の増加とともに増加し、 $Re_{\delta 1}$ が一定の場合には、 M_{1e} の増加とともに増加する。また、本論文で示した方法による p_s/p_1 の計算値は、管内の衝撃波および翼面上の衝撃波によるはく離に関する実験値と定量的によく一致する。

(4) 結論(3)の結果から、管内の衝撃波による乱流境界層のはく離について、干渉開始点からはく離点までの流れ場は M_{1e} と $Re_{\delta 1}$ のみに依存し、はく離点下流の流れ状態やはく離の発生仕方には依存しないという自由干渉の概念が適用できる。

最後に、本研究におけるスパーク光源用回路の製作には、本研究室の近藤信昭技官の助力を得た。また本研究は平成7年度文部省科学研究費の助成を受けた。あわせて深く感謝の意を表す。

文 献

- (1) Bogdonoff, S. M. and Kepler, C. E., *J. Aeronaut. Sci.*, **22**-6 (1995), 414-430.
- (2) Chapman, D. R., ほか2名, *NACA Rep.*, 1356 (1957), 421-460.
- (3) Zukoski, E. E., *AIAA J.*, **5**-10 (1967), 1746-1753.
- (4) Green, J. E., *J. Fluid Mech.*, **40**-1 (1970), 81-100.
- (5) Adamson, T. C., Jr. and Messiter, A. F., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **12** (1980), 103-138.
- (6) Arens, M. and Spiegler, E., *AIAA J.*, **1**-3 (1963), 578-581.
- (7) Herbert, M. V. and Herd, R. J., *ARC, R&M*, No. 3421 (1964).
- (8) Alber, I. E., ほか3名, *AIAA J.*, **11**-5 (1973), 620-627.

- (9) 松尾一泰・ほか3名, 機論, **61-581**, B (1995), 42-47.
(10) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, (1994), 114, 理工学社.
(11) Carroll, B. F. and Dutton, J. C., *J. Propuls. Power*, **6-2** (1990), 186-193.
(12) Gadd, G. E., ほか2名, *Proc. Roy. Soc., London*, **226** (1954), 227-253.
(13) Seddon, J., *ARC, R&M*, No. 3502 (1960).
(14) Law, C. H., *AIAA J.*, **12-6** (1974), 794-797.
(15) McCormick, D. C., *AIAA J.*, **31-1** (1993), 91-96.
(16) Tyler, R. D. and Shapiro, A. H., *J. Aeronaut. Sci.*, **20-12** (1953), 858-860.
(17) Tucker, M., *NACA Tech. Note*, 2045 (1950).
(18) Tucker, M., *NACA Tech. Note*, 2337 (1951).
(19) Shapiro, A. H., *Compressible Fluid Flow*, II (1954), 1089, Ronald Press.
(20) 鳥住保博, 機論, **58-549**, B (1992), 1650-1653.
(21) 宮里義昭・松尾一泰, 機論, **61-592**, B (1995), 4359-4365.
(22) 生井武文・松尾一泰, 圧縮性流体の力学, (1977), 51, 理工学社.
(23) Carroll, B. F. and Dutton, J. C., *J. Propuls. Power*, **8-2** (1992), 441-448.
(24) Atkin, C. J. and Squire, L. C., *Eur. J. Mech., B Fluids*, **11-1** (1992), 93-118.
-