

根拠の変容を促す算数科学習指導のあり方

伊 藤 優一郎 [鹿児島大学教育学部附属小学校]

The nature of mathematics teaching to encourage the transformation of the basis

ITO Yuichiro

キーワード：算数科指導、根拠の変容、数学的な見方・考え方、集団の学びを個に返す、学び合い

1 研究の背景

地球の維持可能性が叫ばれグローバル化が進み、多様な課題に民主的に対応せねばならない社会において、改めて算数の担う目的を整理し、どのような子ども像の基、どのような授業を展開していくかを明確にすることが一層重要になっている。

これまでの研究において、活用する良さを実感させる学習指導によって、「算数をともに作り出す楽しさを味わう子どもの育成」を目指し、授業創造を行ってきた。その際、子どもが論理を構築していくことで活用する良さを実感し目指す子どもの姿に近づくことができる事が明らかになった。なお、ここでの「論理」とは問題に対する答えやその求め方という結果だけではなく、「問題を解決するために根拠を拠り所としながら、納得がいくように数理的に処理していく解決の道筋（過程）」であり、それが自他に納得されたときに構築したと捉える。そしてこれまでの研究においては、子どもたちが目指す形に近づくためには数学的な考え方を表しながら論理を追求し続けられるようになることが大切であると考え、以下の授業創造の基本的な考え方を明らかにした。

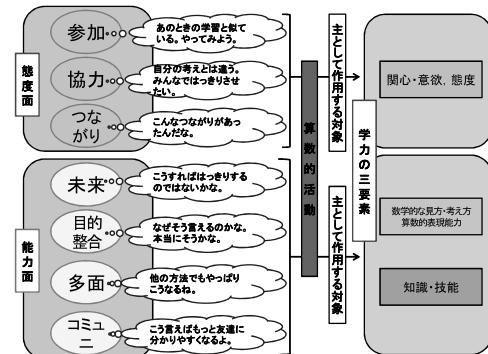
(1) 子どもの算数観を変容させる授業創造

「公式に当てはめればよい。」「問題を解けばよい。」といった「結果としての算数観」ではなく、「考え方の多様性を追求することは楽しい」「既習の考え方とつなげて考えることで、算数は創っていく」などといった「過程としての算数観」をもたせることが、論理を追求し続けていくとする子どもの基盤になるとと考えた。

(2) 7つの力や態度を発揮させる授業創造

子どもが自分の論理を構築していくためには、学びの課程に寄り添いながら数学的な考え方の表

出を図ることが大切であると考えた。そこで論理の構築に必要となる4つの能力面を「思考力・判断力」から3つの態度面を「関心・意欲・態度」から見いだし図1のように「7つの力や態度」として整理した。これらを発揮させることを授業創造の視点として、数学的な考え方を基にした子どもの考えを引き出す過程が明らかになるとを考えた。



【図1 7つの力や態度と学力の3要素の関係性】

(3) 「7つの力や態度」の目標への具体化と算数的活動の構成

そして、おもに題材の捉え方と7つの力や態度を視点とする内容設定の在り方について取り組んできた。その概要は以下の通りである。

まず、既習経験等から題材の系統性を捉えて、概念形成過程と大切な内容や活動等を明らかにする。それを基に、題材の位置とねらいを捉えていく。

次に、題材に関する子どもの実態を明らかにし、それを題材のねらいと照らし合わせるときに、ねらいとの差や起りうる課題を想定する。そして、それらを乗り越えていくために必要となる7つの力や態度を考え、それを題材の目標に反映して具

体化を図っていく。

さらに、題材の学習過程に沿って連続・発展していく子どもの「問い合わせ」と「まとめの考え方」を想定し、7つの力や態度の発揮を支視点に、毎時間の算数的活動を設定していく。

2 研究の方向

今回はこれまでの授業創造の考え方を踏襲し、一単位時間への具体化を図っていく必要がある。なぜならば、子どもたちが7つの力や態度を発揮しながら問題を解決していく際、友達の考えを解釈したり、推測したりして、それを自分で説明する姿が見られたものの、自他が納得するまでに至らない場面があったからである。これは論理を構築するための拠り所となる根拠に要因があると考える。

ここでいう論理とは、学習課題や学習問題に対する答えやその求め方という結果ではなく、「なぜそうなったか」「なぜそのように考えたのか」と根拠を問うことによって引き出された解決の道筋である。その論理が構築されるには、論理の拠り所となる根拠が共有され、互いに価値を感じることが必要となる。課題となる場面は、「なぜそのように考えたのか」という根拠を知り、互いの考えを解釈推測しやすい状況であったものの、直感的なものから学習内容の本質を捉えた根拠への変容が十分ではなく、論理が連続・発展せず、さらには、その根拠が価値を感じて納得されにくい状況になっていたと考える。

そこで論理を追求し続ける授業を創造するためには子どもの考えに内存する根拠を、子ども同士が価値を感じて互いに納得するものへと変容させていく学習指導が必要であると考える。そして、学習指導で欠かせないものが「互いの思いや考え方を擦り合わせながら見方・考え方を高める相互の関わり合い」つまり、学び合いであると考える。

3 根拠の変容を促す学習指導の基本的な考え方

(1) 根拠の変容とは

まず、学習課題に出会った際に、子どもたちはそれぞれに根拠もち、それを拠り所としながら、

考えとして表現する。この段階においての根拠は素朴で曖昧なものであったり誤概念を含んだものであったりしても十分であると考える。数量に関する理解や概念を子どもが直感的に表現した状態を把握することは、学習指導上で有効であり、子どもにとっては根拠を意識することで、問題を解決していく一歩になるからである。この段階を「根拠の表出」とする。

次に問題を解決していく過程において、自他の根拠をもとに比較・関係付けることにより、確かさや不確かさ不十分さに気付き、自らの根拠が揺さぶられる。そして、「どのようにすればよいか」と視点をもって根拠を見直すことで、その根拠が数量に対する理解を深めたり、既習の知識と繋がったりした内容の本質を捉えた根拠へと高まり始める。この段階を「根拠の反省」とする。

そして、学習課題に対する答えやその求め方と、「なぜそうなったのか」「なぜそう考えたのか」という根拠を、言葉や数、図などの表現をもとに捉えたり、他の場面によって確かめたりすることにより、自分の根拠の高まりと確かさを実感する。この段階を「根拠の再編」とする。

つまり、素朴で曖昧な根拠や誤概念を含んだ直感的な根拠が数学的な考え方によって、「表出」「反省」「再編」という段階を経ながら、学習内容の本質を捉えたものに高まるこれを「根拠の変容」と捉える。

(2) 根拠の変容を促す学習指導とは

根拠の変容を促す学習指導とは、「一単位時間での各学習過程において数学的な考え方（4つの能力面）」を発揮させながら、曖昧であったり、直感的であったりする根拠を引き出し、それらを比較関係付けてすり合わせることによって、学習内容の本質を捉えた根拠に高めていく学習指導と捉えた。そして、さらに具体的に捉るために、根拠を変容させる「表出」「反省」「再編」の各段階における学び合いはどのような様相であるかを、根拠の変容を促す数学的な考え方をもとに整理し、一単位時間の学習指導の枠組み（モデル）を構築していくことにした。

◇ 根拠の表出

「根拠の表出」の段階は、おもに学習過程の「学

習課題の受け止め」及び「試行Ⅰ」になると考える。そして、「根拠の表出」をさせることは、これから論理を構築していく上での根拠や、学習課題から発展的に考える際の根拠を選んでいけることをねらいとしている。

こうしたねらいを達成するために、「～は～だよ。だって、…だから」といった類推的な考え方（未来）や演繹的な考え方（コミュニケーション）を発揮させながら、多様な考えやその根拠をもつことができる学習課題の設定が必要となる。そして、「どうしてそう考えたのか」と教師が内容と結びつけながら根拠を引き出し、自他の根拠を比較・関係付けることで、多様な根拠にふれ、自分の状態を知ることができるような学び合いを生起させる必要がある。そうすることが自分なりの根拠をもち、問題を解決していく拠り所になると考える。

◇ 根拠の反省

「根拠の反省」の段階は、おもに学習過程の「学習問題の焦点化」及び「試行」になるとを考える。そして、根拠を反省させることは、「問い合わせ」をもち、問題の所在を明らかにして、根拠を高めていくための視点に気付くことをねらいとしている。

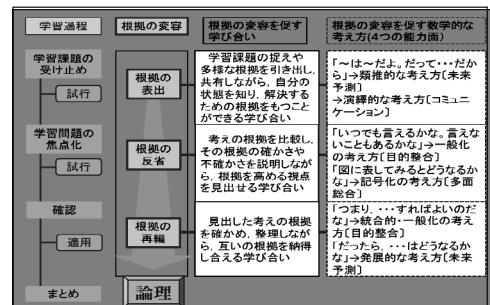
こうしたねらいを達成するために、「いつでも言えるのは…」「上手くいかない場合は…」といった一般化の考え方（目的整合）や「この方法ではなく、図に表してみると分かりやすいのでは…」といった記号化の考え方（多面）を発揮させながら「問い合わせ」や「視点」をもつことができる場が必要となる。「問い合わせ」は、自らの根拠を学習課題や他者の根拠と比較することで、そこにずれや不十分さなどを感じることで生まれる。そして、その「問い合わせ」の解決のために、自分の考え方と「比較の対象（既習の知識、表記、処理方法、考え方、教師が提示する新たな課題、他者の根拠など）」を出合わせることで、複数の側面から問題の所在を明らかにし、解決していくけるような学び合いを生起させる必要がある。そうすることで「何が不十分であるのか」「改善していくためにはどのような視点が必要であるか」に気付き、根拠を変容し高めていくことにつながると考えている。

◇ 根拠の再編

「根拠の再編」の段階は、主に「確認」「適用」

になるとを考える。そして、「根拠を再編」させることは、根拠の確かさを実感し、互いの納得を得ることをねらいとしている。

こうしたねらいを達成するために、「言い方は違ったけれど、つまり～ということだな」という一般化の考え方（目的整合）や「だったら～になるとどうなるのかな」という発展的な考え方（未来）が発揮されるような確認や振り返りができる場が必要となる。そして、「なぜそうなったのか」「なぜそういうえるのか」と教師が問うことで、高まった根拠が引き出され、それを板書にある言葉や数、図などの表現をもとに捉えたり、適用問題によって確かめたりしながら根拠の高まりを実感できる学び合いを生起させる必要がある。そうすることが互いに納得を得る根拠となり、論理を構築していくことになると考える。これらをまとめたものが図2「根拠の変容を促す学習指導の枠組み」である。



【図2 根拠の変容を促す学習指導の枠組み】

4 学習指導の具体化

根拠の変容を促す学習指導の具体化について以下のような流れで進めていく。

(1) 根拠の想定

まず、題材の位置とねらいについて、これまで同様、授業創造の考え方をもとに設定する。一方で、子どもたちの実態と照らし合わせ、必要となる7つの力や態度を吟味し、題材の目標へ具体化していく。

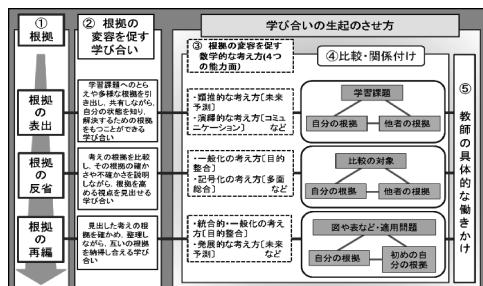
次に、概念形成過程の中で、見出される「問い合わせ」と「まとめの考え方」、そこへ至るまでの考え方を想定し、7つの力や態度の発揮を視点に算数的活動を構成していく。

そして、これまでの題材の捉えに基づき、根拠がどのように変容していくかを考えながら表出される根拠と再編された根拠を想定していく。その際に次のような手順で想定していく。

- ① 算数的活動の設定時に想定した「まとめの考え方」から必要となる根拠を想定する。
- ② 題材の系統性と題材の位置とねらいから、これまでの子どもが獲得してきた根拠を抽出し、子どもの実態を加味して「表出される根拠」を想定する。

(2) 7つの力や態度と教師の働きかけの具体化

根拠を想定したら、まずそれが表出され、高まつたりするための学び合いを設定することが必要である。そして、設定した学び合いを生起させるためには、そこで発揮される数学的な考え方（4つの能力面）が何と何を比較・関係付けることによりよく発揮されるのか、そのために教師のどのような働きかけを必要としているのかを見いだしていく。ただし、実際に具体化していく際は、学び合いを生起させるための「数学的な考え方（4つの能力面）」「比較・関係づけ」「教師の具体的な働きかけ」は、行きつ戻りつして3つの整合性を図りながら設定していくことが大切である。これらをまとめたものが、図3「教師の具体的な働きかけを見いだす手順」となる。



【図3 教師の具体的な手立てを見いだす手順】

5 根拠の変容を促す学習指導の実際

根拠の変容を促す学習指導の実際について、第5学年「割合とグラフ」と第4学年「面積」をもとに述べていく。

(1) 第5学年「割合とグラフ」の実際

これまでに子どもたちは、長さやかさなどの2量を比較して、その関係を表す活動を通して、倍

の見方や倍を表すのに小数を用いる表し方などを学習してきている。また、基準量を1としたときに、比較する量がその何倍であるかという関数の考えを深めている。このような学習を通して、子どもたちは、割合の素地となる見方を養ってきていている。

そこで、本題材では様々な2量の関係を明らかにする活動を通して、割合の意味や表し方について理解し、基準量を1とする見方を広げることをねらいとしている。また、2量について基にする基準量に対して、他方の大きさがどれくらいに当たるかを考えた関数の考え方や、基準量を1、10、100と置き換えて割合自体の大きさは変わらないとする統合的な考え方をより深めていくこととする。

根拠の変容を促す学習指導

5年 [割合]

根拠の変容	学習過程	問い合わせ まとめの考え方	7つの力や態度	算数的活動
2量の有意味な提示	学習課題	どちらが上手いといえるかな。 5より7の方が多いよ。 でも、他に全数が分からない どちらともいえないよ。 必要な量は何かな。 シマートの全体数と入った数 の2量。	量に関わったくなるよう に。【参加】	根拠の表出
1量をそろえると差が よくて比較できる。	試行1	③が上手いと言えるときは、 どのように考えたのか。 全体の数がそろっているとき は、入った数で比べられる。 入った数がそろっているとき は、全体の数で比べられる。 金額の数もそろった数をそろ ていないときどのように 考えるのか。	見方を話した くなるように 【コミュニケーション】 【未来】	【学習課題へのとらえ や多様な考え方、根拠を共 有する算数的活動】
2量をまとめて比較		④が上手いと言えるときは、 どのように考えたのか。 全体の数がそろっているとき は、入った数で比べられる。 入った数がそろっているとき は、全体の数で比べられる。 金額の数もそろった数をそろ していないときどのように 考えるのか。		
全体量をそろえると部 分量で比較できる。	試行2	いも7/10と表してみたよ うを5/8と表してみたよ。 7/10と表したときの全体 はどう言えばよいのか。 全体は10/10、つまり1だ。 ③にも同じことが言えるよ。 それぞれ、全体を1として見 ることで、そろえるよね。 置き換えることで、ばらば らな量をそろえることができ て、比べられるね。	これまでの学 習を生かして、いろいろな 表現で表し たくなるよう に 【協力】 【多面】 【目的整合】	【考え方の根拠を比較し、 その根拠の確かさや不 確かさを説明する活動】
部分量をそろえると、全 体量で比較できる。		全体量も部分量もそろ えること、置き換えてそろ えることで、比較できる。	答えを自らの 言葉で整理し たくなるよう に 【つながり】 【目的整合】	【根拠の再編】 【確かに考え方の根拠を 確かめ、整理する活動】
部分量も全量もそろ っていいだ。				

【図4 一単位時間の根拠の変容】

るものである。さらには、2量の関係を割合を使って表したり、帯グラフや円グラフで割合を表したりする活動に意欲的に取り組み、自分なりの「問い合わせ」を連続・発展させていくとする態度を育てることもねらいとしている。

このような題材の位置とねらいのもとに図4のような根拠の変容を想定した。次に、以下のよう

(3) 実際

過程	主な学習活動	時間	教師の具体的な働きかけ
学習課題の受けとめ 試行	1 学習課題を受けとめる。 どちらがうまいといえるかな。 Ⓐ 5 Ⓑ 7 (1) どちらが上手か考える。 (2) 足りない数について考える。 ・ 全部で何本シートしたのかな。 (3) Ⓑがうまいといえる数を考える。 ・ 全体の数が同じ時は、入った数が大きいときに上手いといえる。 ・ 入った数が同じ時は、全体の数が小さいときに上手いといえる。	15	○ 必要とするシートの入った情報を比較してとらえ見やすくするために、ばらばらに置かれシートの数のカードを並べ替えさせる。 ○ 全体数が加わっても、部分量をそろえることで比較することができるという根拠を引き出すために、Ⓑがうまいといえる場合で具体的な数字を発表させる。 ○ そのままではそろえられない場合があることに気付かせるために、「だったら、いつでも同じ見方で比べられるかな」と問い合わせ、比べ方が違う場面を発表させる。
学習問題の焦点化 試行	2 学習問題を焦点化する。 入った数も全体もちがうときは、どのようにして比べたらいいかな。	25	○ 全体を1と置き換えて比べるという根拠を引き出すために、まず図で表記した子どもの考えを取り上げる。次に、分数とテープ図の中の位置を関連付けて考えさせるために、テープ図の目盛りには分数がないことを指摘し、位置を記入させる。そして、全体が10／10つまり1となることに気付かせるために、テープ図の中に1の表される位置を記入させる。【学び合いウエ】
確認	3 考えたことを発表する。 入った数 全体の数 Ⓑ Ⓒ 7 10 5 8 Ⓐは、7／10と表すことができるよ。 Ⓑを表した図 7／10 0 7 10 ここは10／10で1だよ。 5／8も全体が1でそろったね。 小数にしてもそろえられるよ。 全体を1に直してそろえれば、二人の上手さを比べることができた。 入った数や全体の数がちがっても全体を他の数に置きかえてそろえることで、比べることができる。	5	○ 全体を1と置き換えてみると比べることができることに気付かせるために、5／8も図示させ、何がそろっているのか、説明させる。 ○ 1に置き換えてそろえる見方が確かにできることを確認するために、外した数が同じであることを例示し、その考え方の不確かさを説明させる。
まとめ	4 学習のまとめをする。		

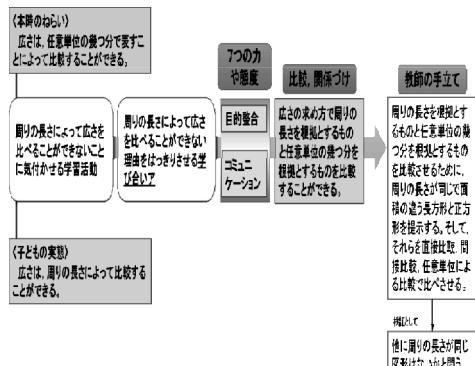
な目標と展開を想定して本時を構成した。

① 本時目標 (1／10)

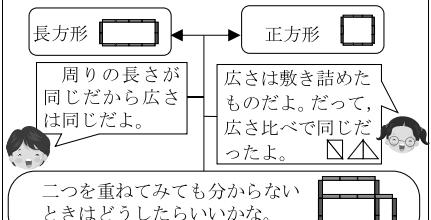
シートのうまさを比べる活動を通して、シートのうまさは全体量と部分量の関係で比べればよいことに気付くとともに、差の見方だけでなく割合の見方についても理解することができる。

② 本時の展開に当たって

ここでは、割合の見方で表したシートのうまさの確かさをとらえさせることが大切である。



(3) 実際

過程	主な学習活動	時間 (分)	教師の具体的な働きかけ
学習課題の受けとめ	1 学習課題を受け止める。 どちらの花だんが広いでしょうか。 		○ 広さの根拠の違いを明確にするために、花壇の中の何を見て判断したか具体的な数を説明させるようする。その際に、「い組は幾つで、ろ組は幾つだからそう思った」と发問する。
試行	(1) 自分なりの考え方をもつ。 ・ ブロックで数えると周りの長さが同じどちらも同じ広さだ。 (2) 互いに気付いたことを発表する。 ・ 周りの長さで、広さは比べることができるよ。 ・ 同じ縦横 1 ますの幾つかで、広さは比べることができるよ。 2 学習問題を焦点化する。 広さはどのようにして比べたらよいのだろうか。		○ 周りの長さを根拠に比較していることに気付かせるために、「周りの長さがいくつであればい組が大きいと言えるかな」と尋ねる。【根拠の表出】 ○ 任意単位により比較している根拠を引き出すために、図形に書き加えている線や数えた数の記入を取り上げるようにする。
試行	3 自分なりの方法で解決し、気付いたことを発表し、話し合う。【学び合いア】  長方形  ← → 正方形  周りの長さが同じだから広さは同じだよ。 広さは敷き詰めたものだよ。だって、広さ比べで同じだったよ。 二つを重ねてみても分からないときはどうしたらいいかな。 はみ出した部分を切って 1 ますずつで区切って 広さは、周りの長さに関係なさそうだ。 他に周りの長さが同じ広さの図形はあるかな。 周りの長さが同じだけ狭いよ。 周りの長さは広さに関係ないね。 4 本時の学習について振り返る。 図形の広さは、重ねたり、ある広さの幾つかで表したりすればよい。 5 本時の学習のまとめをする。		○ 自分の考えの根拠がどちらであるか立場をはっきりさせ、問題を焦点化するために、自分の今の考えをノートに書かせるようにする。 ○ 広さを比べる方法として、直接比較や間接比較などを想起させるために、これまで比べた量(重さや長さ)の学習の例を取り上げるようにする。 ○ 広さが、周りの長さに関係なく任意単位の幾つかで表されることに気付かせるために、はみ出した部分を切って比べる方法と 1 ますずつ区切って比べる方法を比較させる。その際、なぜ周りの長さでは広さを表すことができないのか、同じ広さで長さが違う图形で反例を説明させるようにする。【根拠の反省】 ○ 任意単位による比較のよさに気付かせるために、「どちらがどれだけ広いだろうか」と尋ねる。 ○ 広さが単位の幾つかで表される根拠を確かめるために、別の图形でも比較できるか確かめの問題を解かせるようにする。【根拠の再編】 ○ 自他の学びの変容を実感させるために、本時で分かったことや気付いたことをノートに書かせるようにする。
確認			
まとめ			

そこで、差の見方の不確かさを説明したり、「シートした数」(全体量)と「入った数」(部分量)から導かれた分数や小数の意味を話し合ったりする学習活動を設定する。その際、シート結果を表したテープ図を用いて全体量や部分量、分数や小数の位置を考えさせながら展開していく。

(2) 第4学年「面積」の実際

本時の学び合いの設定を教師の具体的な手立てと併せて次のように設定した。

【図5 具体的な学び合いと手立て】

① 本時目標 (1 / 10)

周りの長さが同じ正方形と長方形の広さを比べる活動を通して、切ったり重ねたりして同じ图形に変形させたり、同じ形の图形を敷き詰め、その幾つかになるかを数えたりすれば、広さを比べられることに気付き、広さの比較や測定の方法を深めることができる。

② 本時の展開に当たって

本時の指導では、単に広さを直接比較や間接比較、任意単位による比較をしたりして大小を決めるだけでなく、周りの長さに関係ないことや広さを数値化することから、広さの概念や測定することの

よさに気付かせることが大事である。そこで、周りの長さが同じ正方形と長方形を比較させ、二つの図形を測定することによって広さについての学び合いの場を設定する。

(3) 結果と考察

① 第5学年「割合とグラフ」

- 根拠の変容は、反省の段階で差による考え方を発表する子どもたちがいたことから想定通り割合による見方に変容していたと考える。
- 分数表記は、データの表記の変形なのか、割合の見方による数表記なのか区別することが難しく、割合の見方に対する根拠の変容は次時にもつながっていくと考える。

② 第4学年「面積」

- 根拠の表出の段階で、周りの長さによる考え方で解いていた子どもが、最後に友達の考えを聞いて考えが変わったと発表する場面が見られ、面積の捉えの変容を見ることができた。
- 実態として、面積という概念の前に「大きさ」についてどのように子どもたちが捉え、整理し本時に望んでいるかによって面積の捉え方も変わってくるので、実態の詳細な分析が更に必要である。

6 研究の成果と課題

(1) 成果

- 表現した基となる根拠を引き出したことで、結果のみを追うことなく、過程を発表したり、友達と比べることで、共通点や差異点を発表したりする場面が見られるようになった。
- 根拠の変容を想定したこと、学習過程における子どもの姿が明確になり、学び合いや具体的な手立てを算数的活動として明確にイメージしやすくまた、分析もしやすくなった。

(2) 課題

- 根拠の変容には、付加的なものや深化的、転用といった複数の特徴があり、それに伴う教師の具体的な手立てにも共通した手立てが今後見いだせる可能性がある。

【主な参考文献】

- 文部科学省「小学校学習指導要領」（東洋館出版社 平成20年）

○文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」

（東洋館出版社 平成20年）

○杉山吉茂「初等科数学科教育学序説」（東洋館出版社 2008年）

