

RBFモデルとGAによる連続時間非線形システムの同定法

八野 知博*・真鍋 覚志**・実成 義孝*・高田 等*

Identification Method of Continuous-time Nonlinear Systems via RBF Model and GA

Tomohiro HACHINO, Satoshi MANABE, Yoshitaka MINARI
and Hitoshi TAKATA

This paper deals with an identification of continuous-time nonlinear systems using a radial basis function (RBF) model. The Butterworth filter is introduced as a delayed state variable filter, which evaluates higher order derivatives of input and output signals. The RBF model is linear in adjustable weights, so they can be determined using the linear least-squares method. The centers and widths of the RBF and the cutoff frequency of the state variable filter are properly determined by a genetic algorithm. Simulation results are shown to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words : 同定, 非線形システム, 連続時間システム, RBFモデル, GA

1. まえがき

ほとんどの実システムは連続時間システムで、非線形性を有している。一般にこのようなシステムの解析や制御などを行うには、その精度良いモデルが必要となる。このため、近年連続時間非線形システムに対する同定法の重要性が認識されつつある [1,2]。

本稿では、Radial Basis Function (以下RBFと記す)モデル [3,4] と遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; 以下GAと記す) [5] を用いた連続時間非線形システムの一同定法を提案する。本手法では、まず遅延型状態変数フィルタ [1,6] によりフィルタリングを施された入出力信号とこれらの高次微分を求める。次に未知の非線形関数をRBFを用いて表現する。得られたRBFモデルはパラメータに関して線形であるので、この同定問題は従来の最小二乗法により容易に解ける。ここで、本同定法の精度は、遅延型状態変数フィルタのカットオフ周波数とRBFの形状、すなわちRBFの中心と幅により大きく左右される。本稿では、これらの要素を生物の遺伝と進化を模倣したGAにより決定する。シミュレーション実験により、データに数%程度の観測

雑音が存在する場合においても、精度良い同定結果が得られることを確認した。

2. 問題設定

次の一入出力連続時間非線形システムを同定の対象とする。

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x(t) + f(\mathbf{z}(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u(t) \quad (1)$$
$$(i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l, a_0 = 1, n \geq m)$$
$$\mathbf{z}(t) = [p^{n-n_1} x(t), p^{n-n_2} x(t), \dots, p^{n-n_k} x(t),$$
$$p^{m-m_1} u(t), p^{m-m_2} u(t), \dots, p^{m-m_l} u(t)]^T$$

ここで、 $u(t)$ および $x(t)$ はそれぞれ入出力信号を表し、 $f(\cdot)$ は未知非線形関数を表す。 p は微分演算子である。 $n, n_i (i=1, 2, \dots, k), m, m_j (j=1, 2, \dots, l)$ は既知とする。本稿では、入出力データから未知の非線形関数 $f(\cdot)$ と、線形項に含まれるパラメータ $\{a_i, b_j\}$ を同定する。

3. 同定

3-1 遅延型状態変数フィルタの導入

(1)式において、直接微分操作を施すことは雑音の影響を強く受けるので好ましくない。そこで、信号の高次微分を取り扱うために、次の状態変数フィルタ $F(p)$ を導入する。

平成11年5月31日受理

*電気電子工学科

**博士前期課程電気電子工学専攻

$$F(p) = \frac{1}{p^q + \gamma_1 p^{q-1} + \dots + \gamma_q} \quad (q > n) \quad (2)$$

$F(p)$ を(1)式の両辺に掛けると、

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x^F(t) + F(p)f(\mathbf{z}(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u^F(t) \quad (3)$$

ここで、

$$\begin{cases} x^F(t) = F(p)x(t) \\ u^F(t) = F(p)u(t) \end{cases} \quad (4)$$

$x^F(t), u^F(t)$ およびこれらの高次微分は(4)式から得ることができる。

さて、 $F(p)$ として時間遅れ特性を持つ遅延型状態変数フィルタを選べば、フィルタと非線形関数の交換が可能となる [1,6]。すなわち $F(p)f(\mathbf{z}(t)) = f(F(p)\mathbf{z}(t)) = f(\mathbf{z}^F(t))$ が成立するので、(3)式は

$$\sum_{i=0}^n a_i p^{n-i} x^F(t) + f(\mathbf{z}^F(t)) = \sum_{j=0}^m b_j p^{m-j} u^F(t) \quad (5)$$

となる。一般にバターワースフィルタは適切に選ばれたカットオフ周波数 ω_c 以下では時間遅れ特性を有する [7]。そこで本稿では、 $F(p)$ として次のバターワースフィルタを用いる。

$$\begin{aligned} F(p) &= \prod_{i=1}^q \frac{1}{(p/\omega_c - \tau_i)} \\ &= \frac{1}{(p/\omega_c)^q + \gamma'_1 (p/\omega_c)^{q-1} + \dots + \gamma'_q} \\ \tau_i &= \exp(j\theta_i), \quad \theta_i = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{2i-1}{q} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

なお、適切な ω_c の決定については、4 節で述べる。

3-2 Radial Basis Function モデルの導出と同定

一般に、RBF モデルの出力は次式で表される。

$$f(\mathbf{x}) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i g_i(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|) \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^r$, $g_i(\cdot)$ は基底関数、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルム、 $\lambda_i (0 \leq i \leq M)$ は重みパラメータ、 $\mathbf{c}_i \in \mathbf{R}^r (1 \leq i \leq M)$ は RBF の中心、 M は中心の個数である。基底関数 $g_i(\cdot)$ は次のガウシアン基底関数を用いる。

$$g_i(\nu) = \exp(-\nu^2/\beta_i^2) \quad (8)$$

ただし、 β_i は正の実数であり、RBF の幅を表す。

ここで、(7)式において $\mathbf{x} = \mathbf{z}^F(t), r = k+l$ とおくと、(5)式の $f(\mathbf{z}^F(t))$ は

$$f(\mathbf{z}^F(t)) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i g_i(\|\mathbf{z}^F(t) - \mathbf{c}_i\|) - \varepsilon(t) \quad (9)$$

と表される。ただし、 $\varepsilon(t)$ は近似誤差である。

(9)式を(5)式に代入すると、次の同定モデルが得られる。

$$p^n x^F(t) = \Phi^T(t)\Theta + \varepsilon(t) \quad (10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= [\phi_1^T(t), -\phi_2^T(t)]^T \\ \phi_1(t) &= [-p^{n-1} x^F(t), \dots, -p^{n-1} x^F(t), \dots, -x^F(t), \\ &\quad p^m u^F(t), \dots, p^m u^F(t), \dots, u^F(t)]^T \\ &\quad (i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l) \\ \phi_2(t) &= [1, g_1(\|\mathbf{z}^F(t) - \mathbf{c}_1\|), \dots, g_M(\|\mathbf{z}^F(t) - \mathbf{c}_M\|)]^T \\ \Theta &= [\theta_1^T, \theta_2^T]^T \\ \theta_1 &= [a_1, \dots, a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_j, \dots, b_m]^T \\ &\quad (i \neq n_1, n_2, \dots, n_k, j \neq m_1, m_2, \dots, m_l) \\ \theta_2 &= [\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]^T \end{aligned}$$

(10)式に最小二乗法を適用すると、未知パラメータベクトルは次のように得られる。

$$\hat{\Theta} = \left[\sum_{k=N_1+1}^{N_1+N} \Phi(t_k)\Phi^T(t_k) \right]^{-1} \left[\sum_{k=N_1+1}^{N_1+N} \Phi(t_k)p^n x^F(t_k) \right] \quad (11)$$

ただし、 N は入出力データ数である。したがって、線形項に含まれるパラメータは $\hat{\theta}_1$ 、非線形関数は

$$\hat{f}(\mathbf{z}^F(t)) = \phi_2^T(t)\hat{\theta}_2 \quad (12)$$

と同定できる。

4. GA による RBF と状態変数フィルタの最適化

本同定アルゴリズムの精度は、RBF の中心 $\{\mathbf{c}_i\}$ と幅 $\{\beta_i\}$ および状態変数フィルタのカットオフ周波数 ω_c に左右される。また、観測雑音が存在する場合、状態変数フィルタのカットオフ周波数 ω_c は雑音除去効果と時間遅れ特性の双方を満足しなければならない。これは一般に複雑な非線形最適化問題となる。本節では GA によりこれらの要素を決定する手法を提案する。

4-1 コーディングおよびデコーディング

RBF の中心の個数 M を固定する。RBF の中心、幅および状態変数フィルタのカットオフ周波数 $\Omega = \{\{\mathbf{c}_i\}, \{\beta_i\}, \omega_c\}$ の各要素を L_j ビットの二進符号で表し、Fig.1 のように結合して一つの文字列を作成する。

$c_1, \dots, c_i, \dots, c_M$	$\beta_1, \dots, \beta_i, \dots, \beta_M$	ω_c
-------------------------------	---	------------

Fig.1 Coding

Ω の各要素 $\alpha_j (j=1, 2, \dots, 2M+1)$ に対応する部分の二進文字列を十進表現に変換した値を A_j とすると、

$$\alpha_j = \frac{\alpha_{j,max} - \alpha_{j,min}}{2^{L_j} - 1} A_j + \alpha_{j,min} \quad (13)$$

によってデコーディングされる。ただし、 $[\alpha_{j,min}, \alpha_{j,max}]$ は各要素 α_j の探索範囲である。各要素の探索範囲は概ね次のように決定すればよい。まず、 $\{c_i\}$ の探索範囲はデータ領域とする。また、 $\{\beta_i\}$ の探索範囲はデータ領域において基底関数の形状がほとんど変化しなくなる $\{\beta_i\}$ の値を上限とする。さらに、 ω_c の探索範囲は入力の周波数成分からその数倍程度までとする。

4-2 最適化アルゴリズム

まず、二進文字列から構成される Ω の初期候補集団をランダムに発生させ、これらの候補から定められる同定モデルを構成する。次に、 ω_c の各候補集団により規定される状態変数フィルタの候補を用いてフィルタリング操作を施し、 $x^f(t), u^f(t)$ およびこれらの高次微分を求める。さらに、各同定モデルおよびフィルタリング操作を施された信号を用いて、未知パラメータベクトルの候補を3節の同定法により推定し、出力誤差に基づいて適応度を求める。遺伝的操作を繰り返し、集団の適応度を高めることにより、準最適な同定モデルと状態変数フィルタを得る。

具体的なアルゴリズムを以下に示す。

step 1: 初期化

Q 個の二進文字列（個体）から構成される Ω の初期候補集団をランダムに発生させる。

step 2: デコーディング

(13)式によりデコーディングを行う。

step 3: RBFモデルの構築とフィルタリング

デコーディングされた候補 $\hat{\Omega}_i (i=1, 2, \dots, Q)$ より、 Q 個のRBFモデルの候補を構築する。さらに、 ω_c の各候補により規定される状態変数フィルタの候補を用いてフィルタリング操作を施し、 $x^f(t), u^f(t)$ およびこれらの高次微分を求める。

step 4: 同定

各RBFモデルの候補、およびフィルタリングされた信号の候補を用いて、(11)式により $\hat{\Theta}_i (i=1, 2, \dots, Q)$ を同定する。

step 5: 適応度計算

$\hat{\Omega}_i$ および $\hat{\Theta}_i$ を用いて目的関数

$$J_i(\hat{\Omega}_i, \hat{\Theta}_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=N+1}^{N+N} (x(t_k) - \hat{x}(t_k))^2 \quad (14)$$

を求め、適応度 $F_i = 1/J_i$ を計算する。ただし、 $\hat{x}(t)$ は

推定モデルの出力である。

step 6: 複製

適応度に比例した選択確率で複製を行う適応度比例戦略を用いる。すなわち、各個体は $F_i / \sum_{j=1}^Q F_j$ の確率で複製する。ただし、実際には初期収束を防ぐため、適応度のスケールリングを施すことにより求めた新たな適応度に基づいて複製を行う [5]。

step 7: 交叉

ランダムに個体のペアを $Q/2$ 個作成し、交叉確率 P_c で交叉を行う。すなわち、ランダムに交叉点を選び、交叉点の前後で文字列を入れ換える。

step 8: 突然変異

突然変異確率 P_m で個体の各遺伝子（0あるいは1）を反転させる。

step 9: 繰り返し

以後 step 2~step 8 を停止条件が満たされるまで繰り返し、集団全体の適応度を高める。なお、上記アルゴリズムにおいてエリート保存戦略を用いる。

最終的に全世代において最も高い適応度を有する個体から、準最適な Ω 、すなわち $\{c_i\}$ 、 $\{\beta_i\}$ および ω_c を得る。よって、準最適なRBFモデルおよび遅延型状態変数フィルタが得られることになり、このモデルが最終的な同定結果となる。

5. シミュレーション実験

次の連続時間非線形システムを同定の対象とする [1]。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + f(\mathbf{z}(t)) = b_0 u(t) \\ f(\mathbf{z}(t)) = (0.8 + 2.0x^2(t))\dot{x}(t) + 4.0x(t) \\ b_0 = 4.0 \end{cases} \quad (15)$$

ただし、 $\mathbf{z}(t)$ は $k=2, l=0, r=k+l=2$ の $\mathbf{z}(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^T$ である。

入力信号 $u(t)$ として帯域幅 5 [rad/s] のランダム信号を用いた。出力 $x(t)$ には NS 比 5% の白色雑音を加えた。入出力データはそれぞれ $N=5000$ 個（サンプリング周期 $T=0.01$ [s]）を使用した。遅延型状態変数フィルタとして3次のバターワースフィルタを使用した。RBFの中心の個数は $M=50$ とした。GAの設定パラメータは以下の通りである。最大適応度が10世代の間改善されないとき遺伝的操作を停止した。

1. 個体数 $Q=100$
2. 文字列の総ビット数 $L=760$
 $\{c_i\}$ 、 $\{\beta_i\}$ については各5ビット、 ω_c については10ビット
3. 交叉確率 $P_c=0.8$
4. 突然変異確率 $P_m=0.03$

探索範囲はそれぞれ $\{c_i\}$: $[-2.67 \sim 2.43]$, $[-2.99 \sim 3.44]$, $\{\beta_i\}$: $[0.01 \sim 50.00]$, ω_c : $[5.0 \sim 20.0]$ とした。

決定された RBF の中心 $\{c_i\}$, 幅 $\{\beta_i\}$ および重みパラメータ $\{\lambda_i\}$ を Table 1 に示す。また, 状態変数フィルタのカットオフ周波数は $\omega_c = 14.326$ [rad/s] と決定された。

線形項のパラメータは $\hat{b}_0 = 3.985$ と推定され, 真値 4.0 に極めて近い値が得られた。Fig.2 に真の出力 $x(t)$ と本手法により推定されたモデルの出力 $\hat{x}(t)$ および $|x(t) - \hat{x}(t)|$ を示す。なお, 真の出力とモデルの出力は, 同定用データとは異なる入力に対して求めた。本図よりモデルの出力は真の出力とよく一致していることがわかる。

Fig.3 は世代に対する最大適応度の推移を示す。世代

Table 1 Centers, widths and weights of the RBF

i	c_i	β_i	λ_i
0	-	-	-6.61E+04
1	(0.91, -1.54)	32.29	9.44E+05
2	(0.74, -0.51)	45.17	1.53E+06
3	(-0.23, 1.78)	24.25	5.39E+05
4	(1.39, -2.17)	11.37	7.96E+01
5	(2.36, 3.44)	32.29	-8.94E+05
6	(-2.34, -2.58)	19.42	1.64E+05
7	(-0.88, 1.16)	14.59	2.02E+05
8	(1.72, -0.30)	25.86	-1.59E+06
9	(-0.23, 0.95)	21.03	1.56E+05
10	(2.36, -0.51)	46.78	-4.20E+05
11	(0.26, 1.57)	11.37	-1.05E+04
12	(-0.23, -0.92)	24.25	-1.37E+06
13	(0.74, 0.74)	14.59	7.46E+05
14	(-1.85, -1.96)	35.51	-9.07E+04
15	(-0.23, 1.16)	4.93	-2.11E-01
16	(-1.20, -1.13)	9.76	-1.16E+05
17	(-1.04, 0.53)	9.76	7.44E+04
18	(-0.56, -0.92)	50.00	-2.73E+04
19	(-2.66, 2.61)	27.47	2.43E+06
20	(-1.20, 2.40)	41.95	-1.17E+06
21	(-2.18, -1.54)	38.73	3.03E+06
22	(-0.07, -0.92)	37.12	-1.46E+06
23	(0.09, -0.30)	6.54	-1.06E+03
24	(-1.04, 1.37)	38.73	-1.49E+06
25	(-0.56, 1.99)	45.17	6.62E+05
26	(0.74, 2.17)	25.86	1.45E+06
27	(1.72, 0.71)	16.20	-4.05E+05
28	(-1.20, 1.78)	48.39	-1.18E+06
29	(-0.88, -2.38)	9.76	4.97E+04
30	(0.74, 1.16)	30.68	2.40E+05
31	(-1.69, 2.40)	17.81	-3.08E+05
32	(0.74, -2.58)	35.51	5.96E+05
33	(-2.02, 0.33)	29.07	5.78E+05
34	(0.26, -0.71)	48.39	1.12E+06
35	(-1.04, -0.92)	30.68	-1.83E+06
36	(-2.02, -2.79)	14.59	4.49E+04
37	(1.39, 0.53)	0.10	8.08E+00
38	(0.09, 1.57)	14.59	-7.77E+05
39	(0.42, -1.75)	24.25	3.27E+05
40	(0.42, 0.95)	22.64	5.40E+05
41	(-1.04, -2.79)	35.51	-2.04E+06
42	(-2.50, -1.34)	24.25	-9.58E+05
43	(2.36, 2.40)	4.93	-8.68E+01
44	(-2.34, 3.44)	29.07	-1.93E+06
45	(0.91, 0.74)	21.03	9.74E+05
46	(-1.37, 3.03)	4.93	-2.13E+02
47	(1.72, -0.71)	24.25	-6.40E+05
48	(-0.23, 1.99)	30.68	1.21E+06
49	(-2.50, -0.92)	6.54	9.69E+02
50	(1.72, 1.16)	41.95	1.75E+06

が進むにつれて最大適応度は増加していることがわかる。

6. あとがき

本稿では, 遅延型状態変数フィルタによる RBF モデルを用いた連続時間非線形システムの同定法を提案した。RBF モデルはその重みパラメータに関して線形となるため, 非線形システムの同定を線形パラメータ問題に帰

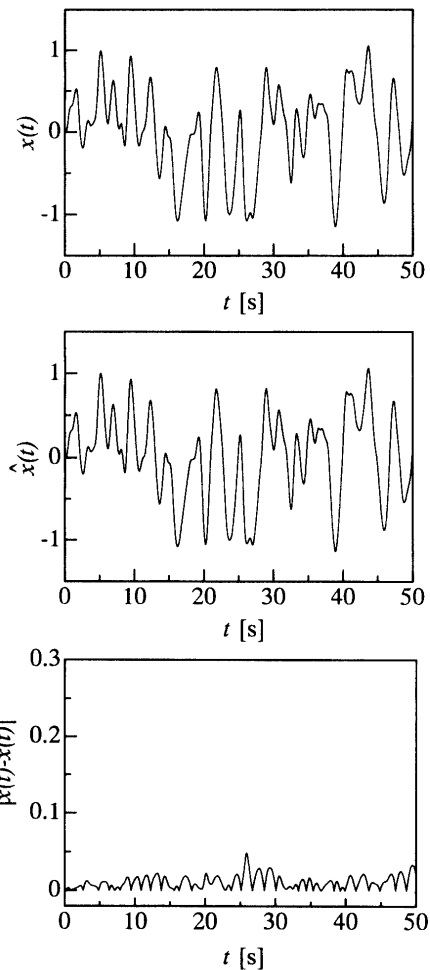


Fig.2 True output, output by the estimated model, and difference between them

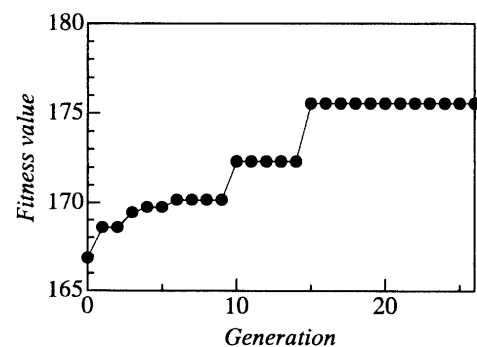


Fig.3 The best of fitness value generation number

着させることができ、従来の最小二乗法を適用することができる。また、遅延型状態変数フィルタのカットオフ周波数とRBFの中心および幅をGAにより決定することを提案した。シミュレーション実験により、本手法の有効性を確認した。

なお、RBFの中心の個数の最適化などが今後の課題である。

参考文献

- [1] K. M. Tsang and S. A. Billings, "Identification of Continuous Time Nonlinear Systems Using Delayed State Variable Filters", *Int. J. Control*, Vol.60, No.2, pp.159-180 (1994)
- [2] 金春植, 和田清, 平沢宏太郎, 村田純一, "ニューラルネットワーク誤差補償器を用いた非線形連続系の同定", *電気学会論文誌*, Vol.114-C, No.5, pp.595-602 (1994)
- [3] S. Chen, S. A. Billings, C. F. N. Cowan and P. M. Grant, "Non-linear Systems Identification Using Radial Basis Functions", *Int. J. System Sci.*, Vol.21, No.12, pp.2513-2539 (1990)
- [4] S. Chen, S. A. Billings and P. M. Grant, "Recursive Hybrid Algorithm for Non-linear System Identification Using Radial Basis Function Networks", *Int. J. Control*, Vol.55, No.5, pp.1051-1070 (1992)
- [5] D. E. Goldberg, "*Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*", Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1989)
- [6] R. H. Kohr, "A Method for the Determination of a Differential Equation Model for Simple Nonlinear Systems", *IEEE Trans. on Electronic Computers*, Vol.12, pp.394-400 (1963)
- [7] 谷萩隆嗣, "デジタル信号処理の理論 2", コロナ社 (1985)