

Krstić手法とチェビシェフ多項式同定による Extremum Seeking制御について

高田 等* 田村 竜一郎** 菊永 孝志* 八野 知博*

ON EXTREMUM SEEKING CONTROL VIA KRSTIĆ APPROACH AND CHEBYSHEV POLYNOMIAL IDENTIFICATION

Hitoshi TAKATA, Ryuichiro TAMURA, Takashi KIKUNAGA and Tomohiro HACHINO

While the mainstream methods of adaptive control deal only with regulation to known set points or reference trajectories, in many applications the set point should be selected to achieve a maximum of an uncertain reference-to-output map. For this problem, Krstić et al. developed an extremum seeking control, which came up with a frequency domain conception for feedback scheme.

In this paper we propose a modification of Krstić type extremum seeking control aimed at achieving the maximum operating point more rapidly than it. This modification method includes an additive term based on Chebyshev polynomial identification to the feedback scheme of Krstić type. The proposed approach is applied to a Monod model of a bioreactor. Simulation results show that this is able to reach a maximum operating point much swiftly.

Keywords: Extremum seeking control, Adaptive control, Krstić approach, Chebyshev polynomial, Identification

1. まえがき

フィードバック制御系が、制御対象の特性変化、非線形性の存在、および環境の変化にもかかわらず制御性能を維持するのは、広く知られた事実である。この不確定環境状況の下で制御を行なうものとして適応制御がある。適応制御の主流は、運転点が既知か、基準軌道や規範モデルが与えられる場合が多い¹⁾²⁾。これに対し、最適運転点が未知で、これをオンラインで探索しつつ運転する適応制御の一つとして、Extremum Seeking 制御がある^{3)~13)}。本研究は、1920年代にはじまり1950~1960年代は、盛況な時期であった。そ

の後、約30年間休眠状態になるが、1990年代から再び活発化し始めた。現在は例えばKrstićグループに代表されるように、精力的な研究がなされている⁸⁾⁹⁾¹²⁾。Extremum Seeking 制御の適用には次の多種多様がある。

- (1) 化学や生物の攪拌プロセス
- (2) ガス炉燃焼プロセス
- (3) 粉砕プロセス
- (4) 自動車エンジンの発火点角度制御器
- (5) 磁気浮遊フライホイール制御器
- (6) 太陽電池や電波望遠鏡のアンテナ調整器
- (7) タービンや風車の羽根調整器、等々。

2004年8月31日受理

* 電気電子工学科

** 博士前期課程電気電子工学専攻

さてKrstićらは、低域フィルタ、高域フィルタ、積分器および正弦波強制振動項を用いたフィードバック制

御により、周波数領域の立場から Krstić 型 Extremum Seeking Control(K-ESC) を提案した⁸⁾⁹⁾¹²⁾。この手法は対象物の不確定モデルに関するダイナミクスを基に導出されたものでなく、しかも構造が簡単であることから実用的である。ただし K-ESC は最適運転点探索と移行に時間がかかり、その間の非最適運転による損失が大きい。

そこで本論文では K-ESC の最適運転点移行時間を短縮した、いわゆる K-ESC の改良型 (Modification of K-ESC, MK-ESC) を考察した。すなわち、まず評価関数式をチェビシェフ多項式で同定する。その最大値である最適点と K-ESC 値との差の二乗誤差を最小にする補正量を求める。この補正量を K-ESC 量に付加したものを MK-ESC 量とする制御法である。

最後に連続攪拌器の生成物最大化問題の Monod モデルに本手法を適用した。シミュレーション実験の結果、本手法の MK-ESC は K-ESC に比べ、最適運転点移行時間の大幅な短縮化がなされ、改善が確認された。

2. K-ESC

制御対象 (プラント) として未知パラメータを含む次の 1 入力 1 出力の非線形システムを考える。

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \theta(t), u(t)) \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) \quad (2)$$

ただし、 t : 時刻、 $\cdot = d/dt$ 、 $x \in R^n$: 状態ベクトル、 $u \in R$: 入力、 $y \in R$: 出力、 f と h : 非線形関数、 $\theta \in R$: 未知パラメータ。

評価関数は (1) 式の平衡点状態 $\{z: f(z, \theta, u) = 0\}$ に対し

$$J(u) = h(z, u) \quad (3)$$

で与えられる。

図-1 は K-ESC(Krstić 型 Extremum Seeking Control) のフィードバック構成図を示す。ただし、 $k > 0, a > 0, \omega_l \leq \omega_h$ である。

ここで制御量は、

$$u(t) = \hat{u}(t) + a \sin \omega t \quad (4)$$

である。強制振動項 $a \sin \omega t$ は、 f や h のシステム変化

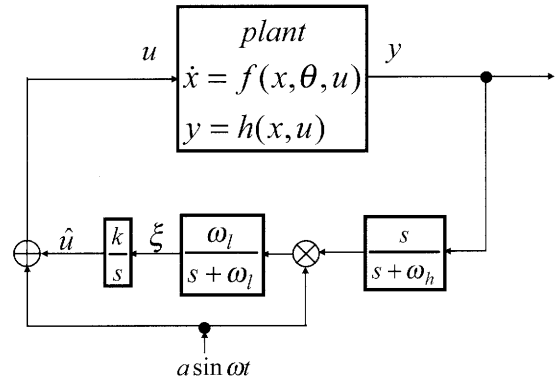


図-1 K-ESC feedback scheme

の場合にも、常に $J(u) \leq J(u^*)$ なる最適値 u^* へ u を移行するための常時監視機構である。 $s/(s + \omega_h)$ は高域フィルタで、 y の直流成分を消去する。次に、 $(s/(s + \omega_h))y$ に含まれる $\sin \omega t$ の項に、 $a \sin \omega t$ が乗じられると直流成分 ξ が発生し、これを低域フィルタ $\omega_l/(s + \omega_l)$ で抽出する。積分器 k/s によって、 $\hat{u} = (k/s)\xi$ の傾きが決定され、 \hat{u} が最適値 u^* の方向へ移動する (参考文献 [8] 参照)。K-ESC は構造が簡単で実用的であるが、 u の u^* 移行に時間がかかる。これを短縮するため次の K-ESC の改良型を考える。

3. MK-ESC

3.1 データ収集

サンプリングタイム Δ に対し、時刻 $t = k\Delta$ の、 y と u の値をそれぞれ $y_k = y(k\Delta)$ および $u_k = u(k\Delta)$ と記す。追加修正項の計算を時刻 $t = \tau_i = k_i\Delta (i = 1, 2, 3, \dots)$ で行うものとする。その際の評価式同定の、収集初期時刻を $\zeta_i = k_{i(start)}\Delta$ とする。一般に制御が進み定常運転点状態へ近づけば x が平衡点 z へ近づくことから評価値を

$$J_k(u_k) = h(z, u_k) \cong h(x, u_k) = y_k \quad (5)$$

と近似する。すなわち評価値 $J_k(u_k)$ を出力値 y_k で近似しよう。よって、 ζ_i から τ_i 時までの収集データが $\{J_k(u_k), u_k : k = k_{i(start)}, \dots, k_i\}$ として貯えられる。

3.2 チェビシエフ同定

制御領域を $D = [u_{min}, u_{max}] \subset R$ とする。規格化関数

$$\eta(u) = \frac{(u - m)}{p} \quad (6)$$

を導入し、基準領域 $D_0 = [-1, 1]$ へ変換する。ただし

$$\begin{aligned} \eta &: D \rightarrow D_0 \\ m &= (u_{max} + u_{min})/2 \\ p &= (u_{max} - u_{min})/2. \end{aligned}$$

次のチェビシエフ多項式を導入する。

$$\begin{aligned} \phi_r(u) &= \cos(r \cdot \cos^{-1} \eta(u)) \\ (r &= 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

すなわち

$$\begin{aligned} \phi_0(u) &= 1 \\ \phi_1(u) &= \eta(u) \\ \phi_2(u) &= 2\eta^2(u) - 1 \\ \phi_3(u) &= 4\eta^3(u) - 3\eta(u) \\ \phi_4(u) &= 8\eta^4(u) - 8\eta^2(u) + 1 \\ \phi_5(u) &= 16\eta^5(u) - 20\eta^3(u) + 5\eta(u) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (7)$$

評価関数をチェビシエフ多項式表現する。

$$\begin{aligned} J(u) &= \Phi(u)^T C + \omega \\ &= C_0 + C_1 \phi_1(u) + C_2 \phi_2(u) + \dots + C_N \phi_N(u) \\ &\quad + \omega \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} C &= [C_0, C_1, C_2, \dots, C_N]^T \\ \Phi(u) &= [1, \phi_1(u), \phi_2(u), \dots, \phi_N(u)] \\ \omega &= error \end{aligned}$$

二乗誤差：

$$\sum_{k=k_i(start)}^{k_i} (J_k(u_k) - \Phi(u_k)^T C)^2$$

に対し最小二乗法を用いて係数を

$$\hat{C} = \left[\sum_{k=k_i(start)}^{k_i} \Phi(u_k) \Phi^T(u_k) \right]^{-1}$$

$$\times \left[\sum_{k=k_i(start)}^{k_i} \Phi(u_k) J_k(u_k) \right]$$

と定める。このとき (3) 式の評価関数が

$$\begin{aligned} \hat{J}(u) &= \Phi^T(u) \hat{C} \\ &= \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \phi_1(u) + \hat{C}_2 \phi_2(u) + \\ &\quad \dots + \hat{C}_N \phi_N(u) \end{aligned} \quad (8)$$

と近似される。

3.3 極値探索

(8) 式 $\hat{J}(u)$ の最大点 u^* を逐次探索で求める。

$$\begin{aligned} \hat{J}(u) &= \max_u \{ \hat{J}(u) : u = p(2j/L - 1) + m, \\ &\quad j = 0, 1, 2, \dots, L \} \end{aligned} \quad (9)$$

ただし L は $D_0 = [-1, 1]$ の分割数。

特に、チェビシエフ多項式次数が $N = 2$ の場合、 u^* は以下の通り解析的に求まる。すなわち (8) 式は

$$\hat{J}(u) = \hat{C}_0 + \hat{C}_1(u-m)/p + \hat{C}_2(2(u-m)^2/p^2 - 1) \quad (10)$$

なので

$$\frac{\partial \hat{J}(u)}{\partial u} = \frac{\hat{C}_1}{p} + \frac{\hat{C}_2 4(u-m)}{p^2} = 0 \quad (11)$$

より

$$u^* = m - \frac{p \hat{C}_1}{4 \hat{C}_2} \quad (12)$$

となる。よってこの時の $J(u^*) = y^*$ は

$$y^* = \hat{C}_0 + \hat{C}_1 \frac{u^* - m}{p} + \hat{C}_2 \left(\frac{2(u^* - m)^2}{p^2} - 1 \right) \quad (13)$$

である。

3.4 修正項

ここで重みつき二次形式誤差関数：

$$g(u) = (\hat{J}(u) - y^*)^2 + R(u - u^*)^2 \quad (14)$$

を導入する。ただし、 $R \geq 0$ は重みで、 $g(u^*) = 0$ である。

(14) 式の 1 次式は

$$g(u) = A_k + B_k(u - u_k) \quad (15)$$

ただし

$$A_k = g(u_k), \quad B_k = \frac{\partial g(u)}{\partial u} \Big|_{u=u_k} \quad (16)$$

である。 u が u^* に十分近いとき、 $g(u) \cong g(u^*)$ となるので、このときの (15) 式 u を

$$u_{k+1} = u_k - \frac{A_k}{B_k} = u_k + \mu \quad (17)$$

とおく。すなわち $t = (k+1)\Delta$ において τ_i ごとに、K-ESC の制御量 u に

$$\mu = -\frac{A_k}{B_k} \quad (18)$$

を付加する。またはその m 個の平均

$$\mu = -\sum_{j=0}^{m-1} (A_{k-j}/B_{k-j})/m \quad (19)$$

とする。特にチェビシェフ多項式次数 $N = 2$ の場合、(10)(16) 式より

$$\begin{aligned} A_k &= (y_k - y^*)^2 + R(u_k - u^*)^2 \\ B_k &= 2(\hat{J}(u_k) - y^*)(\hat{C}_1/p + \hat{C}_2 4(u_k - m)/p^2) \\ &\quad + 2R(u_k - m) \end{aligned}$$

である。図-2 に本手法である MK-ESC(Modification of K-ESC) の構成図を示す。

ただし A/D(analog/digital) は Δ 時間ごとにサンプリングするサンプラー (sampler) である。

D/A(digital/analog) は Δ 時間保持するホールダ (Holder) であり、ここでは一定値保持の零次ホールダとする。本 MK-ESC は (4) と (18) 又は (19) 式から

$$u(t) = \hat{u}(t) + a \sin \omega t + \mu(t) \quad (20)$$

である。

4. 数値シミュレーション

連続攪拌生成物反応器内の生物生産最大化問題を考える。このときの最もシンプルな数式表現の 1 つは次の Monod モデルである。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x, \theta, u) = x_1 \left(\frac{x_2}{(\theta + x_2)} - u \right) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x, \theta, u) = u(1 - x_2) - \frac{x_1 x_2}{(\theta + x_2)} \\ y &= h(x, u) = x \cdot u \end{aligned}$$

ただし、 x_1 : 生物濃度、 x_2 : 基質濃度、 u : 希釈率、 θ : 飽和定数、 y : 生物生産率。シミュレーション実験として次を用いた。 $\theta = 0.02$ 、強制項 $a \sin \omega t = 0.03 \sin 0.08t$ 、 $\omega_h = 0.2$ 、 $\omega_l = 0.02$ 、 $k = 5$ 、初期値 $u(0) = 0.6$ 。このときの最適運転点状態は $u^* = 0.860$ 、 $x_1^* = 0.877$ 、 $x_2^* = 0.123$ 、 $J(u^*) = 0.754$ である。サンプリングタイムは $\Delta = 0.06[\text{sec}]$ 、チェビシェフ多項式同定周期は $\tau_i = \tau_{i-1} + 3[\text{sec}] (i = 0, 1, 2, 3, \dots, \tau_0 = 0)$ すなわち $3/\Delta = 50[\text{step}]$ 。同定用データ収集初期時刻が 3 秒前の $\zeta_i = k_i(\text{start})\Delta = (k_{i-1} + 1)\Delta$ 。図-3 は (18) 式すなわち (19) 式で $m = 1$ のときの、本手法の MK-ESC と、Krstić の手法 K-ESC に対する u の時間変化である。図-3 は、 u が最適運転値 u^* に到達するのに K-ESC が約 400 秒要するのに対し、MK-ESC は約 150 秒に短縮されたことを示している。図-4 は、図-3 の場合の y の時間変化である。図-5 と 6 はそれぞれ $m=1$ のときの MK-ESC の u と y の時間変化を示す。図-7 と 8 は $m = 4$ の場合の u と y のものである。図中図-3 の一部と図-5、および図-4 の一部と図-6 は同一結果である。図-5 と図-7 の比較より、データの平均化によって小刻み変動は押さえられるが、 u の u^* への到達時間が伸びる傾向にある。以上の結果から本手法による K-ESC 改善が実証された。

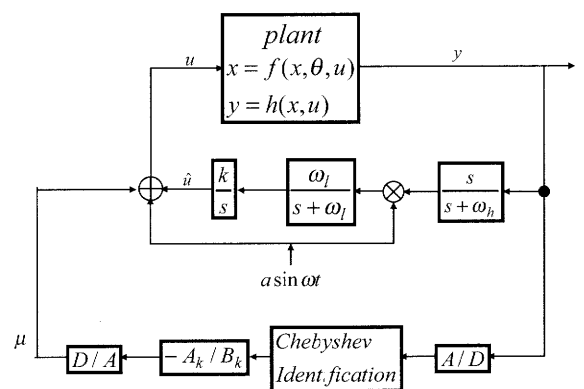


図-2 MK-ESC scheme

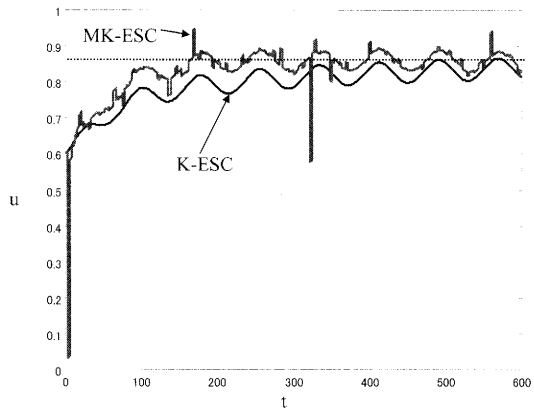


图-3 The time response of u

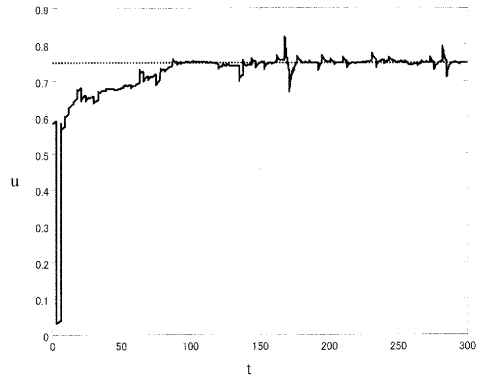


图-6 y when $m = 1$

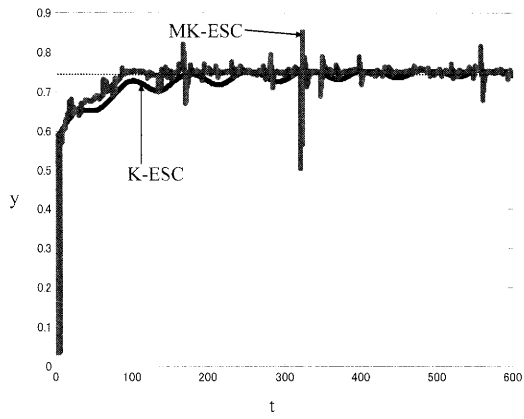


图-4 The time response of y

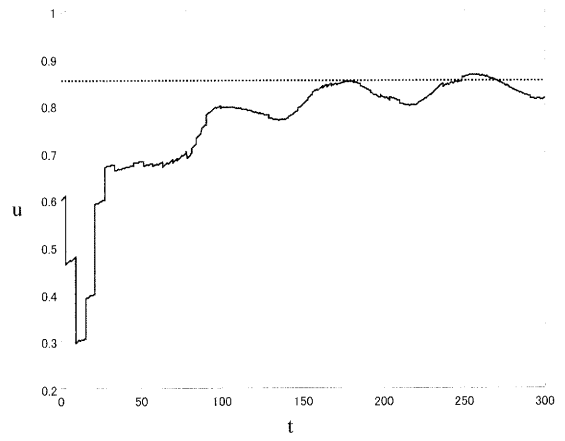


图-7 u when $m = 4$

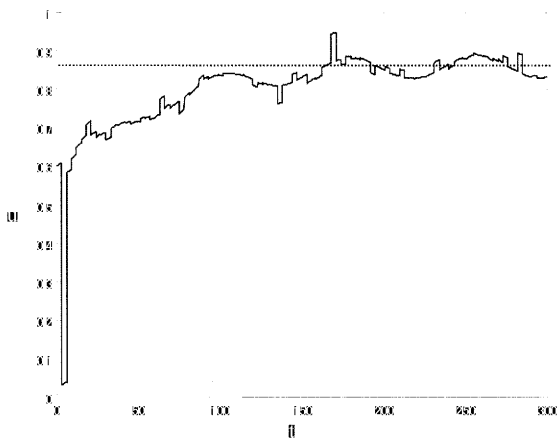


图-5 u when $m = 1$

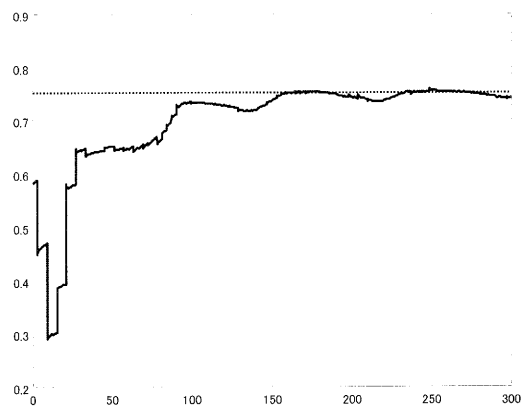


图-8 y when $m = 4$

5. 緒言

以上、Krstić 型 Extremum Seeking Control の一改良形について考察した。チェビシエフ多項式同定と二次形式最適化による制御補正項の追加により、最適運転点移行の短縮が大幅に改善された。Monod モデルに対する数値シミュレーション実験により、その有効性が確認された。しかし、本補正項追加は、制御量の小刻みな変動の原因になっているので更なる改善が必要である。これらに関しては、今後に残された研究課題である。

参考文献

- 1) システム制御情報学会：「適応機構を含む制御特集号」，システム／制御／情報，Vol.42， No.6 (1998)
- 2) 計測自動制御学会：特集「適応学習制御システムの新展開」，Vol.40，No.10 (2001)
- 3) G.D'ans, D. Gottlieb and P. Kokotović: Optimal Control of Bacterial Growth , *Automatica*, Vol.8, pp.729-736,(1972)
- 4) J.Sternby: Extremum Control Systems-An Area for Adaptive Control?, Joint American Control Conference, San Francisco CA, WA2-A, (1980)
- 5) P.E. Wellstead and P.G. Scotson: Self-tuning Extremum Control, *IEE Proceedings, Pt. D*, Vol.137, No.3, pp.165-175, (1990)
- 6) G.Bastin and J.F.Van Impe:Nonlinear and Adaptive Control in Biotechnology: A Tutorial, *European Journal of Control*, pp.37-53, (1995)
- 7) B.J.Allison, J.E. Ciarniello, P. J-C. Tessier and G.A.Dumont: Dual Adaptive Control of Chip Refiner Motor Load, *Automatica*, Vol.31, No.8, pp.1169-1184, (1995)
- 8) M. Krstić and H-H.Wang; Design and Stability Analysis of Extremum Seeking Feedback for General Nonlinear Systems, *Proc. 36th CDC, IEEE*, pp.1743-1748, (1997)
- 9) H-H. Wang, M. Krstić and G. Bastin: Optimizing Bioreactors by Extremum Seeking, *Int. J. Adapt Control Signal Process*, Vol.13, pp.651-669, (1999)
- 10) J.L.Speyer, R. N. Banavar, D. F. Chichka and I. Rhee: Extremum Seeking Loops with Assumed Functions, *Proc. 39th CDC, IEEE*, pp.142-147, (2000)
- 11) G. C. Walsh: On the Application of Multi-Parameter Extremum Seeking Control, *Proc. American Control Conference*, pp.411-415, (2000)
- 12) K. B.Ariyur and M. Krstić: Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control, John Wiley Sons, Inc., (2003)
- 13) H. Takata, D. Matsumoto and T. Hachino: An Extremum Seeking Control via Chebyshev Polynomial Identification and LQ control, *Journal of Signal Processing*, Vol.7, No.6, pp.509-515, (2003)