

研究資料

英国ナショナルカリキュラムにおける数学 [Ⅱ] 「図形」領域, 「データの処理」領域の学習計画

植村 哲郎¹⁾, 藤田 太郎²⁾, 増山 聡³⁾

(2002年10月15日 受理)

Mathematics in the National Curriculum of the United Kingdom [Ⅱ] :
Study Programmes for "Shape, space and measure" and "Handling data"

UEMURA Tetsuro · FUJITA Taro · MASUYAMA Satoshi

要 約

イギリスでは1989年以来, 義務教育段階ではそれまで存在しなかったナショナルカリキュラム(国家教育課程)を, 新たに制定し実施している。我が国の学習指導要領より多様な視点から教育活動を規定している。各教科毎に, 指導内容, 指導方法, 到達目標, 評価方法などの他, 国家算数基礎能力計画も実施され, 初等・中等教育段階における, 生徒の学力向上への国家的な取り組みが行われている。本稿は, 国家教育課程・数学の「形, 空間, 測定」「データの処理」の学習計画の部分翻訳したものである。

イギリスの国家教育課程 (National Curriculum) 数学の構成

イギリス(イングランド・ウェールズ)では, 指導内容や方法などの教育課程の決定権は, 従来「地方教育当局」の管理のもと, 各学校の校長にあった。しかし, 1970年代に入り経済の不振とともに, 義務教育段階に通う児童・生徒の低学力の深刻化が指摘され, 教育課程の国家統一の必要性の声が高まった。そして, 様々な議論を経た後, 「1988年教育改革法」により『国家教育課程』が導入された。

ここで指導される教科は, 学校教科の中で特に重視される「中心教科」としての, 国語(English), 数学, 科学の3教科と, また「基礎教科」として歴史, 外国語等の9つの教科が設けられている。

1) 鹿児島大学 2) グラスゴー大学 3) 鹿児島大学大学院

数学科の目標・内容等を規定しているのは、『国家教育課程 数学』（現在は資格・教育課程機関(QCA)が作成している)であり、1989年に初版が導入され、1991年、1995年の改訂を経て、現在実施されているのは1999年に改訂された第4版である。従って、本稿における国家カリキュラムとは、1999年版を指す。

『国家教育課程 数学』では、我が国の学習指導要領のように学年で内容が規定されているのではなく、次の4つの「キーステージ」に分けられている。

「第1 キーステージ」：5 - 7歳	「第2 キーステージ」：7 - 11歳
「第3 キーステージ」：11 - 14歳	「第4 キーステージ」：14 - 16歳

通常、「第1 キーステージ」「第2 キーステージ」が初等教育、「第3 キーステージ」「第4 キーステージ」が中等教育とされる。『国家教育課程 数学』、教師が指導する学習内容を規定する「学習の計画」(programmes of study)と、児童・生徒の期待される到達度の基準を述べた「到達目標」(attainment target)の大きな2つの枠組みで構成されている。

「到達目標」では、数学科の内容を以下のように区分している。

- ・到達目標1 (Ma1) : Using and applying mathematics (数学を用い応用すること)
- ・到達目標2 (Ma2) : Number and algebra (数と代数)
- ・到達目標3 (Ma3) : Shape, space and measures (形, 空間, 測定)
- ・到達目標4 (Ma4) : Handling data (データの処理)

この内容区分である到達目標1～到達目標4それぞれについて、9つのレベル(level 1～8とexceptional performance)を設けて、期待される生徒の学力段階が述べられている。

一方、『国家教育課程 数学』における「学習の計画」では、到達目標2～到達目標4について、

- ・Pupils should be given opportunities to; 与えられなければならない機会
- ・Pupils should taught to; 教えなければならない内容

という2つのことに関する記述が、それぞれのキーステージ毎に、詳しく記述されている。

なお、到達目標1は、他の3つの到達目標の最初に記述されている。

イギリスの『国家教育課程 数学』の到達目標2(数と代数)、到達目標3(形, 空間, 測定)、到達目標4(データの処理)が、我が国の学習指導要領における領域、「数と計算(式)」、「数量関係」、「量と測定」、「図形」の分類にと類似している。しかし、「数量関係」の領域の関数と確率・統計の内容は、イギリスではそれぞれ「数と代数」、「データの処理」に分類され、我が国では小学校で設定されている「量と測定」が、中等学校でも指導され、「形, 空間, 測定」に含まれている点、また、確率・統計の内容の指導が、到達目標として設定され、非常に強調されている点も興味深い。

この他、99年版『国家教育課程 数学』では、「キーステージ1, 2」における数学科の授業時数、指導内容、指導方法、児童の学習到達度などについての、「国家算数基礎能力計画」が導入された。さらに、2002年度からは同様の意図で「キーステージ3」についても、国家計画が実施され

ることになり、初等中等教育段階における生徒のより高い達成度が求められている。

本稿では、到達目標では、3「形、空間、測定」、4「データの処理」とされている内容の学習計画について、各キーステージ毎に翻訳した。「数・代数」領域については、既に翻訳した。³⁾ 今後、到達目標の翻訳と並行して、教科書や教材、指導法等を調査し、我が国のカリキュラムとの比較検討を行っていく。

参考資料

- 1) View The National Curriculum... key stage1, key stage2, key stage3, key stage4 (foundation), key stage4 (higher)..., (<http://www.nc.uk.net/servlets/Subject?Subject=Ma>)
- 2) 英国のSMP教科書における図形指導 — 「ブルーシリーズ」の図形指導一, 藤田太郎・植村哲郎, 鹿児島大学教育学部実践研究紀要, 第8巻, 1998. 11
- 3) 英国ナショナルカリキュラムにおける数学 [I]・・・「数と代数」領域の学習計画・・・, 植村哲郎・藤田太郎・増山聡, 鹿児島大学教育学部教育実践研究紀要, 第12巻, 2002. 11

英国ナショナルカリキュラム 数学

「図形」領域：キーステージ1, 2, 3, 4 (foundation), 4 (higher)

(抄訳)

[キーステージ 1]

「知識、技能、理解」

指導では、数の領域と図形、空間、測定の領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

「図形、空間、測定の適用と応用」

1 生徒は、以下のことを教えられるべきである。

・問題解決

- a 図形や空間の問題を解くとき、いろいろな方法を試みたり、問題を解決する方法を見つけようとする
- b 測定器具や測定などを使って問題を解決するとき、数学的な器具を適切に選択したり用いたりすること
- c 図形や空間の問題を解くとき、適切な教材や教具を選択したり用いたりすること

・コミュニケーション

- d 図形、空間、測定に関する用語を正しく用いること
- e 空間の基本的な図形やパターンを認識し、それらについて予測をすること
- f 数学的なコミュニケーションと説明技術を用いること

「図形の性質やパターンについての理解」

2 生徒は、以下のことを指導されるべきである。

- a 関連用語を用いて、見たり想像したりすることができる平面図形の性質を記述すること
- b 2次元と3次元の図形の共通性について観察、操作、記述すること：2次元と3次元の図形に共通する数学的な特徴を記述したり名前を付けたりすること（いろいろな三角形、長方形、正方形、円、立方体、直方体、六角形、五角形、円柱、角錐、円錐、球など）。
- c 2次元や3次元の図形を作ること
- d なじみのある2次元の図形や形の中の、対称や鏡映について認識すること

「位置や運動の性質についての理解」

1 生徒は、以下のことを指導されるべきである。

- a 観察して、視覚化したり、普通の用語を用いて、位置や方向、運動を説明したりできること
- b 直線上の運動（移動）と回転について認識し、それらを簡単な方法で組み合わせること（例えば、校長室まで行き方を説明したり、指示を与えることができるおもちゃを回転させたりする）
- c 直角について知ること

「測定の理解」

2 生徒は、以下のことを指導されるべきである。

- a 物の大きさを推定し、そして、適切なこと

ばを用いて、直接比較によりそれらを順序づけること：馴染みのある行事を時間的な順序に並べたり、物を個別単位（例えば、ストローや木片の立方体）を用いて比較したり測定したりすること、そして、長さ（cm, m）や重さ（kg）、容積（ℓ）などの標準単位（例えば、メートル定規1個より長い／短い、3リットルあまりの水差し）；時間の標準単位を用いた行事の時間の比較

- b 1回転, 半回転, 1/4回転の測度としての角度を理解すること
- c 物の重さを推定したり測ったりすること；簡単な測定器具を選択や使用, 数の読みとりと解釈, そして, 直近の目盛りの数値を読みとり解釈すること

[キーステージ 2]

「知識, 技能, 理解」

指導では, 数の領域と図形, 空間, 測定の領域の間に適切な関連を持たせるようにすべきである。

「図形, 空間, 測定の適用と応用」

- 1 生徒は, 以下のことを教えられるべきである。

・問題解決

- a 測定の標準単位の必要性の理解
- b 幾何的な問題の解決に適切な計算を選択して用いること
- c 空間の問題に柔軟に対処すること（困難を克服するために対照的なアプローチを試してみるようなことも含む）
- d 幾何的な問題の結果が合理的なものであることを確認する手続きを用いること

・コミュニケーション

- e 幾何的な問題についての解を示すときに, いろいろな方法で作業をまとめたり, それを記録したり表現したりすること
- f 幾何学的な表記や記号を正しく用いること
- g 問題の解を示したり説明したりすること
- h 平面図形や空間図形の形を説明するために数学的な推論を用いること

・推論

「図形の性質についての理解」

- 2 生徒は, 以下のことを指導されるべきである。

- a 直角, 垂直, 平行について認識すること；角度は度で測定される, そして1回転は360度, 1点の周りの角度は360度であることを知り, 直線上の点の角度は180度であることを認識する；三角形の内角の和は180度であることを知ること
- b 2次元と3次元の図形の視覚化と記述では, 2次元の描写で3次元の図形を表現したり, 幾何的なことばをより正確に使わせる, 特に三角形, 四角形, そしていろいろな角柱, 角錐；図形が同じであることを認識すること
- c 2次元, 3次元の図形やパターンを精度が増すように作ったり描いたりすること；正多角形において線対称を認識すること, 幾何学的特徴と性質；角, 面, 平行線と対称, そしてこれらを図形の分類や問題解決に用いる
- d 2次元の描写から3次元図形を想像すること

「位置や運動の性質についての理解」

- 3 生徒は, 以下のことを指導されるべきであ

る。

- a 適切な用語を用いて運動を視覚化したり説明したりすること
- b 実際の場での対象物の変換；ICTを用いた像の変換；回転や折り返し，平行移動による図形の位置を視覚化したり予測したりすること
- c 格子網上の異なった場所にある，2次元の図形が同じであることを確認したり，描いたりすること；第1象限の座標を用いて図形の位置を決めたり描いたりすること，さらに4つすべての象限の座標においても（例えば，コンピュータゲームの中で位置を決めるために座標を用いる）

「測定の理解」

4 生徒は，以下のことを指導されるべきである。

- a 長さ，体積，容積の標準単位の必要性を認識し，作業にどれが適切かを選択し，そしてそれを日常生活で実用性のあるものにする；1つのメートル法の単位を他のものに換算する（例えば，3.17kgは3170gに換算する）；日常生活に残っている英国式の単位に相当するメートル法の概数値を知ること
- b 測定値は近似値であることを認識すること；作業に合った測定器具を選んで使うこと；精度が増すように測定器の数値を読み説明すること；10進記数法を用いて測定値を記録すること
- c 直角あるいは半回転より大きい／小さい角を認識したり，その大きさを推測したり順序づけたりすること；鋭角や鈍角，直角を測定したり描いたりすること

- d アナログ時計とデジタル時計の12時間と24時間時計から時刻を読みとること；時間の単位，秒，分，時間，日，週を用い，そしてそれらの関係について知ること
- e 簡単な図形の周囲の長さを見つけること；公式を用いて長方形の面積を見つけ，そのことと正方形を数えることとの関係がわかり，そしてどのようにしてこのアプローチへ拡張するかがわかること；長方形から構成される図形の周囲の長さや面積を計算すること

「キーステージ 3」

「知識，技能，理解」

指導は，数と代数，形と空間と測定，データの処理の間で適切な関連を持たせるようにすべきである。

「形，空間，測定を使用し，応用すること」

1 生徒に教えるべき内容

・問題解決

- a 幾何学的な作業や，効果的なモニターとして使う問題解決ストラテジーや手段（情報通信技術を含む）を選択し，そして，その効果をチェックすること
- b 複雑な問題を解くために，既知の事柄や問題解決ストラテジーを選択し，校正すること
- c どんな知識が問題を解決するために必要であるかということが分かること；複雑な問題を，一連の作業として分解すること

・コミュニケーション

- d 様々な形で示される幾何学的な情報を説明し，議論し，まとめること
- e 幾何的な図や関連した説明文を利用して，，数学的に伝えること

f 幾何学的な様相を分析するために、正確な言葉と適切な方法を使うこと

g 数学的表現の選択を、振り返り、正しいことを確認する

・推論

h 実証，証明，規定，事実，定義，そして導き出された性質の相違を識別すること

i 推測と数学的な推論を使った演繹法を説明し，正当化すること

j 幾何学における論理的なつながりについて探求すること；‘もし・・・なら・・・である’のタイプの条件的な制限について注目し，‘・・・だとしたらどうなる？’或いは‘なぜ？’の質問をすること

k 幾何学的な問題を解決する際に，少しずつ演繹法を示してみせること

l 条件を述べ，演繹の出発点を与えること

m 設定される仮定の意味を認識すること；修正する仮定が解に及ぼす影響の範囲を理解すること

n 幾何学的な問題を解決するとき，例外的な場合を確認すること

「幾何学的な推論」

2 生徒に教えるべき内容

・角度

a 点における角，直線の角（直角を含む），垂線，対頂角の特徴を思い出し，使用すること

b 鋭角，鈍角，平角と直角を区別すること；角度の大きさを見積もること三角形の性質と他の直線の形

c 平行線，錯角，同位角を使用すること；平行四辺形の性質や，三角形の内角の和が180度

であることの証明を理解すること；「三角形の外角が，他の2頂点の内角の和と等しい」ということを理解すること

d 正三角形，二等辺三角形，直角二等辺三角形の性質を使用すること；合同を理解し，2つの三角形が合同であることを認識すること；四角形の内角の和が360度であるのはなぜか，説明すること

e 長方形，平行四辺形，三角形の知識を利用し，長方形の面積の公式から，平行四辺形と三角形の面積の公式を推測すること

f 特殊な四角形（正方形，長方形，平行四辺形，ひし形を含む）の不可欠な性質を思い出すこと；幾何学的に四角形を分類すること

g 四角形，五角形，六角形の内角，外角の和を計算し，使用すること；正多角形の角を計算し，使用すること

h ピタゴラスの定理を理解し，思い出し，使用すること

・円の性質

i 円の定義や，中心，半径，弦，直径，円周，接線，弧，扇形，弓形に関連する用語の意味を想起すること；円上のどの点での接線も，その点への半径に垂直であること；中心から弦へ垂線は，なぜ弦を二等分するかを説明すること；正多角形は，円の等しい分割によって構成されることを理解すること

・立体

j 直方体（立方体を含む）や，立方体から作られた形の幾何学を探求すること

k 2次元の平面図法（平面図，立面図を含む）や断面図などの，3次元の2次元表現を利用して立体を分析すること

「変換と座標」

3 生徒に教えるべき内容

・変換の規定

- a 回転が中心と角度（左回り）によって規定されることを理解すること；回転の角度を測るために、直角、回転の分数または小数を使うこと；鏡影は、対称軸と距離によって、平行移動は距離と方向によって、拡大は中心と正の倍数によって規定されることを理解すること

・変換の性質

- b 2次元や3次元の鏡影対称を含む、回転、鏡影、平行移動について知り、視覚化すること；平行移動、回転、鏡影により2次元の図形を変換すること、これらの変換は、長さや角度を保持し、そして、どんな形もその像の形は変わらないことを理解すること
- c 1より小さい正の倍数や1以上の正の整数の倍数を使用した場合の拡大の形を認識し、イメージ化し、作図すること；どんな2つの円も、どんな2つの正方形も数学的に相似であり、さらに、一般的には、2つの長方形は相似ではないことを理解すること
- d 拡大は、角度の大きさは保存されるが長さは保存されないことを認識すること；2つの対応する線分の長さの比率で拡大の倍率を規定し、そして、それを三角形に適用すること；周囲の長さの拡大の意味を理解すること；地図と縮図を使用し、解釈すること；面積と体積の拡大の意味を理解すること；次元を考慮することにより、周囲や面積、体積の公式を識別すること；面積、体積の拡大の意味を理解すること

・座標

- e 1つの座標は、数直線上に点を指定し、2

つの座標は、平面における点を指定し、そして、3つの座標は、空間において点を指定するということを理解すること；4つの象限すべてについて、軸と座標を使用すること；与えられた座標が示す点を見つけること；幾何学的に説明される点の座標を見つけること（例えば、頂点 (2, 1), (-7, 3), (5, 6) をもつ平行四辺形の残りの1つの座標を示すこと)；点Aと点Bが与えられ、線分ABの中点の座標を見つけること、そのとき線分ABの長さを計算すること

「測定と作図」

4 生徒に教えるべき内容

・測定

- a 時間やかさを含む、いろいろな測定道具の目盛りを読むこと；実数を使用する測定は、単位の選択に依存することを知らること；直近の整数値で与えられる測定値は両側1/2の単位の誤差があることを認識すること；測定値をある単位から他の単位に換算すること；ポンド、フィート、マイル、ポイント（穀物計量単位）、ガロンのおおよそのメートル法に換算した値を知ること；日常場面における測定値を適切に見積もること
- b 関連語句を使用し、角度の測定を理解すること（例えば、向きを指定するために方位を利用する）
- c 速さのような、誘導単位を理解し、使用すること

・作図

- d 線の長さや角度を測定し、作図すること；目盛りのある定規や分度器を使って、三角形や平面図形を作図すること；図形を作図する

経験から、SSS, SAS, ASA, RHSを満たす三角形は1つしかないが、SSA三角形が1つではないことを理解すること；立方体，正四面体，正四角錐，条件が与えられたその他の形を作図すること

- e 角の二等分線，線分の中点を垂直な二等分線などの一般の作図をするために，定規とコンパスを使うこと

・求積法

- f 公式を想起したり，正方形の面積を求めることとその方法をどのようにして一般化するかということとの関連を考えながら長方形の面積を求めること；平行四辺形と三角形の面積の公式を想起し用いること；三角形や長方形の面積の公式を使い，簡単な形の表面積を求めること；三角形や長方形から作られた形の面積と周辺の長さを計算すること
- g 公式を想起しながら，立方体の数を数えることと，それをいかにして一般化することとの関連を考えながら，直方体の体積を求めること；直角柱の体積と，立方体と立方体から作られる形の体積を求めること
- h 関連公式を思い出して，円周や円で囲まれた面積を求めること
- i cm^2 と m^2 を含む面積測定と， cm^3 と m^3 を含む体積測定の間を変換すること

・軌跡

- a 形や経路を作るために推論とICT〈情報技術通信〉をともに用いて軌跡を見い出すこと

[キーステージ4 (基礎)]

[知識，技能，理解]

指導は，数と代数，形と空間と測定，データの処理の領域の間で，適切な関連を持たせるよ

うにしなければならない。

「形，空間，測定を使用し，応用すること」

1 指導内容

・問題解決

- a 幾何学的な作業で用いる問題解決の方策や手段（情報通信技術を含む）を選択し，さらに，その効果をチェックすること
- b 複雑な問題を解くために，既知の事柄や問題解決ストラテジーを選択し，組み合わせること
- c どんな知識が幾何学的な問題を解決するために必要であるかということがわかること；複雑な問題を一連の作業として分解すること

・コミュニケーション

- d 様々な形で示される幾何学的な情報を説明し，議論し，まとめること
- e 結果を表現したり構成したり，また，幾何学的な図を解釈することによって，数学的に伝えること
- f 適切に幾何学的用語を使用すること
- g 数学的表現で選択したことを，振り返り正しいことを確認すること

・推論

- h 実証と証明の相違を識別すること
- i 数学的推論や説明，演繹を応用すること
- i 幾何学的な問題を解決する際に，段階的に（少しずつ）演繹的に示すこと
- k 前提条件を述べ，演繹を行うときの出発点を与えること
- l 設定する仮定の影響を認識すること；仮定を変えることは解に影響を及ぼすことを理解すること
- m 幾何学的な問題を解決するとき，例外的な

ケースも認めること。

「幾何学的な推論」

2 指導内容

・角度

- a 点における角, 直線の角 (直角を含む), 垂線, 対頂角の性質を思い出し, 用いること
- b 鋭角, 鈍角, 平角と直角を識別すること; 角度の大きさを見積もること

・三角形の性質と他の多角形

- c 平行線, 錯角, 同位角を用いること; 平行四辺形の特性や, 三角形の内角の和が180度であることの証明を理解すること; 「三角形の外角が, 他の2頂点の内角の和に等しい」ことの証明を理解すること
- d 正三角形, 二等辺三角形, 直角三角形の角の性質を用いること; 合同を理解すること; 四角形の内角の和が360度であるのはなぜか説明すること
- e 長方形, 平行四辺形, 三角形の知識を用い, 長方形の面積の公式から, 平行四辺形と三角形の面積の公式を推測すること
- f 四角形の特別なタイプ (正方形, 長方形, 平行四辺形, ひし形) に不可欠な性質を想起すること; 幾何学的な性質によって四角形を分類すること
- g 四角形, 五角形, 六角形の内角, 外角の和を計算し, 用いること; 正多角形の角を計算し, 用いること
- h ピタゴラスの定理を理解し, 用いること

・円の性質

- i 円の定義と関連する用語 (中心, 半径, 弦, 直径, 円周, 接線, 弧, 扇形, 弓形) の意味を想起すること; 正多角形は, 円を等分する

ことによって, 構成できることを理解すること

・立体

- j 直方体 (立方体を含む) の幾何学や, 立方体から作られた形について探求すること。
- k 三次元図形を二次元の投影図や断面図 (平面図, 立面図を含む) のような三次元図形の二次元表現を通して立体を分析すること。

「変換と座標」

3 指導内容

・変換の指定

- a 回転が中心と角度 (反時計回り) によって決まることを理解すること; 原点やその他の点について形を回転すること; 簡単な回転の一部または, 角度, 直角を使って回転の角度を測定すること; 鏡映がミラー線により決まる (はじめに軸に平行な線を使用し, 次に $y = x$ または, $y = -x$ のようなミラー線を使用する) ことを理解すること; 平行移動は, 距離と方向によって決まり, 拡大は, 中心と正の倍率で決まることを理解すること

・変換の特性

- b 回転, 鏡映や平行移動 (2次元や3次元図形の線対称や2次元の回転対称を含む) を認識し, 視覚化すること; これらの変換が長さや角度を保存し, どの形も形を変えない変換であることを認識しながら, 三角形や他の二次元図形を平行移動や回転, 鏡映などによって変換すること。
- c 1以上さらに1以下の倍率による対象物の拡大 (縮小) を, 認識し視覚化し作図すること; このことから, いかなる2つの円もいかなる2つの正方形も数学的には相似であるが,

他方では、一般的に、2つの長方形は相似でないことがわかること

- d 拡大が、長さは保存しないが角度は保存されることを認識すること；2つの対応する線分の長さの比で拡大の倍率を規定し、これを三角形に適用すること；周囲の拡大の意味を理解すること；地図と縮図を使用し、説明できること；面積と体積から拡大の関係を理解すること；次元を考慮することにより、周囲や面積、体積の公式の関係を識別すること；拡大と平面図形や立体の面積、体積の関係についての簡単な例を理解し、利用すること

・座標

- e 1次元、2次元、3次元という用語を使用しながら、1つの座標は、数直線上に点を指定し、2つの座標は、平面上の点を指定し、そして、3つの座標は、空間の点を指定するという理解すること；4つの象限すべてにおいて、点を指定するために軸と座標を用いること；座標で示された点をとること；幾何学的な情報によって指定された点の座標を見つけること（たとえば、頂点(2, 1) (-7, 3) (5, 6)をもつ平行四辺形の残りの1つの座標を見つける）；点Aと点Bが与えられ、線分ABの中点の座標を見つけたり、線分ABの長さを計算したりすること

「測定と作図」

4 指導内容

・測定

- a 時間やかさを含む量の測定道具の目盛りを読みとること；実数を用いた測定は単位を選択に依存することを知らること；直近の整数値で与えられた測定値は、両側1/2の単位の誤

差があることを理解すること；測定値を1つの単位から他の単位に換算すること；ポンド、フィート、マイル、ポイント、ガロンのおおよそのメートル法の値を知ること；日常場面における測定値を適切に予測すること

- b 関連する言葉を使った角度を理解すること（例えば、向きを指定するために方位を利用する）
c 速さなどのような複雑な測度（誘導単位）を理解し用いること

・作図

- d 身近にある線や角度を測定し、作図すること；目盛りのある定規や分度器を使って三角形や平面図形を作図すること；図形を作図する経験からSSS, SAS, ASA, RHSを満たす三角形は1つしかないがSSA三角形が1つではないことを理解すること；立方体、正四面体、正四角錐、その他の条件が与えられた図形を作図すること
e 標準的な作図（角度の二等分線、線分の中点と垂直な二等分線を含む）をするために、定規とコンパスを用いること

・求積法

- f 公式を想起したり、正方形の面積を求めることと、その方法をどのようにして一般化するかということとの関連を考えながら、長方形の面積を求めること；平行四辺形と三角形の面積の公式を想起し用いること；三角形や長方形の面積の公式を使い簡単な形の表面積を求めること；三角形や長方形から作られた形の面積と周囲の長さを計算すること
g 公式を想起したり、立方体の体積を計算することとそれをいかにして一般化するかということの関連を考えながら、直方体の体積を

- 求めること；直角柱の体積と，立方体と立方体から作られる形，直方体の体積を計算すること
- h 関連公式を思い出しながら，円周や円で囲まれた領域の面積を求めること
- i cm^2 と m^2 を含む面積， cm^3 と m^3 を含む体積間の換算をすること
- ・軌跡
- j 図形や経路を作るための推論やICTによって，軌跡を見出すこと（例えば，正三角形）

[キーステージ4（上級）]

「知識，技能，理解」

指導は，数と代数，形と空間と測定，データの処理の領域の間で，適切な関連を持たせるようにしなければならない。

「形，空間，測定を使用し，応用すること」

1 指導内容

・問題解決

- a 幾何学的な作業で用いる問題解決ストラテジーを選択し，それを適用できる限界を考慮したり説明したりすること
- b より複雑な幾何学的な問題を解くために，既知の事柄や問題解決ストラテジーを選択し，組み合わせること
- c 特別なアプローチをするかしないかの判断をしながら，いろいろな質問を発展させたり探求したりすること

・コミュニケーション

- d 結果の表現や構成の批判的な検討や，幾何学的な図や記号の効果的な使用などを強調して，数学的に伝えること
- e 幾何学的な事柄を分析するための的確な公

式用語や方法を用いること

・推論

- f より複雑な文脈の中で，大まかな数学的な説明から確証へと発展させながら，数学的な推論を応用すること
- g 幾何学における結合について探求すること；‘もし・・・ならば，・・・である’のような条件文を提示すること；そして‘もし・・・ならば，どうなるか？’，或いは‘なぜ？’の質問をすること
- h 幾何学的な問題を解決する際に，段階的に演繹をていじすること
- i 仮定を述べ，演繹を行うときの出発点を与えること
- j 幾何学的な問題に対する一般化，推理，解などが妥当であるときに，必要十分条件を理解すること

「幾何学的な推論」

2 指導内容

・三角形と他の多角形（直線図形）の性質

- a 直線と線分を区別すること；平行線，錯角，同位角を用いること；平行四辺形の特性や，三角形の内角の和が180度であることの証明を理解すること；「三角形の外角が，他の2頂点の内角の和に等しい」ことの証明を理解すること
- b 正三角形，二等辺三角形，直角三角形の角の性質を用いること；四角形の内角の和が360度であるのはなぜか説明すること
- c 四角形の特別なタイプ（正方形，長方形，平行四辺形，ひし形）の定義を想起すること；幾何学的な性質によって四角形を分類すること

- d 四角形，五角形，六角形の内角，外角の和を計算し，用いること；正多角形の角を計算し，用いること
- e 偏角を用いて三角形の合同を証明したり，定規とコンパスを用いた作図が正しいことを確かめたりするための，SSS，SAS，ASAとRHSの条件を理解したり利用したりすること
- f 2次元や3次元の問題の中でピタゴラスの定理を理解し想起して用いること；直方体（立方体や直方体から作られる図形を含む）の幾何学（3次元の長さを求めるためのピタゴラスの定理の利用を含む）を探求すること
- g 三角形や他の平面図形の相似について理解し，さらにこれを幾何学的推測をすることに利用する；直角三角形の三角法的な関係を想起し理解し利用する，そしてこれらを問題解決（方向を含む）に利用して，さらに三次元における関係（直線と平面のなす角を見つけることを含むが，2つの平面や2つのねじれの位置にある直線のなす角は含まない）を利用すること
- ・**円の性質**
- h 円の定義と関連する用語（中心，半径，弦，直径，円周，接線，弧，扇形，弓形）の意味を想起すること；円上のいかなる点の接線も点の半径に垂直である；外部の点からの接線は長さが等しいことを理解し利用する；何故，中心から弦への垂線は弦を2等分するのかを説明できる；正多角形は，円を等分することによって，構成できることを理解すること；弧に対する中心角は円周角の2倍であることを証明し利用することができる，半円に対する円周角は，直角である，同じ弓形のなかの

角度は等しい，円に内接する四角形の内対角の和は180度である；補角の定理を証明し利用すること

- i 三次元図形の二次元表現を用い，三次元図形を二次元の投影図や断面図（平面図，立面図を含む）を通して分析すること；角柱，椎体，円柱，円錐，球の表面積や体積を含んだ問題解決；さらに複雑な図形や立体（円の弓形や円錐台を含む）を含んだ問題を解決すること

「変換と座標」

3 指導内容

・変換の指定

- a 回転が中心と角度（反時計回り）によって決まることを理解すること；回転の中心としてどの点でも用いること；直角や分数の回転角や度を用いて回転角を測定すること；簡単な回転の一部や度，直角を使って回転の角度を測定すること；鏡映が（ミラー）線により決まることを理解すること；平行移動は，距離と方向（すなわちベクトル）を与えることによって決まり，拡大は，中心と正の縮尺で決まることを理解すること

・変換の特性

- b 回転，鏡映や平行移動（2次元や3次元図形の線対称や2次元の回転対称を含む）を認識し，視覚化すること；三角形や他の二次元図形を平行移動や回転，鏡映，さらにこれらの変換の組み合わせなどによって変換すること；平行移動や回転，鏡映は，長さや角度を保存し，そしてこれらの変換のもとでは，どの形もその像は一致することを，示すために合同を用いること；

c 対象物の拡大を、認識し視覚化し作図すること；このことから、いかなる2つの円もいかなる2つの正方形も数学的には相似であるが、他方では、一般的に、2つの長方形は相似でない、そして正の分数と負の倍率も用いること

d 拡大が、長さは保存しないが角度は保存されることを認識すること；2つの対応する線分の長さの比で拡大の倍率を規定すること；周囲の拡大の意味を理解し、地図と縮図を使用し、説明できること；次元を考慮することにより、周囲の長さや面積、体積の公式間の相違を理解すること；図形や立体の面積、体積に及ぼす拡大の効果を理解し利用すること

・座標

e 1次元、2次元、3次元という用語を使用しながら、1つの座標は、数直線上に点を指定し、2つの座標は、平面上の点を指定し、そして、3つの座標は、空間の点を指定するということを理解すること；4つの象限すべてにおいて、点を指定するために軸と座標を用いること；座標で与えられた点をとること；幾何学的な情報によって指定された点の座標を見つけること；点Aと点Bが与えられ、線分ABの中点の座標を見つけたり、線分ABの長さを計算したりすること

・ベクトル

f ベクトルの記号を理解し用いる；2つのベクトルの和を計算したり、図示したりすること、2つのベクトルとベクトルのスカラー倍の違い；2つのベクトル合成を計算すること；ベクトル和の交換法則や結合法則を理解し用いること；ベクトルの方法を使って、簡単な2次元の幾何学的な問題を解くこと

「測定と作図」

4 指導内容

・測定

a 角度を用いること（例えば、方向を指定するために方位を使う）；実数を用いた測定は単位の選択に依存することを知ること；直近の整数値で与えられた測定値は、両側1/2の単位の誤差があることを理解すること；測定値をある単位から他の単位に換算すること；複雑な測度（早さや密度を含む）を理解し用いること

・作図

b 与えられた辺の長さや角度の大きさの情報から、定規や分度器を使って、三角形や平面図形の概形を描くこと；指定された立方体、正四面体、正四角錐、その他の3次元図形を作図すること；立方体、普通の四面体、四角錐、その他の条件が与えられた図形を作図すること

c 標準的な作図（辺の長さが与えられた正三角形、線分の中点と垂直な二等分線、点から直線への垂線、直線上の点からの垂線を含む）をするために、定規とコンパスを用いること

・求積法

d 三角形や長方形の面積の公式を用いて、簡単な図形の表面積を求めること；公式を想起したり、立方体の体積を計算することとそれをいかにして一般化するかということの関連を考えながら、立方体の体積を求めること；直角柱、立方体と立方体から作られる図形、直方体の体積を計算すること； cm^3 と m^3 を含む体積の間を換算をすること；関連公式を思い

[キーステージ 2]

出しながら、円周や円で囲まれた領域の面積を求めること

・軌跡

e 図形や経路を作るために、推論とICTをとともに用いて、軌跡を見つけること（例えば、円と交線により囲まれた領域）

英国ナショナルカリキュラム 数学

「データの処理」領域：キーステージ2, 3, 4 (foundation), 4 (higher)

(抄訳)

「知識、技能、理解」

学習指導では、数と代数、図形、空間と測定、データ処理の領域との関連が計られなければならない。

用語を用いること

・推論

h それらの方法や推論を説明し正当化すること

「データの処理の使用と応用」

1 生徒は、次のことを指導されるべきである。

・問題解決

- a カリキュラムの他の領域や特別な科学などで問題を解決するとき、データ処理技術を選択し用いること
- b どんな困難をも克服するためにいろいろなアプローチを試みながら、問題に柔軟にアプローチする
- c 与えられた問題を解決するために必要なデータを指定する
- d データを含む問題を解決するために適切な計算技術を選択して用いる
- e 結果をチェックし、問題の文脈において、解が合理的であることを確かめること

・コミュニケーション

- f 見つけたことを構成したり表現したりするのにどのようにするのが最も良いか決定すること
- g データ処理のために、正確に数学的言語や

「データの処理、表現、解釈」

2 生徒は、次のことを指導されるべきである。

- a データを含む問題を解くこと
- b 日常生活のなかの表や、リスト、図などを解釈すること；度数表を作成したり解釈したり、グルーピングされた離散的なデータのための表などを含む
- c グラフや図を用いた離散的なデータを表現し解釈すること；絵グラフ、棒グラフと折れ線グラフを含む、そして、適当な情報通信技術を用いながら、より広い範囲のグラフや図を解釈する
- d モードは平均の測度で、レンジは広がり、そして、それらのアイデアをデータの集合を記述するのに用いられることを知る
- e 離散的なデータと、連続的なデータの違いを認識すること
- f 統計やグラフから結論を導き、情報が違った方法で提示されていることを認識すること

と；疑わしさや確かさを探求し，教室内の場面を通じて，確率の理解へと発展させること；“同様に確からしい”，“公平である”，“公平でない”，“確かである”などの用語を用いて，事象を検討すること

〔キーステージ 3〕

「知識，技能，理解」

学習指導では，数と代数，図形，空間と測定，データ処理領域との関連が計られなければならない。

「データ処理の使用と応用」

1 生徒は，次のことを指導されるべきである。

・問題解決

a 問題解決のために，データ処理の4つの様相をそれぞれ実行すること：

i 問題と計画を特定すること：必要なデータの用語で疑問を形式化し，そしてデータから得られ推測は何であるかを考察する，どのようなデータを集めるか（標本の大きさとデータの形式を含む）また，どんな統計的分析が必要かを決定する

ii 適切ないろいろな情報源からデータを集めること（実験や調査を含む，1次，2次の情報源から）

iii データの処理と表現：生のデータを，問題に見通しを与えるような有用なデータに変えること

iv データの解釈と討議：データから得られる結果によって，当初の疑問に答える

b 一連の疑問を追求するために，さらに必要な情報は何かを同定化すること

c 作業に用いるための，適切な数学や情報源

を選択したり構成したりすること

d 作業の過程を振り返ること；結論をチェックし評価する

・コミュニケーション

e いろいろな形式で与えられた情報を解釈し，討議し，分析すること

f 図や関連する説明文を用いて，数学的に伝えること

g データを含む問題の数学的表現の選択を，批判的に検討し，正当化すること

・推論

h 数学的推論や推測，演繹の解釈や正当化を応用すること

i 数学の中の関連を調べたり，データを分析するときの原因や効果を調べる

j 仮定の制限やデータ分析から得られた結論に，仮定を変えることが及ぼす影響について認識すること

「問題と計画の特定」

2 生徒は次のことを指導されるべきである。

a でたらめな処理では，予測はできないことがわかること

b 統計的な方法で提起できる疑問を特定すること

c データがどのように問題と関係づけられるのかを討議すること：偏りのある情報源をできるだけ特定し，それを最小化するように計画する

d 収集する必要のある主要なデータがどれか，その形式は何かを特定すること（グループ分けされたデータ，適当な級間の幅を考えたりする）

「データ収集」

3 生徒は次のことを指導されるべきである。

- a グループ分けされた離散的、連続的なデータのデータ収集用紙をデザインしたり使用したりすること；観察や制御実験、データの記録、アンケート調査などを含む、いろいろな方法を使ってデータを集める
- b 2 次的な情報源からデータを集めること（印刷された表や電子情報技術に基づくリストなどを含む）
- c 離散的なグループ分けされたデータの 2 次元表をデザインし用いること

「データの処理と表現」**4 生徒は次のことを指導されるべきである。**

- a ICT（情報通信技術）や用紙を用いて、類別されたデータの円グラフや、連続的なデータの図表を描いたり作成したりすること（時系列による折れ線グラフ、度数分布図や系図などを含む）
- b 離散的なデータと小さな連続的なデータの集合の平均値、範囲、メディアンを計算すること
- c 確率測度を理解し用いること
- d 理論的モデルから推定や確率測度を理解し用いること（同様に確からしい結果や相対度数から）
- e 1 つの事象や 2 つの継続的な事象を、系統的方法ですべてリストアップすること
- f 異なる排反的な結果を同定化し、すべての結果の確率の和は 1 であることを知ること
- g 大きなデータの集合からメディアンを見つけたら、グループ分けされた大きなデータの集合から平均値の推定値を計算すること
- h 目で見て、最もフィットする直線を描き、

これが何を意味するかを理解すること

「結果の解釈と検討」**5 生徒は次のことを指導されるべきである。**

- a 当初の疑問に対するまとめられたデータと関係付けること
- b 大きい範囲のグラフや図を解釈し、結論を導くこと
- c パターンや特例を探すためにデータを観察すること
- d 分布を比較し推定をすること（分布の型や平均値や範囲の測度を用いながら）
- e 結果を評価しチェックすること（疑問に答え、必要ならばアプローチを改める）
- f 相関の基本的な理解をすること
- g 最適な直線を用いること
- h 不確かさや予測を含む結果の説明に、確率の用語を用いること
- i 実験的データと理論的確率との比較をすること
- j 実験を繰り返すと、普通は異なった結果を得るが、標本の大きさを増やすと、一般には、確率や母集団の性質のより良い推定値に近づくことがわかること

[キーステージ 4 (foundation)]**「知識、技能、理解」**

学習指導では、数と代数、図形、空間と測定、データ処理領域との関連が計られなければならない。

「データ処理の使用と応用」**1 生徒は、次のことを指導されるべきである。****・問題解決**

a から d まで、キーステージ 3 「問題解決」と同じ。

・ コミュニケーション

e から g までキーステージ 3 「コミュニケーション」と同じ。

・ 推論

h から j までキーステージ 3 「推論」と同じ。

「問題と計画の特定」

2 生徒は次のことを指導されるべきである。

a から d までキーステージ 3 「問題と計画の特定」と同じ

「データ収集」

3 生徒は次のことを指導されるべきである。

a から d までキーステージ 3 「データ収集」と同じ

「データの処理と表現」

4 生徒は次のことを指導されるべきである。

a から h までキーステージ 3 「データの処理と表現」と同じ

「結果の解釈と検討」

5 生徒は次のことを指導されるべきである。

a から d までと g, i は、キーステージ 3 「問題と計画の特定」と同じ

f 2 つの変数間のつながりの強さの測度としての相関について、基本的な理解をすること

[キーステージ 4 (higher)]

「知識、技能、理解」

学習指導では、数と代数、図形、空間と測定、データ処理領域との関連が計られなければなら

ない。

「データ処理の使用と応用」

1 生徒は、次のことを指導されるべきである。

・ 問題解決

a は、キーステージ 3 「問題解決」(a)と同じ。

b 統計的な作業で用いる問題解決方策を選択し、その効果をチェックする。(これらの方策は、尺度と作業のしやすさに基づき、そして、用いられた数学やアプローチは最適な解であるかどうかを考察すべきである)

・ コミュニケーション

c 図と説明文を用いることや数学的な表現を選択すること、その目的やアプローチを説明しながら、数学的な意味を伝える記号を用いることを強調して、数学的に伝達すること

・ 推論

d 推測や演繹を説明したり、議論や解を正当化したりしながら数学的推論を応用すること

e 統計的な問題を解決するとき、例外や予期しないケースを特定すること

f 数学の中の関連を調べたり、データを分析するとき、原因や効果をさがすこと

g 仮定の制限やデータ分析から得られた結論に、仮定を変えることが及ぼす影響について認識すること

「問題と計画の特定」

2 生徒は次のことを指導されるべきである。

a から d までは、キーステージ 3 「問題と計画の特定」と同じ

e 実験や調査を企画すること；基礎的なデータ、2 次的なデータが何であるか決定する

「データ収集」

3 生徒は次のことを指導されるべきである。

- a 観察や制御実験，データの記録，アンケート調査などを含むいろいろな方法を使ってデータを集めること
- bとcは，キーステージ3「データの収集」(b)(c)と同じ
- d 応答がなかったり，データが紛失したような実際的な問題を処理すること

フィットする直線を用いながら正，負，ゼロの相関を識別すること；ゼロの相関は相関がないことを意味するのではなく，直線的な関係がないということにすぎないことを正しく理解すること

「データの処理と表現」**4 生徒は次のことを指導されるべきである。**

- a, c, d, e, iは，キーステージ3「データの処理と表現」のそれぞれ(a)(e)(f)(g)(h)と同じ
- b 理論的モデルや相対度数から，推定や確率測度を理解し用いること
- f 移動平均を計算する
- g 2つの確率の和と積について知ること：もしAとBが排反であるとき，AかまたはBの起こる確率は， $P(A) + P(B)$ ，またAとBが独立事象であるとき，AとBの起こる確率は， $P(A) \times P(B)$
- h 複雑な事象の結果を表示するために樹形図を用いること（事象は独立であることを認識しながら）
- j 電卓やスプレッドシート上で，関連する統計的な関数を用いること

「結果の解釈と検討」**5 生徒は次のことを指導されるべきである。**

- aからeまでと，gからiまでは，キーステージ3「結果と解釈と検討」と同じ。
- f 相関は2つの変数間の結合の強さの測度であることを正しく理解すること；最もよく