

## 木材の JIS 型および十字型せん断試験体の応力解析

大 草 克 己  
(森林土木学研究室)

### Stress Analyses in the JIS and Cross-Type Shearing Specimen of Wood

Katsumi OKUSA  
(Laboratory of Forest Civil Engineering)

#### はじめに

日本工業規格 (JIS) に規定する木材のせん断試験方法では, その破断面に生ずるせん断応力の分布は決して一様ではなく, 破壊荷重  $P_m$  をせん断面積  $A$  で除した  $\tau_c = P_m/A$  をもって, その木材のせん断強度としているが, それは決して真の意味でのその材料のせん断強度とは言えず, 単なる相対的比較値であるということは既によく知られているところである。特に, その破断面にはせん断応力のほかに, かなりな大きさの引張りおよび圧縮の応力も同時に誘発されるが, 複合応力状態のもとでの木材の破壊基準が確立されていないので, 上記  $\tau_c$  の材料強度学的意味は, はなはだ不明確と言わざるを得ない。著者は先にこの問題を取りあげ, 線形破壊力学における破壊じん性の概念を導入し, 新しい意味づけを試みた<sup>1)</sup>。しかし, その後のはりのモード II 破壊じん性に関する研究等<sup>2,3)</sup>から, JIS 試験体の破壊強さに線形破壊力学をストレートに適用し得る前提が満たされているかに, 若干の疑問をもつに至った。線形破壊力学では, 部材の破壊強さに特有の相似則があり, これを実証するためには, 直角ノッチを持ち, せん断荷重を受ける部材の寸法を種々に変えて実験を行なう必要がある。そのためには, 十字型試験体が好都合である。この論文では JIS 試験体に関する境界条件の吟味, および十字型試験体の応力解析を行ない若干の考察を行なった。

次章以下において具体的な数値が記されているとき, 長さの単位は mm, 力の単位は Kgf に統一しているから, 特に必要としない限り単に数値のみを記し, 単位はすべて省略している。

#### I. 有限要素法による解の精度

木材は一定の前提のもとで, その繊維方向 (L), 年輪の半径方向 (R), および年輪に対する接線方向 (T) を 3 軸とする直交異方弾性体とみなすことができる。直交異方弾性体の二次元問題の一般解については APPEND. I に記載したとおりであるが, 与えられた境界条件を満足する Closed form の解を得ることは, 特別な場合を除いて決して容易ではない。ここで対象とする木材のせん断試験体 (JIS 型および十字型) のような形状の物体について, その厳密解を得ることは極めて困難である。したがって近似的数値解を求める方法の 1 つとして開発された有限要素法 (Finite Element Method: FEM) を用いる。FEM によって直交異方弾性体の二次元境界値問題を解く FORTRAN プログラムのソース・リストを APPEND. II に示した。文献<sup>4)</sup>に示したものと同じく, 三角形要素と

xy 座標軸に平行な辺をもつ長方形要素であり、要素内変位関数も同一のものである<sup>25)</sup>。しかし、初期の段階では利用できる計算機の主記憶容量があまり大きくなかったので、全体剛性マトリックスを構成してそれを解くプロセスで対角化分割法<sup>4)</sup>とかバンドマトリックス法<sup>5)</sup>などを用い、また計算の中間段階の結果を一度補助記憶に書き出し、後にそれを読みこんで計算を続けるなどの手順を用いたが、記憶容量の制約がほとんどなくなってきたので、そのようなことへの配慮は必要でなくなった。また対角化分割法やバンドマトリックス法では節点および要素の番号づけに一定の制約があるが、ここで示したプログラムではそのような制約は一切なくなっている。ただし、このプログラムではサブルーチン **TABLE** で配列 **IESM** とともに、各要素の剛性マトリックスの成分を全体剛性マトリックス **OSM** (非零成分のみを格納する) の何の場所に組みこむ (サブルーチン **GSTIF**) かを指定する配列 **IOSM** の第 2 添字を 12 としているから、ある節点を共有する要素の節点総数を、その節点を含めて 12 個以下にする必要がある。通常の分割では十分であるが、もし必要なら **IOSM** の第 2 添字 12 および **OSM** の第 2 添字 24 を、宣言文で適当に大きくとればよい。また全体剛性方程式を解く方法として逐次近似法的一种である共役傾斜法 (Conjugate Method)<sup>6)</sup>を用いている。理論的には N 元の連立方程式の場合 N 回の繰り返しで正解に達する筈であるが、数値のまるめの誤差のために繰り返し回数の上限を 2N としている。サブルーチン **SOLVE** がその手順であるが、残差絶対値の最大が与えられた節点荷重絶対値の最大値 (境界条件として変位のみが規定される場合は、それを 1.0 としている)  $\times 10^{-16}$  以下になるところで計算を打ち切る。数値のまるめの誤差の集積を小さくするために実数値変数をすべて倍精度で行なったので、ここでの計算では後者の条件が実際の打ち切り条件となった。また、サブルーチン **PRINT** で各節点の変位および応力を計算・出力するが、第 n 節点の x 方向変位 u は **DELTA** (2\*n-1), y 方向変位 v は **DELTA** (2\*n) に、また各要素の図心における応力は **SIGMA** (1) から **SIGMA** (6) に書き出されるが、その順に  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , 主応力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  および主応力  $\sigma_1$  ( $> \sigma_2$ ) の方向を示している。サブルーチン **FORCE** では節点力を求める手順であり、第 n 節点の x 方向力  $F_x$  は **F** (2\*n-1) に、y 方向力  $F_y$  は **F** (2\*n) に格納される。正および負の節点力の総和を別々に計算し、その結果が出力されるが、それらの絶対値は当然に等しくなければならないものであるから、計算の精度のチェックにもなる。

木材のせん断試験体は JIS 型 (Fig. 1), 十字型 (Fig. 13) とともに鋭い直角ノッチをもっている。シャープノッチは零でない開き角をもつ切欠き底の曲率半径  $\rho$  が  $\rho \rightarrow 0$  となった極限と考えられるので、その点の応力は無限大となることが予想される。Fig. 2 に示すようなシャープノッチをもつ無限領域を対象とし、それに対応する応力関数として

$$F_1''(z_1) = \frac{1}{2}(A_1 + iB_1)z_1^2, \quad F_2''(z_2) = \frac{1}{2}(A_2 + iB_2)z_2^2, \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (1)$$

を考える。ここで

$$\left. \begin{aligned} z_j &= x_j + iy_j, & x_j &= x, & y_j &= k_j y, & r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ r_j &= \sqrt{x_j^2 + y_j^2}, & \cos \theta_j &= x_j / r_j, & \sin \theta_j &= y_j / r_j \end{aligned} \right\}, \quad (j = 1, 2) \quad (2)$$

$A_j, B_j$  は実数値定数である。

スギの LT 面 (板目面) を想定し、T 軸を x 軸、L 軸を y 軸にとると弾性定数の標準値は<sup>7)</sup>

$$E_x = E_T = 30, \quad E_y = E_L = 750, \quad G_{xy} = G_{LT} = 35, \quad \nu_{xy} = \nu_{TL} = 0.024 \quad (3)$$

であり、APPEND. I の (A・21) 式より異方性示数は

$$k_1 = 0.869626539, \quad k_2 = 0.229983782$$

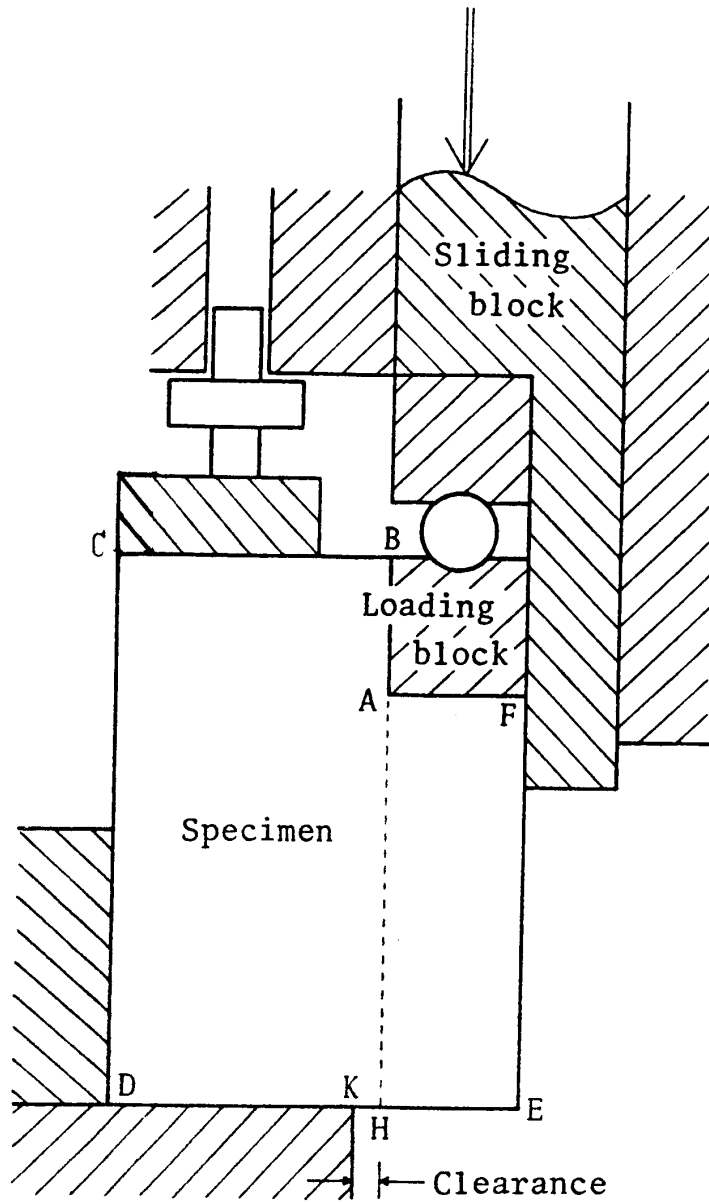


Fig. 1

となる。

(1) 式より

$$F_j''(z_j) = \frac{1}{2}(A_j + iB_j)(r_j e^{i\theta_j})^\lambda = \frac{1}{2}r_j^\lambda(A_j + iB_j)(\cos\lambda\theta_j + i\sin\lambda\theta_j)$$

したがって

$$Re[F_j''] = \frac{1}{2}r_j^\lambda(A_j \cos\lambda\theta_j - B_j \sin\lambda\theta_j)$$

$$Im[F_j''] = \frac{1}{2}r_j^\lambda(A_j \sin\lambda\theta_j + B_j \cos\lambda\theta_j)$$

となり、(A・22) 式より (1) の応力関数に対応する応力成分は

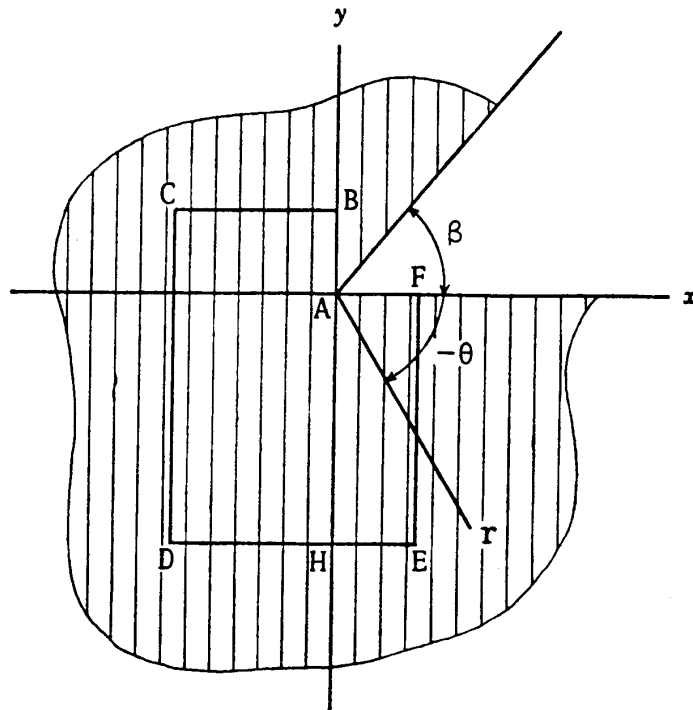


Fig. 2

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\sum_{j=1}^2 k_j^2 r_j^\lambda (A_j \cos \lambda \theta_j - B_j \sin \lambda \theta_j) \\ \sigma_y &= \sum_{j=1}^2 r_j^\lambda (A_j \cos \lambda \theta_j - B_j \sin \lambda \theta_j) \\ \tau_{xy} &= \sum_{j=1}^2 k_j r_j^\lambda (A_j \sin \lambda \theta_j + B_j \cos \lambda \theta_j) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。また (1) 式より

$$\begin{aligned} F_j'(z_j) &= (A_j + iB_j) z_j^{(1+\lambda)} / 2(1+\lambda) \\ R_e[F_j'] &= r_j^{(1+\lambda)} [A_j \cos(1+\lambda)\theta_j - B_j \sin(1+\lambda)\theta_j] / 2(1+\lambda) \\ I_m[F_j'] &= r_j^{(1+\lambda)} [A_j \sin(1+\lambda)\theta_j + B_j \cos(1+\lambda)\theta_j] / 2(1+\lambda) \end{aligned}$$

となるから、

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{j=1}^2 p_j r_j^{(1+\lambda)} [A_j \cos(1+\lambda)\theta_j - B_j \sin(1+\lambda)\theta_j] / 2(1+\lambda) \\ v &= \sum_{j=1}^2 q_j r_j^{(1+\lambda)} [A_j \sin(1+\lambda)\theta_j + B_j \cos(1+\lambda)\theta_j] / 2(1+\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。前述のスギの弾性定数に対しては (A・25) 式から

$$\begin{aligned} p_1 &= -0.260083439 \times 10^{-1}, & p_2 &= -0.256308466 \times 10^{-2} \\ q_1 &= 0.222892644 \times 10^{-2}, & q_2 &= 0.598149729 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

となる。

直角ノッチ, すなわち Fig. 2 の  $\beta = \pi/2$  でノッチ縁が完全に固定されている場合, 境界条件は次のようになる。

$$\theta = 0 : u = 0, \quad v = 0 \quad (6.1), (6.2)$$

$$\theta = -3\pi/2 : u = 0, \quad v = 0 \quad (6.3), (6.4)$$

$\theta = 0$  に対しては  $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = x$  であり (5) の第 1 式と (6.1) から

$$A_2 = -A_1 p_1 / p_2 \quad (7.1)$$

(5) の第 2 式と (6.2) から

$$B_2 = -B_1 q_1 / q_2 \quad (7.2)$$

となり,  $\theta = -3\pi/2$  に対しては

$$r_j = k_j y, \quad \sin \theta_j = 1, \quad \cos \theta_j = 0$$

したがって  $\theta_j = -3\pi/2$  であり, (5) 第 1 式と (6.3) より

$$p_1 k_1^{(1+\lambda)} [A_1 \cos 3(1+\lambda)\pi/2 + B_1 \sin 3(1+\lambda)\pi/2] \\ + p_2 k_2^{(1+\lambda)} [A_2 \cos 3(1+\lambda)\pi/2 + B_2 \sin 3(1+\lambda)\pi/2] = 0$$

(5) 第 2 式と (6.4) より

$$q_1 k_1^{(1+\lambda)} [-A_1 \sin 3(1+\lambda)\pi/2 + B_1 \cos 3(1+\lambda)\pi/2] \\ + q_2 k_2^{(1+\lambda)} [-A_2 \sin 3(1+\lambda)\pi/2 + B_2 \cos 3(1+\lambda)\pi/2] = 0$$

となる。これに (7.1), (7.2) を用いると

$$A_1 (k_1^{(1+\lambda)} - k_2^{(1+\lambda)}) \cos 3(1+\lambda)\pi/2 + B_1 (k_1^{(1+\lambda)} - \frac{p_2 q_1}{p_1 q_2} k_2^{(1+\lambda)}) \sin 3(1+\lambda)\pi/2 = 0 \quad (7.3)$$

$$A_1 (k_1^{(1+\lambda)} - \frac{p_1 q_2}{p_2 q_1} k_2^{(1+\lambda)}) \sin 3(1+\lambda)\pi/2 - B_1 (k_1^{(1+\lambda)} - k_2^{(1+\lambda)}) \cos 3(1+\lambda)\pi/2 = 0 \quad (7.4)$$

が導かれる。同時には零でない  $A_1, B_1$  が存在するためには, 連立方程式 (7.3), (7.4) の係数の行列式が零でなければならない。したがって

$$\tan^2 3(1+\lambda)\pi/2 = -(k_1^{(1+\lambda)} - k_2^{(1+\lambda)})^2 / (k_1^{(1+\lambda)} - \frac{p_2 q_1}{p_1 q_2} k_2^{(1+\lambda)}) / (k_1^{(1+\lambda)} - \frac{p_1 q_2}{p_2 q_1} k_2^{(1+\lambda)}) \quad (8)$$

が成り立つ必要がある。この (8) 式が  $\lambda$  の値を定めるいわゆる固有方程式となる。

$k_1, k_2, p_1, p_2, q_1, q_2$  に前述の値を用いると, (8) 式の関係来满足する  $\lambda$  の固有値の 1 つとして

$$\lambda = -0.291818710$$

を得る。

いま  $A_1 = 1$  とすると

$$A_2 = -10.147284$$

$$B_1 = -3.12353606$$

$$B_2 = 1.16394471$$

となる。

これらの定数を用い, JIS せん断試験体に対応させて, Fig. 2 の  $\beta = \pi/2$  とし

$$AB ; x = 0, \quad 0 \leq y \leq 10 : u = v = 0$$

$$AF ; 0 \leq x \leq 10, \quad y = 0 : u = v = 0$$

さらに, 次の各直線

$$BC ; 0 \geq x \geq -20, \quad y = 10, \quad CD : x = -20, \quad 10 \geq y \geq -30$$

$$DE ; -20 \leq x \leq 10, \quad y = -30, \quad EF : x = 10, \quad -30 \leq y \leq 0$$

上にある各点の変位  $u$ ,  $v$  を (5) 式によって計算し, これらの値を試験体周辺上にある節点の変位として規定し FEM プログラムによる計算を行なった。応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  に対応する FEM 計算値を SX( $\circ$ ), SY( $\times$ ), TXY( $+$ ) で表わし, AH 線上 ( $x = 0$ ,  $0 \geq y \geq -30$ ) の応力の絶対値の対数を  $\log r$ , ( $r = |y|$ ) に対してプロットしたものが Fig. 3 である。

AH 線上は  $\theta_1 = \theta_2 = -\pi/2$ ,  $r_1 = k_1 y$ ,  $r_2 = k_2 y$  であり, (4) 式より

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -r^\lambda [k_1^{(2+\lambda)}(A_1 \cos \lambda \pi / 2 + B_1 \sin \lambda \pi / 2) \\ &\quad + k_2^{(2+\lambda)}(A_2 \cos \lambda \pi / 2 + B_2 \sin \lambda \pi / 2)] \\ &= -r^\lambda [2.27894078 k_1^{(2+\lambda)} - 9.61479775 k_2^{(2+\lambda)}] = -1.01424289 r^\lambda \\ \sigma_y &= r^\lambda [2.27894078 k_1^{(2+\lambda)} - 9.61479775 k_2^{(2+\lambda)}] = -12.3904033 r^\lambda \\ \tau_{xy} &= r^\lambda [k_1^{(1+\lambda)}(-A_1 \sin \lambda \pi / 2 + B_1 \cos \lambda \pi / 2) \\ &\quad + k_2^{(1+\lambda)}(-A_2 \sin \lambda \pi / 2 + B_2 \cos \lambda \pi / 2)] \\ &= r^\lambda [-2.35858145 k_1^{(1+\lambda)} - 3.44641437 k_2^{(1+\lambda)}] = -3.35354421 r^\lambda\end{aligned}$$

となる。Fig. 3 に引かれている直線は, それぞれこれらの理論値から定まる次の直線

$$\left. \begin{aligned}\log |\sigma_x| &= \log(1.01424) - 0.291819 \log r \\ \log |\sigma_y| &= \log(12.3904) - 0.291819 \log r \\ \log |\tau_{xy}| &= \log(3.35354) - 0.291819 \log r\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

を表わしている。

Fig. 3 の FEM 計算値をみると,  $\log r$  が特に小さい数点を除いて,  $r = 0.045 \sim 30$  の範囲は直線上にあるとみなされる。この範囲で FEM 計算値にフィットする直線式を最小自乗法で計算すると次のようになった。

$$\left. \begin{aligned}\log |SX| &= \log(1.01687) - 0.292016 \log r \\ \log |SY| &= \log(12.4303) - 0.293673 \log r \\ \log |TXY| &= \log(3.32860) - 0.289123 \log r\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

一般式

$$\{\sigma\} = K r^\lambda \quad (11)$$

の形にかいたとき, (10) 式の FEM 計算値から定まる  $K$  および  $\lambda$  は (9) 式の理論値に対して (計算値/理論値) の比が

$$\begin{array}{llll}\sigma_x & : & k \text{ 値} & 1.0026, \quad \lambda \text{ 値} & 1.0007 \\ \sigma_y & : & & 1.0032, & 1.0064 \\ \tau_{xy} & : & & 0.9926, & 0.9908\end{array}$$

となり, きわめて高い精度の結果が得られることが判る。一般に FEM による解の精度は要素分割を密にする程向上し, 特に応力勾配の大きい所ほど稠密な要素配置を必要とすることは周知のことである。JIS 試験体の寸法  $30 \times 40$  に対し, ここで用いた分割は要素総数 2101, 節点総数 1741 であり, ノッチ底近傍の最小の要素は  $0.01 \times 0.01$ , また試験体周辺上の節点数は 252 であった。応力が (11) 式の形で,  $-1 < \lambda < 0$  の場合,  $r \rightarrow 0$  では, 変位は有限であるが, 応力  $\{\sigma\} \rightarrow \infty$  となる。すなわち, シャープノッチ底はいわゆる応力特異点となるが, この近傍で相当に密な要素配置を行なえば, 実用上十分な精度で応力の計算値を得ることが出来る。

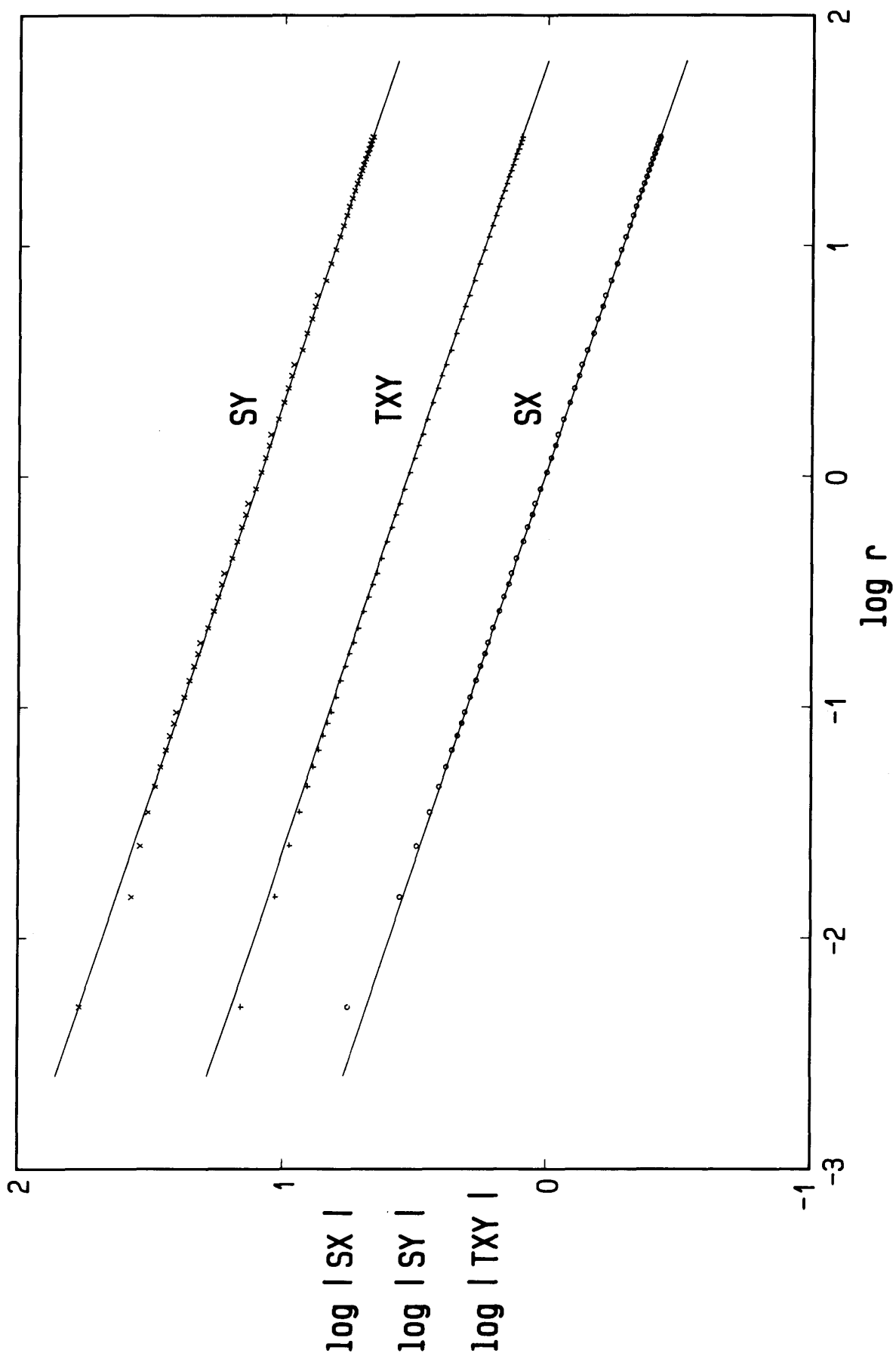


Fig. 3

## II. JIS せん断試験体における応力分布

JIS(日本工業規格)に規定する木材のせん断試験は Fig. 1 に示されるとおりであるが、図の D 点を座標原点とし、DE に沿って x 軸、DC に沿って y 軸をとると、境界条件は次のようになる。ただし変位  $u$ ,  $v$  はそれぞれ x, y の正方向を正とする。

$$0 \leq x \leq c^*, \quad y = 0 : u = \text{free}, \quad v = 0 \quad \text{or} \quad v > 0 \quad (12 \cdot 1)$$

$$x = 0, \quad 0 \leq y \leq 20 : u = 0, \quad v = \text{free} \quad (12 \cdot 2)$$

$$0 \leq x \leq 20, \quad y = 40 : u = \text{free}, \quad v = 0 \quad \text{or} \quad v < 0 \quad (12 \cdot 3)$$

$$x = 20, \quad 40 \geq y \geq 30 : u = 0, \quad v = \text{free} \quad (12 \cdot 4)$$

$$20 \leq x \leq 30, \quad y = 30 : u = \text{free}, \quad v = -\bar{v} \quad \text{or} \quad v < -\bar{v} \quad (12 \cdot 5)$$

$$x = 30, \quad 30 \geq y \geq h^* : u = 0 \quad \text{or} \quad u < 0, \quad v = \text{free} \quad (12 \cdot 6)$$

(12・5) 式の  $\bar{v}$  はせん断試験において、ある大きさの荷重を作用させたとき、ローディング ブロックは押し下げられ、ブロックの底面は水平なまま垂直下方に  $\bar{v}$  だけ変位する。荷重の大きさと変位  $\bar{v}$  との関係は試験体の弾性定数によって支配されるが、AF 面上 F 点の近くでは、垂直変位の絶対値  $|v|$  が  $\bar{v}$  より大きくなることは可能であるが、 $\bar{v}$  より小ということはあり得ないことを意味する。(12) の他の諸式で  $u$  または  $v$  が  $=0$  or  $>0$  (or  $<0$ ) などとなっているのは、Fig. 1 の試験方法から、それぞれの面の変位に対し同様な制約があることにもとづいている。また  $u$  あるいは  $v = \text{free}$  としているが、実際には試験体(木材)表面と試験用器具の各ブロック(鋼)面の間には摩擦力が生ずる筈である。その摩擦力がどのような効果をもたらすかは、それなりに重要な問題であるが、今後の研究課題として、ここでは摩擦力はすべて無視することとした。

(12・1) 式の  $c^*$  は 18.0 したがって予想されるせん断破壊面 AH に対してクリアランス  $C=2.0$  であり、このことは JIS に明示されている。このようにクリアランスをとる理由は木材の繊維方向が AH に対して完全に平行でなく、もし AK を結ぶ線以上に繊維方向が傾斜している場合、AK 間に縦圧縮を受ける繊維束の柱がある状態になる。もしその様な状態になれば、せん断試験の目的から大きくはずれることになるのでそれを避ける意味である。したがって繊維方向が完全に AH に平行なら、その必要はないともいえる。ここでは  $C$  の値が 2.0~0.0 の範囲に変化したとき、せん断面の応力分布がどのように変化するかを検討してみた。

(12・6) 式の  $h^*$  は Fig. 1 におけるスライディング ブロックが F 点よりさらに下方に延びていることに対応する。JIS Z 2114 (1957)<sup>7)</sup> では、EF 面全体について  $u > 0$  となり得ない構造、すなわち  $h^* = 0$  となっているが、JIS Z 2114 (1977)<sup>8)</sup> では  $h^*$  の値が明示されていない。高さ EF のおよそ 3/4、したがって  $h^* \approx 22$  と読みとれる。ASTM(米国材料試験学会)に規定する木材のせん断試験<sup>9)</sup> は JIS のそれとほとんど同様であるが、せん断長 (AH) は 2 inch (50.8mm)、切欠き部の寸法は 3/4 inch (19.05mm) を標準としており、EF 面の拘束はない。ここでは EF 面非拘束の応力分布に及ぼす影響も吟味してみた。

JIS せん断試験体の応力解析を FEM で行なう場合、境界条件(12.1)~(12.6)に対し、水平方向反力  $F_x$  (右向きを正)、垂直方向反力  $F_y$  (上向きを正) として

$$y=0 \text{ で } x < x_0 \text{ では } v > 0, \quad x > x_0 \text{ で } F_y > 0$$

$$y=40 \text{ で } x > x_{40} \text{ では } v < 0, \quad x < x_{40} \text{ で } F_y < 0$$

$$y=30 \text{ で } x > x_{30} \text{ では } v < -\bar{v}, \quad x < x_{30} \text{ で } F_y < 0$$



$$x=30 \text{ で } y < y_{30} \text{ では } u < 0, y > y_{30} \text{ で } F_x < 0$$

となるべきである。そのような  $x_0, x_{40}, x_{30}, y_{30}$  ( $0 < x_0 < c^*, h^* < y_{30} < 30$ ) の値はすべて試験体の弾性定数に依存する。完全弾性体を仮定しているので  $\bar{v}$  の大きさ、したがって荷重の大きさには無関係である。しかし与えられた弾性定数に対し、予めこれらの値を決定する適当な方法がないので、ここでは、はじめに暫定的な拘束節点列を仮定し、全体剛性方程式を解き、各節点の変位および節点反力を求めた後、上述の条件を満足するように拘束節点列の長さを順次大きく（または小さく）していく方法を採用した。

計算は (12.1) 式の  $c^*$  の値、したがって、クリアランスの値：C (次の ( ) 内の数値) を次のように変えて行なった。

- ① 18.0 (2.0)      ② 18.5 (1.5)      ③ 18.0 (1.0)
- ④ 19.5 (0.5)      ⑤ 20.0 (0.0)      ⑥  $x=30$  の面：非拘束 (2.0)

計算に用いた弾性定数は (3) 式に示したスギ LT 面に対応するものと同じである。上記①～⑥に対する  $x_0, x_{40}, x_{30}, y_{30}$  は次のような値になる。

Table 1

	C	$x_0$	$x_{40}$	$x_{30}$	$y_{30}$	$P_y$	$P_x$
①	2.0	5.28	3.36	25.76	28.72	3.4147	0.6556
②	1.5	5.28	4.00	25.76	28.08	3.6570	0.6540
③	1.0	5.28	4.00	25.76	28.08	3.8865	0.6522
④	0.5	5.28	4.00	27.04	27.44	4.1717	0.6496
⑤	0.0	4.64	4.00	27.04	27.44	4.4105	0.6480
⑥	2.0	5.28	3.36	25.76	—	3.4099	0.6435

試験体周辺での節点配置が全周にわたってはそれほど稠密ではないので厳密な値とは言い難いが、C の値が小さくなることは、荷重を受けて変形する試験体が全体として、Fig. 1 において反時計まわりに回転させられることになるので、この結果は首肯し得るものである。また上の表の  $P_y$  は  $\bar{v} = 0.03$ 、すなわち荷重面の垂直変位がせん断長 (AH) の 0.1% のときの荷重合計 (単位厚さ当り) を表わしている。予想されることであるが、C が小さくなるに従って一定の変位を与えるのに必要な荷重が大きくなる、すなわち試験体が全体としてより剛になることが判る。上表の  $P_x$  は同じ条件のもとでの水平方向の反力合計を表わす。

応力  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  に対する FEM 計算値を SX, SY, TXY の記号で表わす。分布のパターンを相互に比較するため、すべての応力値はせん断面 (AH) の平均せん断応力  $\bar{\tau} = 1.0$  を単位として表わす。すなわち、ある  $\bar{v}$  を与えたときそれに対応する要素応力が定まるが、それらにすべて  $30/P_y$  をかけた値で表わされている (せん断面積 =  $30 \times 1$ )。

せん断面 (AH) 上の応力について、 $y = 0 \sim 29$  の範囲の SX を Fig. 4 に、SY を Fig. 5 に、TXY を Fig. 6 に示す。SX は負の曲げモーメントを受ける片持はりにほぼ類似して、上側では引張り、下側では圧縮になる。SX = 0 すなわち中立軸に相当する点の位置が C = 2.0 ① の  $y = 16.5$  から C = 0.0 ⑤

の  $y=10.5$  に順次小さくなる。圧縮応力の最大値は  $C$  が小さくなるに従って大きくなる。 $x=30$  の面非拘束の⑥を①と比較し⑥では引張応力が少し大きくなることが判る。SY はすべて圧縮であるが  $C=1.0$  ③を境に分布のパターンが大きく変化する。材料力学のはり理論では  $\sigma_y=0$  として  $\sigma_y$  をすべて無視するが、せん断試験体のせん断面では荷重面より相当の深さまでかなり大きい  $\sigma_y$  が生じている。①～④では  $y=0$  で当然  $\sigma_y=0$  である。 $C=0$  ⑤の場合  $y=0$  の点は支承部の隅角点に相当するから応力特異点になるが、この近傍の要素配置を特に密にすることをしなかった（要素寸法  $0.5 \times 0.5$  程度）ので応力特異性の様相が明瞭ではない。文献1) ではSYの分布についてはまったく触れていないが、せん断面上に中心をもつ微小要素を考えたとき、破壊に対して  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  だけでなく  $\sigma_y$  も無関係ではない。二次元問題としてとらえる場合  $\sigma_y$  の大きさにも関心を払う必要がある。ただし  $\bar{\tau}=1.0$  に対してSYの絶対値が相当に大きいのは  $E_y$  が  $G_{xy}$  の21倍、 $E_x$  の25倍であることと当然に関連することである。TXYについては、その分布パターンが  $C$  の値によって特に大きくはかわらない。TXY=1.0となる点はいずれも  $y=24.5 \sim 25.2$  の範囲に現われる。 $C=0$  ⑤では下端にもピークのあるタイプの分布が予想されたが、Fig. 6ではそのような結果がみられない。支承部隅角点近傍の応力を吟味するには、それに応じた稠密な要素分割をしなければ論及し得ないと言える。①～⑤では  $y=0$  で当然  $\tau_{xy}=0$  である。

SX, SY, TXY いずれの応力値も  $y > 29$  では  $r (r=30-y)$  の減少とともに急激に増大する。各応力の絶対値の対数を  $\log r$  に対してプロットしたものが Fig. 7～Fig. 12 であり、その順に場合①～⑥に対応している。図から明らかなように  $r=0.055 \sim 1.76$ , ( $\log r = -1.26 \sim 0.25$ ) の範囲では明瞭な直線分布を示す。 $r < 0.055$  のように極端に  $r$  の小さいところでのみだれば、この要素分割およ

Table 2

	$K_x$	$\lambda_x$	$K_y$	$\lambda_y$	$K_{xy}$	$\lambda_{xy}$
①	0.21931 (1.0000)	-0.69303 (1.0000)	10.479 (1.0000)	-0.61979 (1.0000)	2.8493 (1.0000)	-0.61788 (1.0000)
②	0.21422* (0.9768)	-0.68383 (0.9867)	10.195 * (0.9729)	-0.61559 (0.9932)	2.7338* (0.9595)	-0.61812 (1.0004)
③	0.20935* (0.9546)	-0.67782* (0.9781)	9.9818* (0.9525)	-0.61233 (0.9880)	2.6466** (0.9289)	-0.61836 (1.0008)
④	0.22276 (1.0157)	-0.67096* (0.9682)	10.673 (1.0185)	-0.60836 (0.9816)	2.7900* (0.9792)	-0.61877 (1.0014)
⑤	0.24140*** (1.1007)	-0.66562* (0.9604)	11.620 *** (1.1089)	-0.60529* (0.9766)	3.0037** (1.0542)	-0.61915 (1.0021)
⑥	0.26616*** (1.2136)	-0.65969* (0.9519)	10.486 (1.0007)	-0.61957 (0.9996)	2.8854 (1.0127)	-0.61982 (1.0031)

びプログラムの精度の限界を超えるものと考えられる。上記の範囲の FEM 計算値に対し、それぞれ次の形の式

$$\left. \begin{aligned} \log|SX| &= \log(K_x) - \lambda_x \log r \\ \log|SY| &= \log(K_y) - \lambda_y \log r \\ \log|TXY| &= \log(K_{xy}) - \lambda_{xy} \log r \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を適用して、係数  $K$ ,  $\lambda$  の値を求め、Table 2 のような結果を得た。

Table 2 で ( ) でかこんだ数値は、① (これが正しく JIS の規定に従った場合) を基準として、各  $K$  および  $\lambda$  の値を①に対するそれらの比を表わしたものである。\*印は 2% 以上、\*\*は 5% 以上、\*\*\*は 10% 以上の差のあることを示している。

### III. 十字型せん断試験体における応力分布

JIS による木材のせん断試験は、当然に Fig. 1 に示す試験用の特殊な器具 (ジグ) を必要とする。著者の関心の 1 つはシャープノッチをもつ構造用木質部材の破壊強さであるが、シャープノッチ底近傍の弾性応力は解析の結果 (13) 式、したがって、一般式として (11) 式

$$\{\sigma\} = Kr^\lambda$$

の形になることが知られた。 $\lambda < 0$  であるから、 $r \rightarrow 0$  では  $\{\sigma\}$  は無限大になる。同じくその先端に応力特異点をもつクラックが存在する物体の強度の推定について、有用な工学的手法となっている線形破壊力学では、ある体積内に強度上の弱点を含む確率の大小にもとづく通常の寸法効果とは別の意味での寸法効果が存在することが知られている。シャープノッチをもち、せん断荷重の作用を受ける構造部材に同様な特別の寸法効果がみられるかどうかを実証するには、寸法の異なる相似形試験体についての実験を必要とする。JIS の試験方法をそのまま適用するとすれば、各種の大きさの特殊な試験器具を用意する必要がある。

Fig. 13 は十字型せん断試験体であり、図に示す試験方法に従えば、左右の支台と上方の加圧板があれば実験が可能であり、試験体の作製にも特別な困難は考えられない。なお、左右の支台の水平方向の移動を拘束しないとすれば垂直方向に働く摩擦力は生じないから、垂直下向きに加えられる荷重はすべて試験体に伝達される点も好都合である。

前章までと同様にして FEM による応力解析を行なった。用いた弾性定数は (3) 式のスギ LT のそれと同一であり、節点総数は 1640、要素総数は 1878 である。試験体は完全に左右対称であるから、右側半分について解析すれば十分であり、図のように O 点を原点として xy 座標を定めると、境界条件は次のようになる (下記以外の境界はすべて stress free)。

$$b_1 \leq x \leq (b_1 + b), \quad y = h_1 : u = \text{free}, \quad v = 0 \quad \text{or} \quad v > 0 \quad (14.1)$$

$$0 < x \leq b_2, \quad y = h_0 : u = \text{free}, \quad v = -\bar{v} \quad (14.2)$$

$$x = 0, \quad 0 \leq y < h_0 : u = 0, \quad v = \text{free} \quad (14.3)$$

(14.2) 式は上面におかれた加圧板が z 軸まわりに回転することなく、垂直下方に  $\bar{v}$  だけ変位し、(14.1) は、そのとき支台に接する面では、垂直方向の変位が一般には零であるが、A 点より遠いところで上向きに変位することは可能であることを意味する。(14.3) の条件は y 軸がこの試験体の対称軸であることにもとづく。

計算は次の 4 つの場合について行なった。

$$\textcircled{1} \quad h=10, \quad \textcircled{2} \quad h=20, \quad \textcircled{3} \quad h=30, \quad \textcircled{4} \quad h=40$$

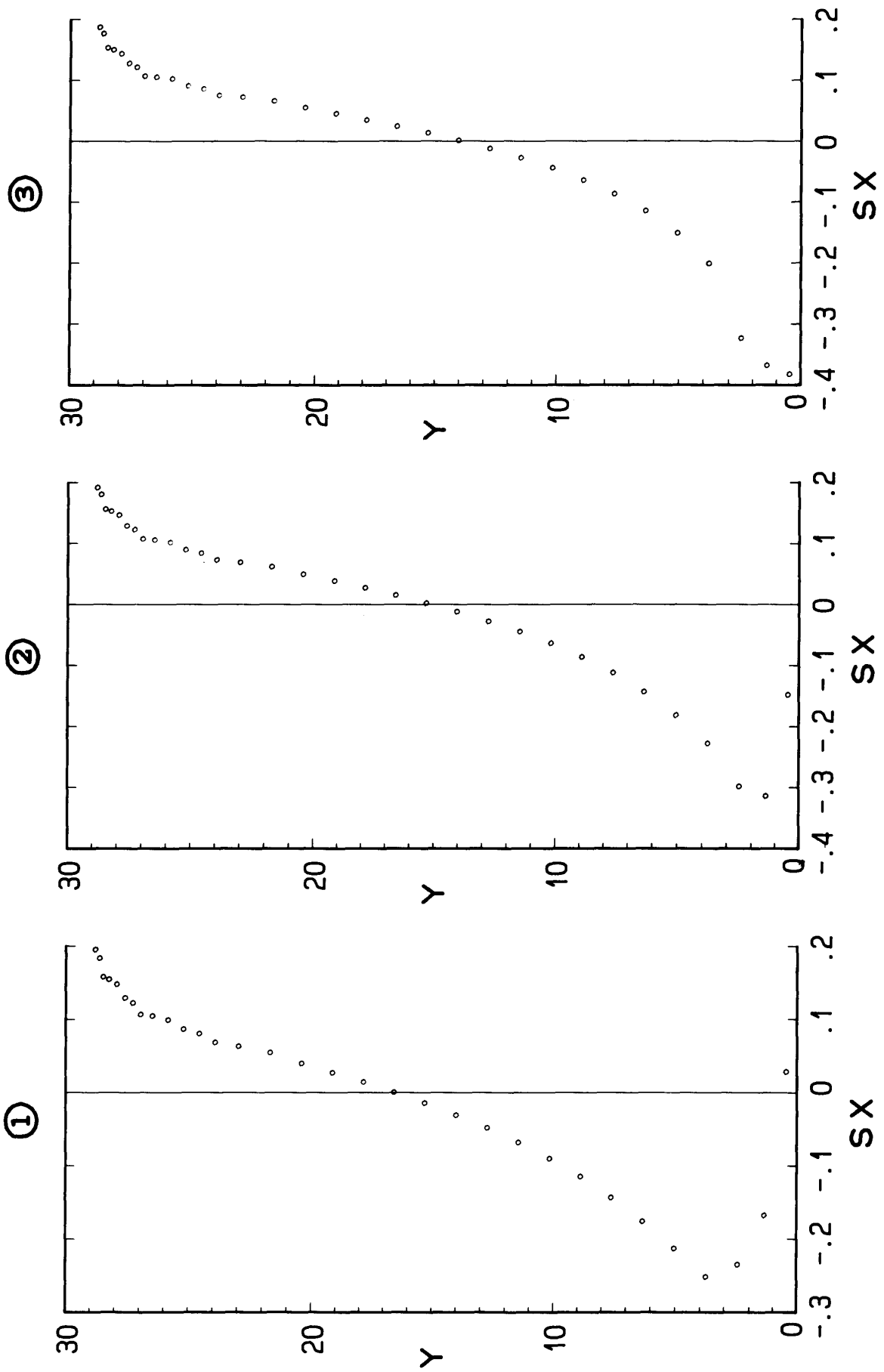


Fig. 4

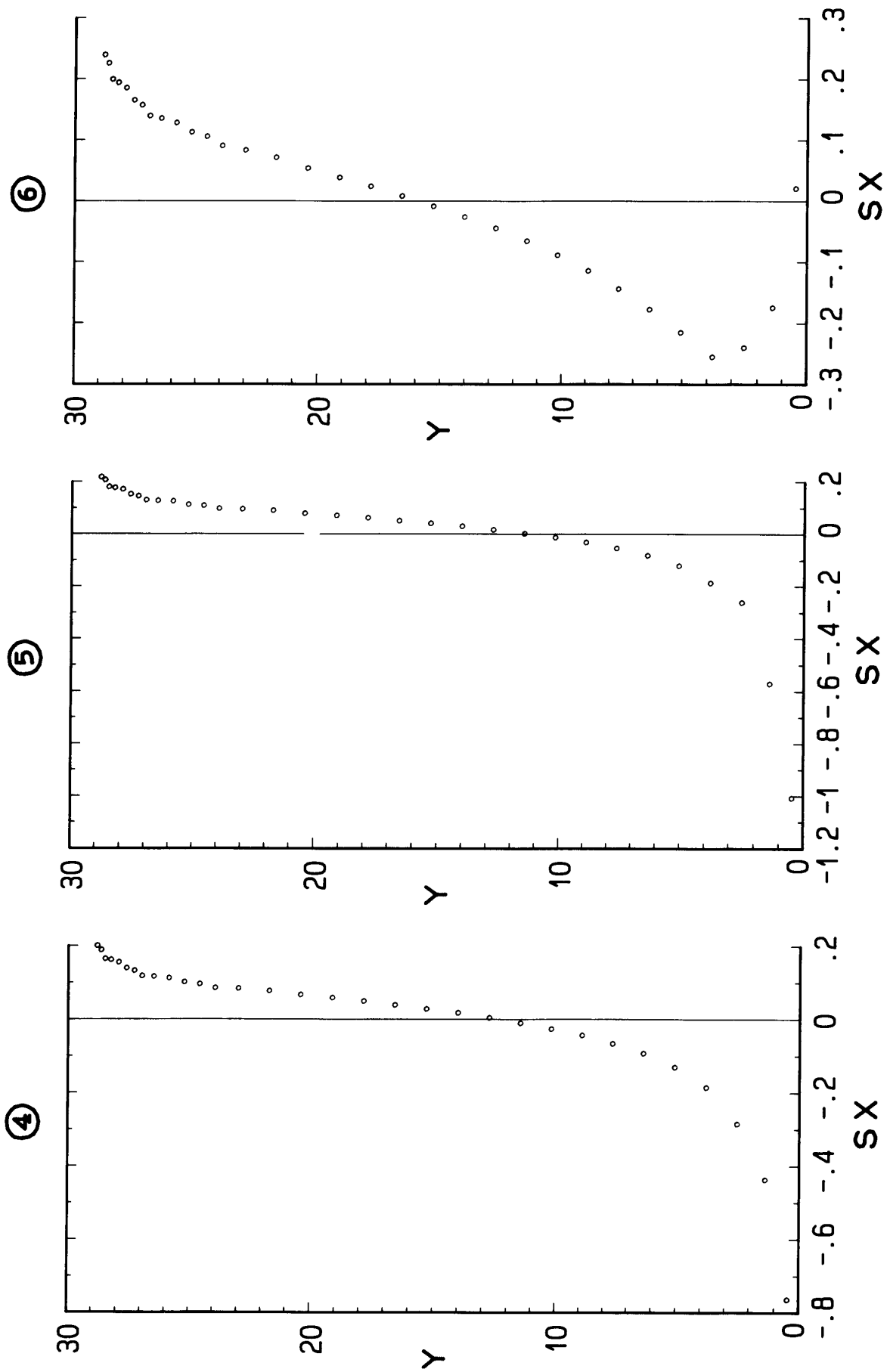


Fig. 4

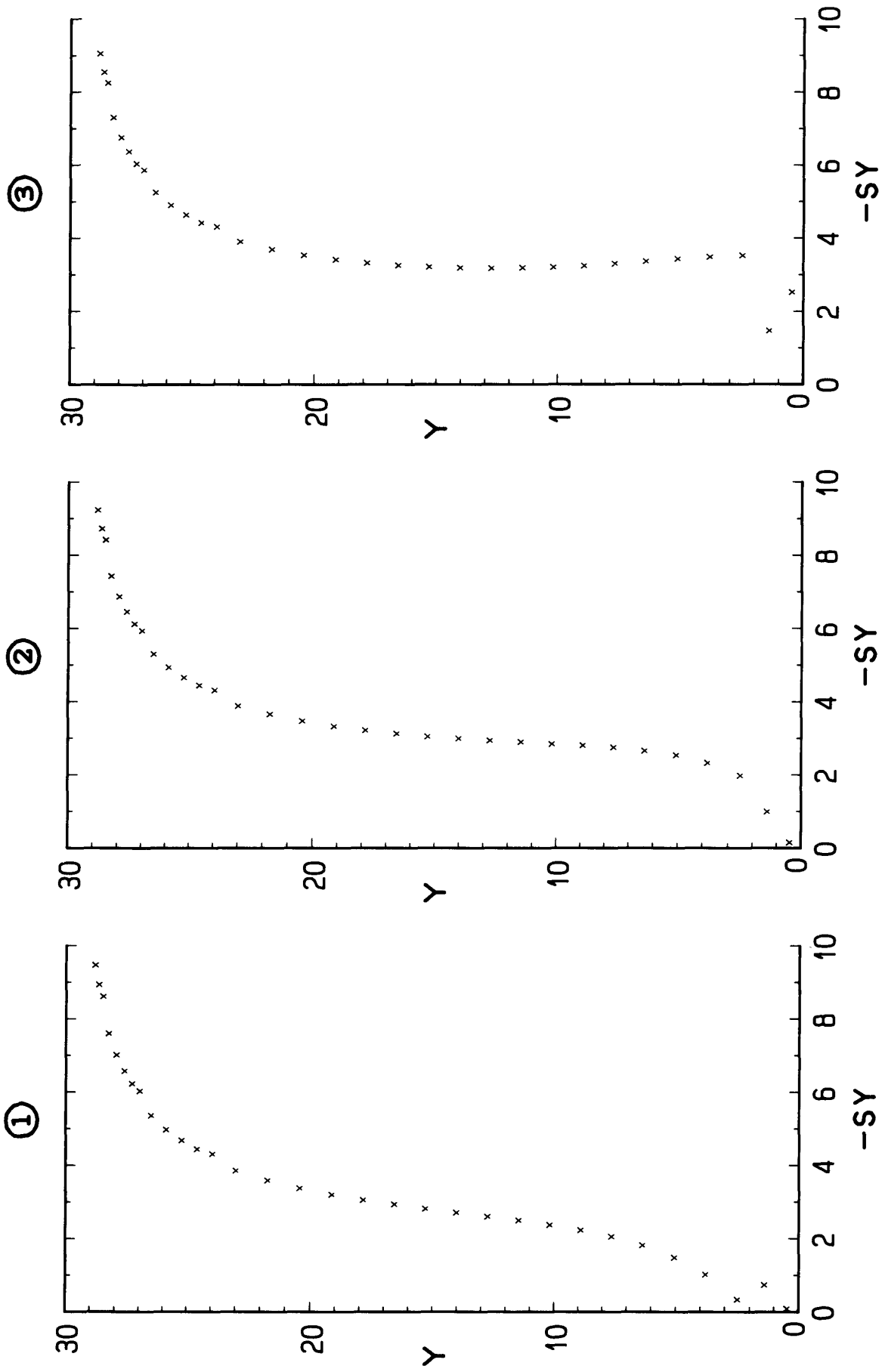


Fig. 5

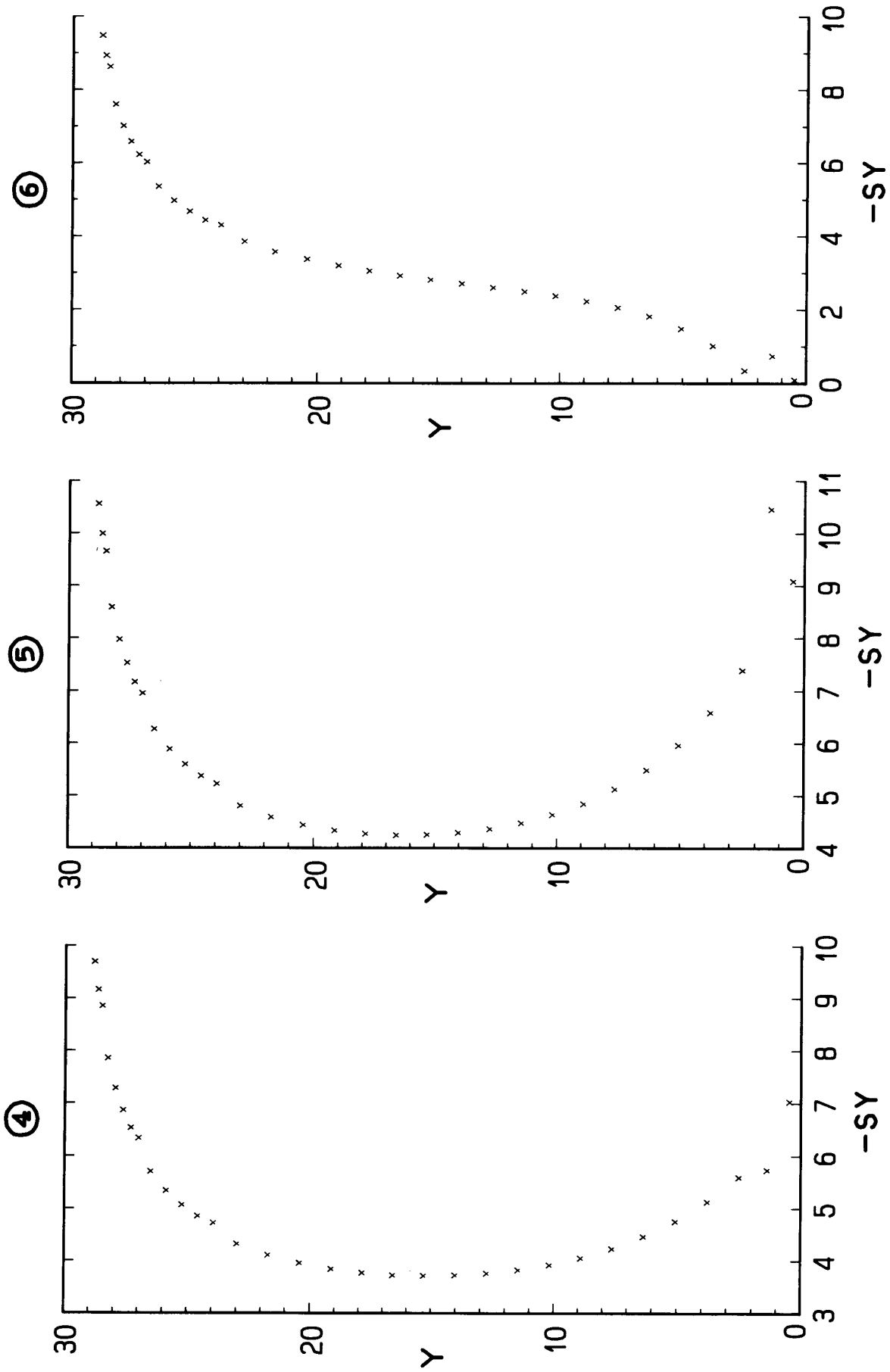


Fig. 5

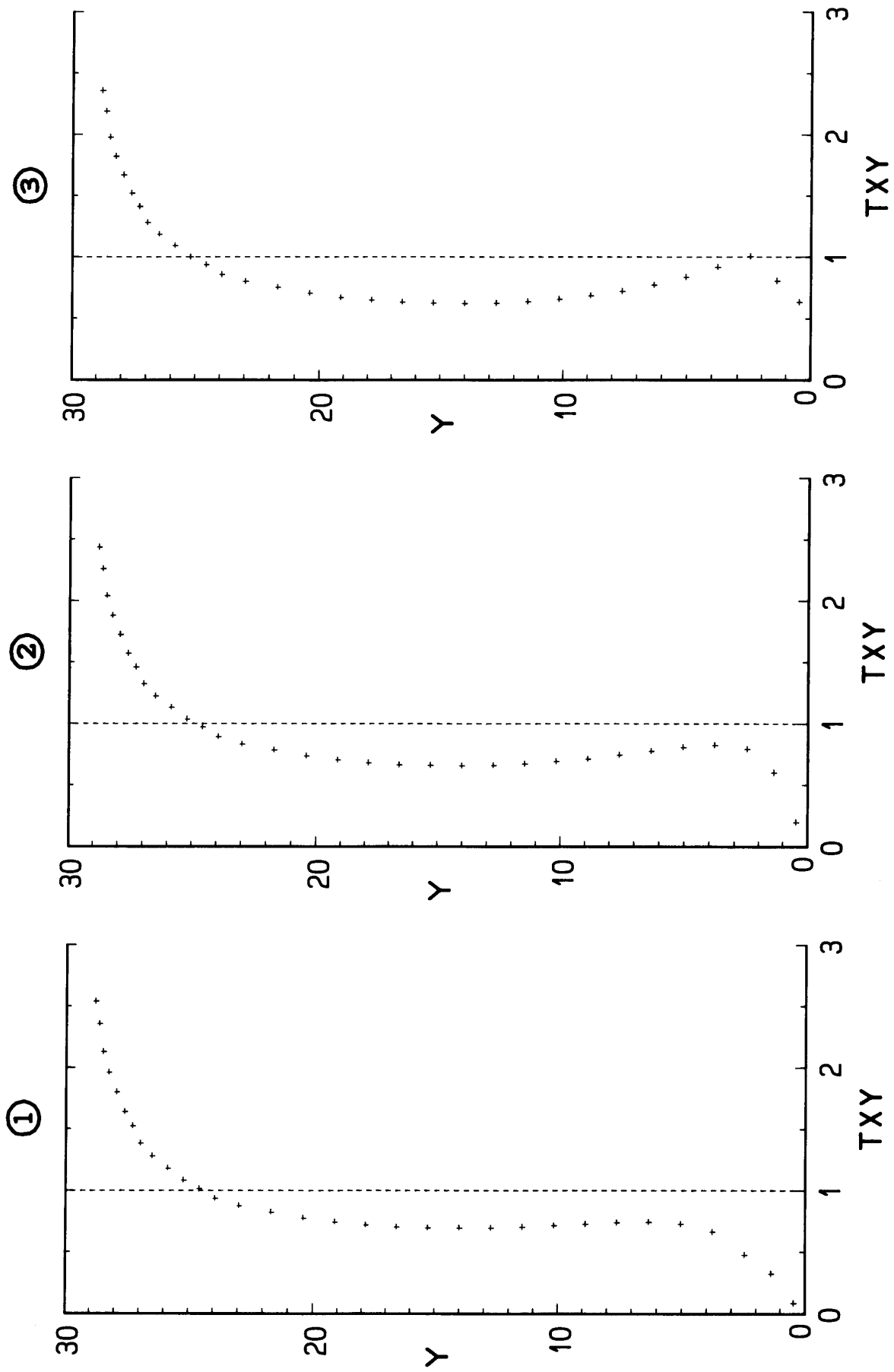


Fig. 6



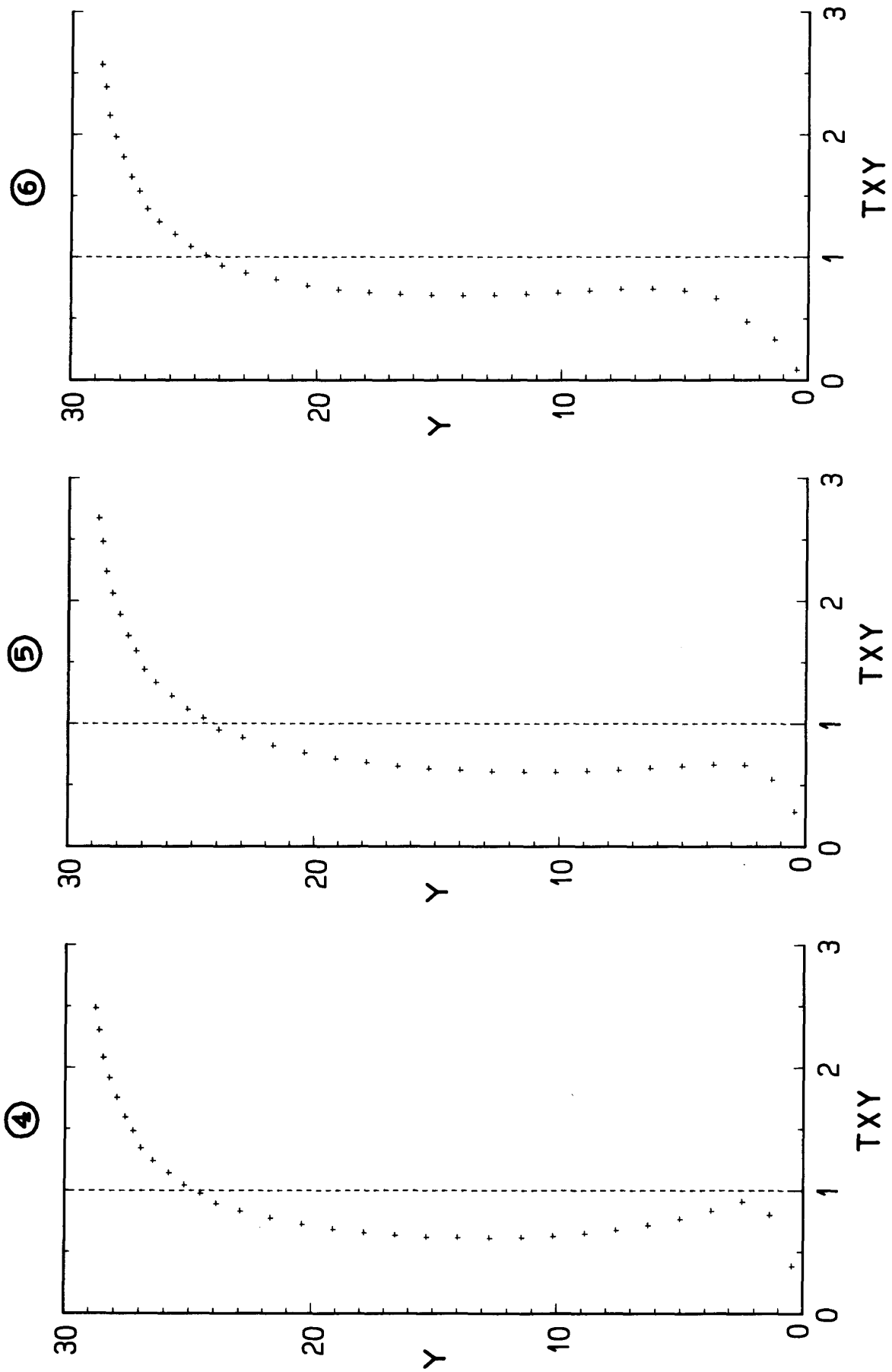


Fig. 6

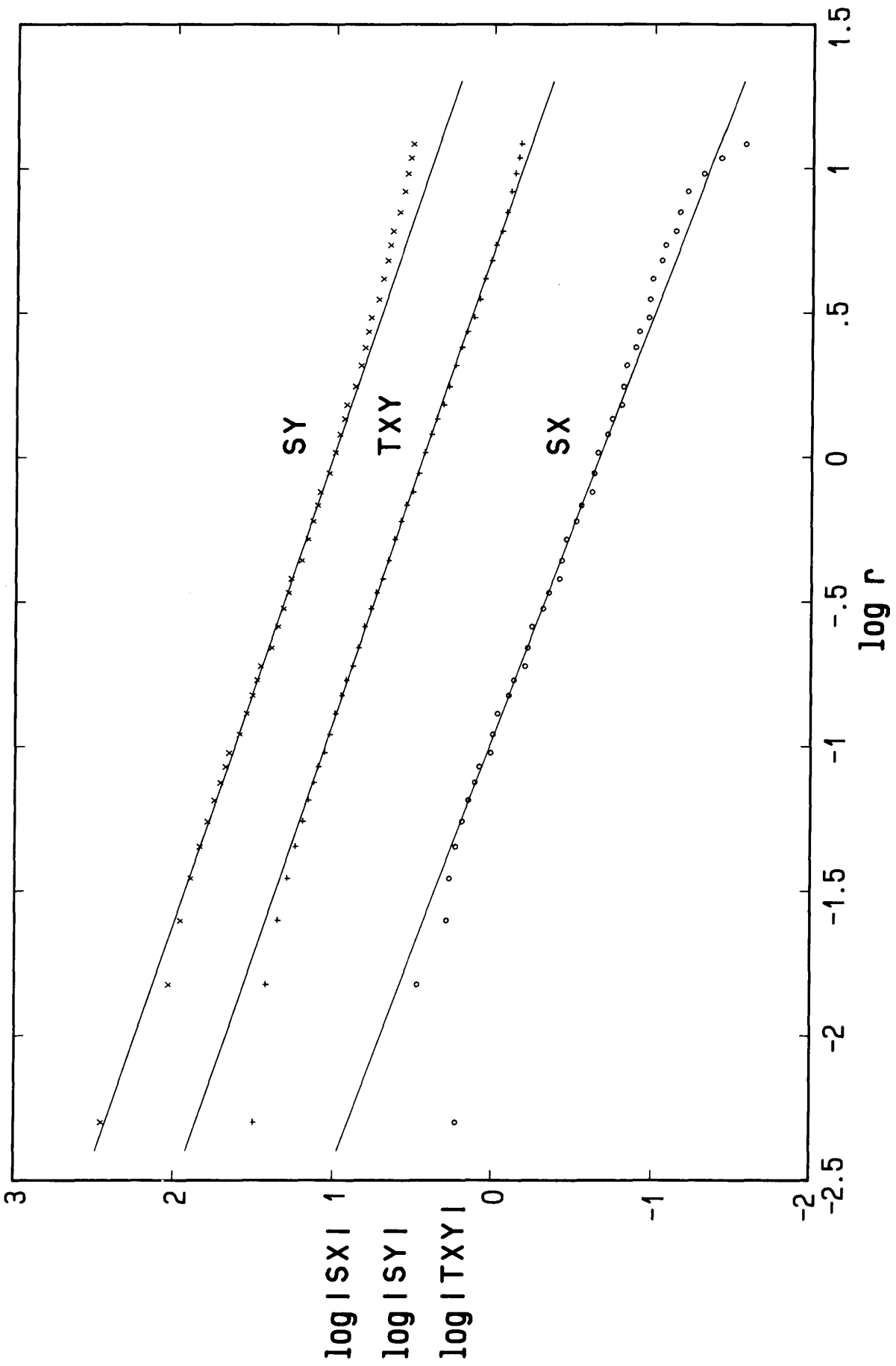


Fig. 7

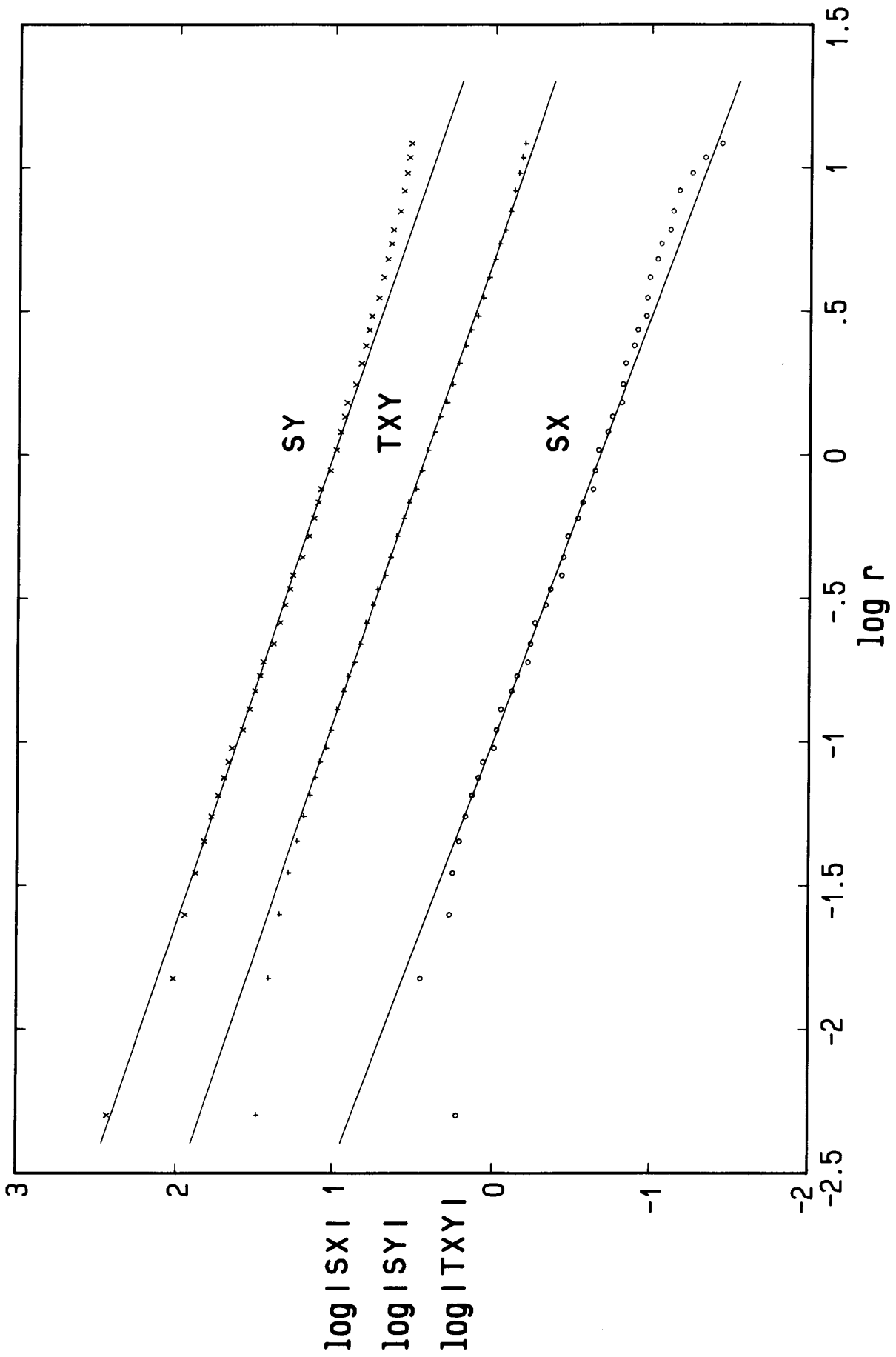


Fig. 8

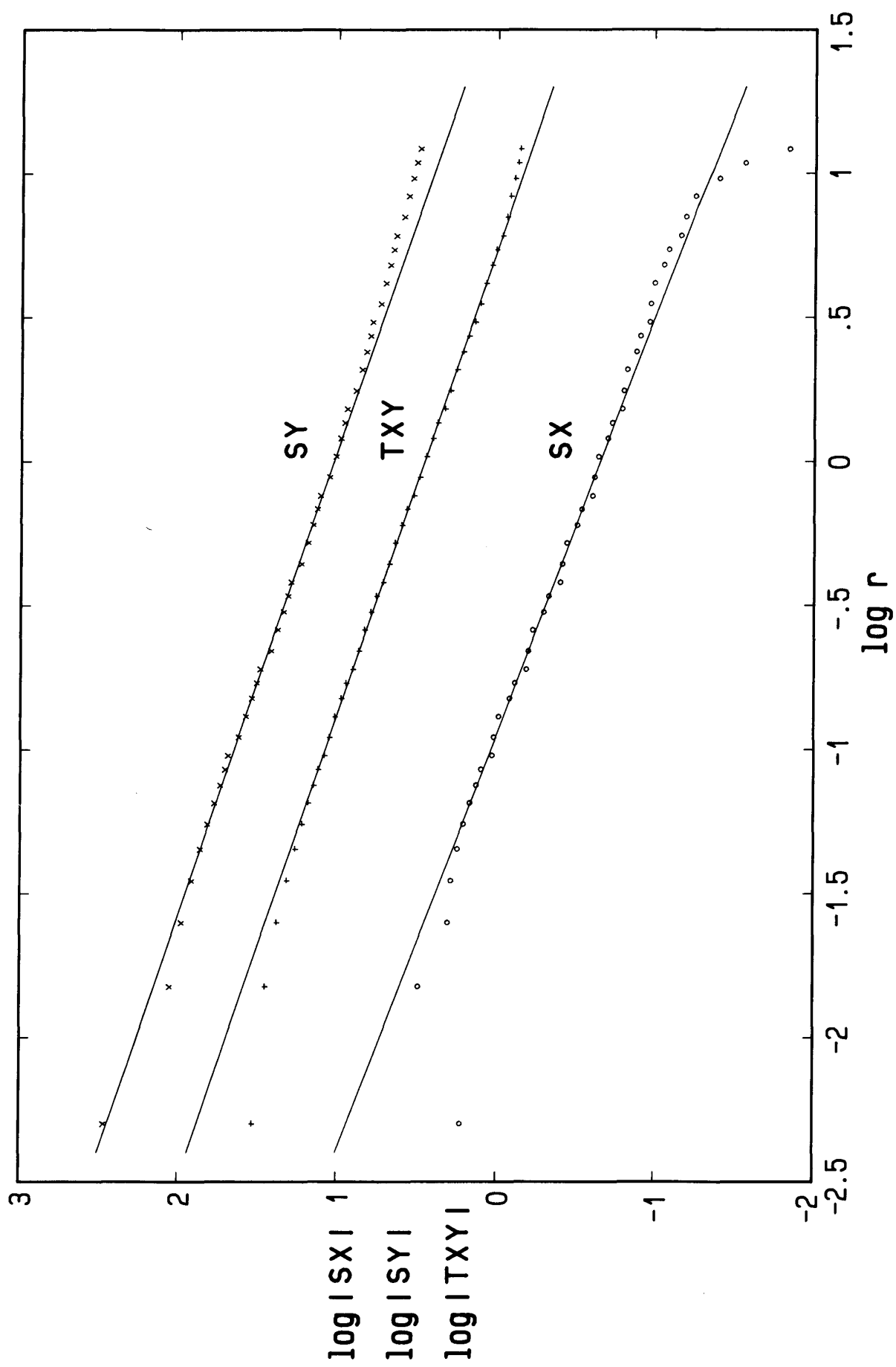


Fig. 9

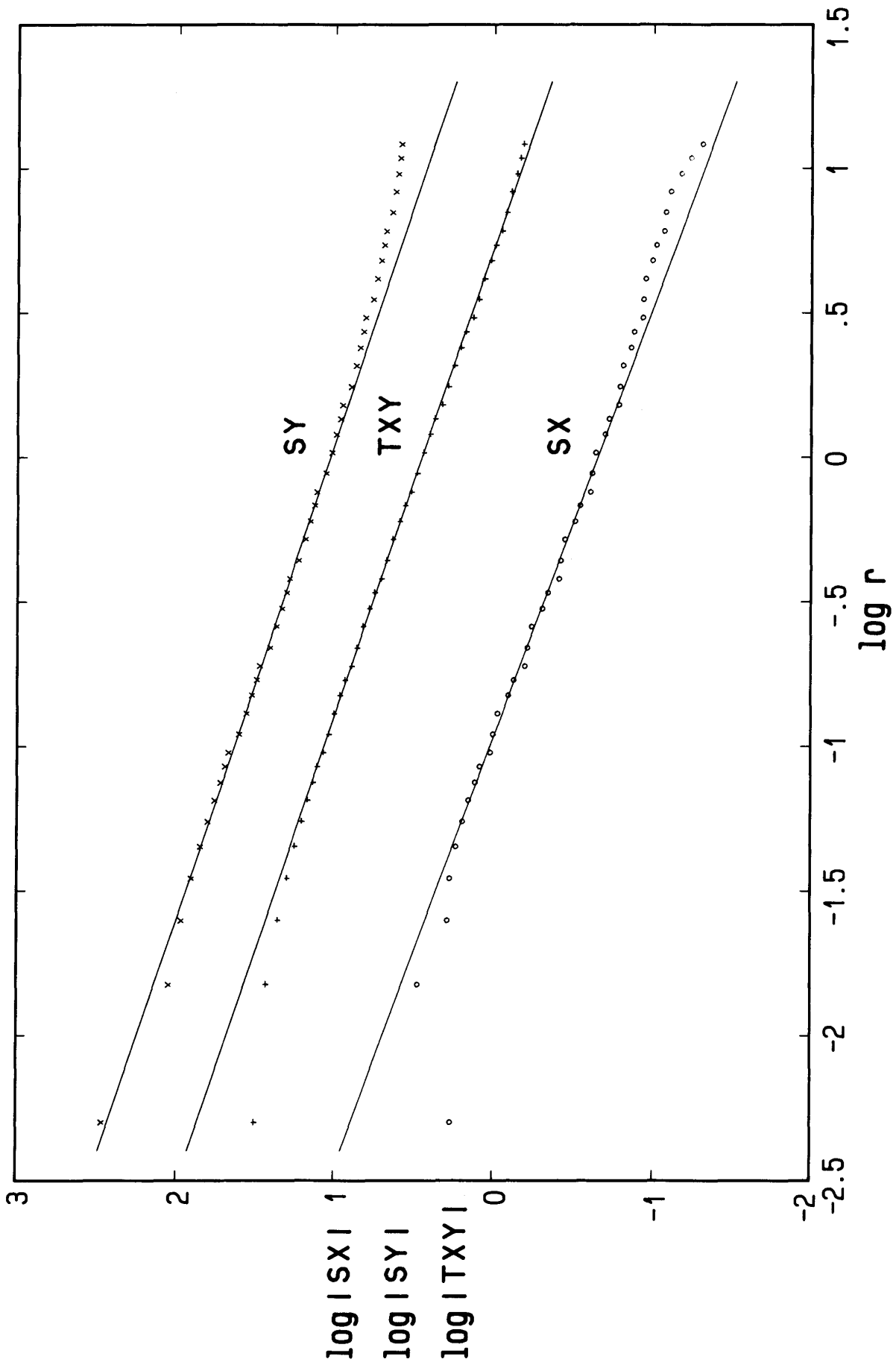


Fig. 10

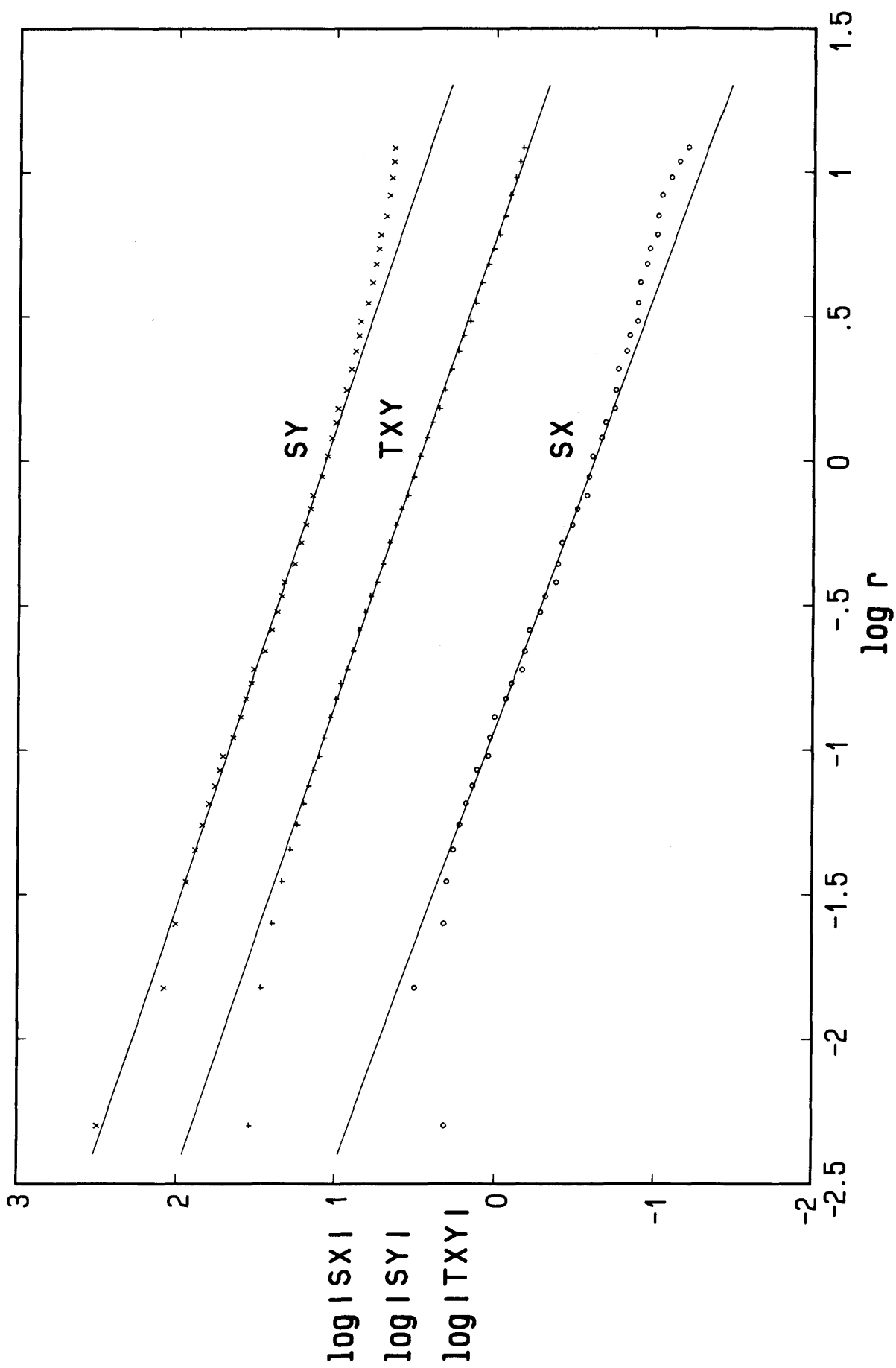


Fig. 11

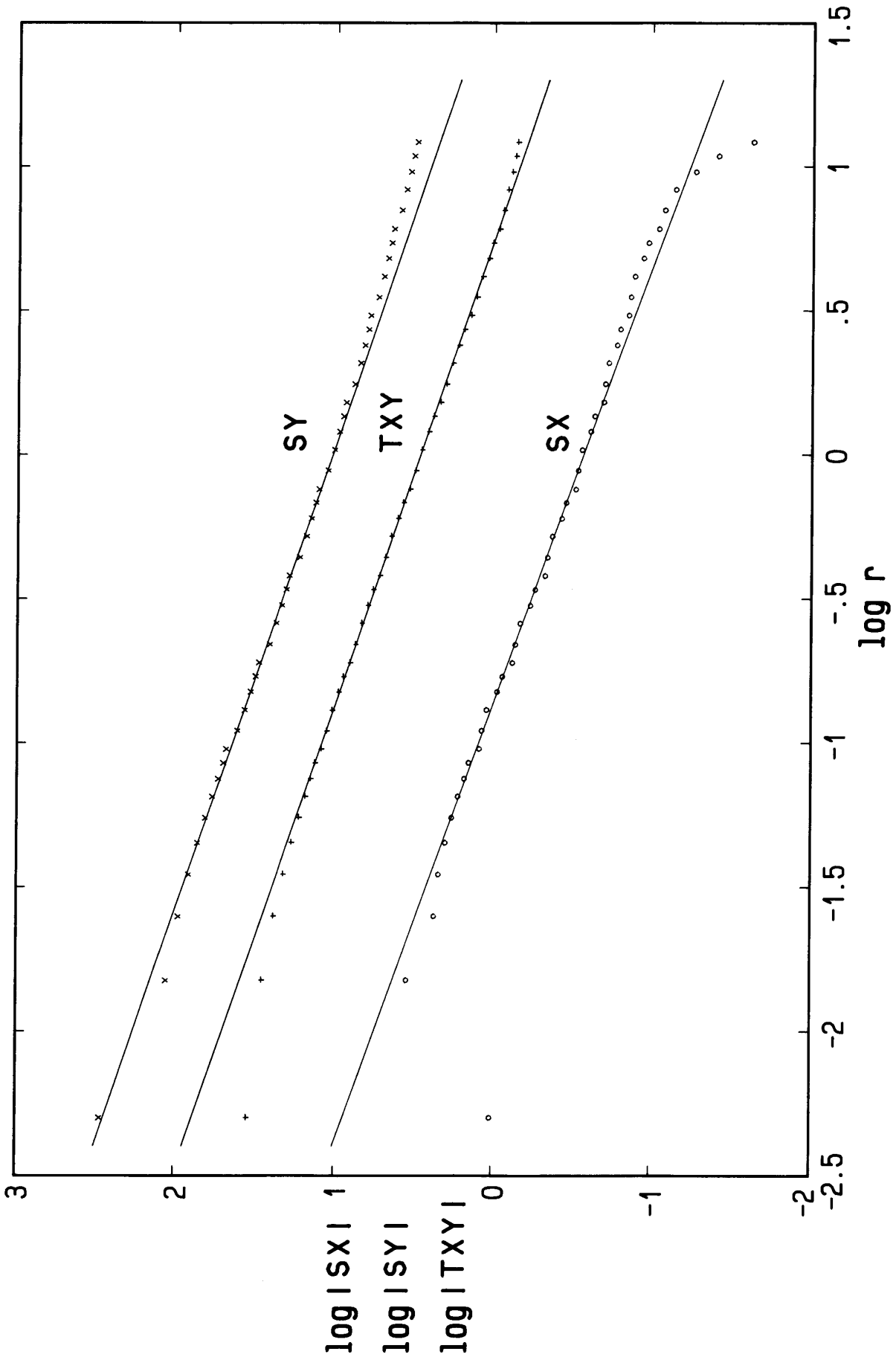


Fig. 12

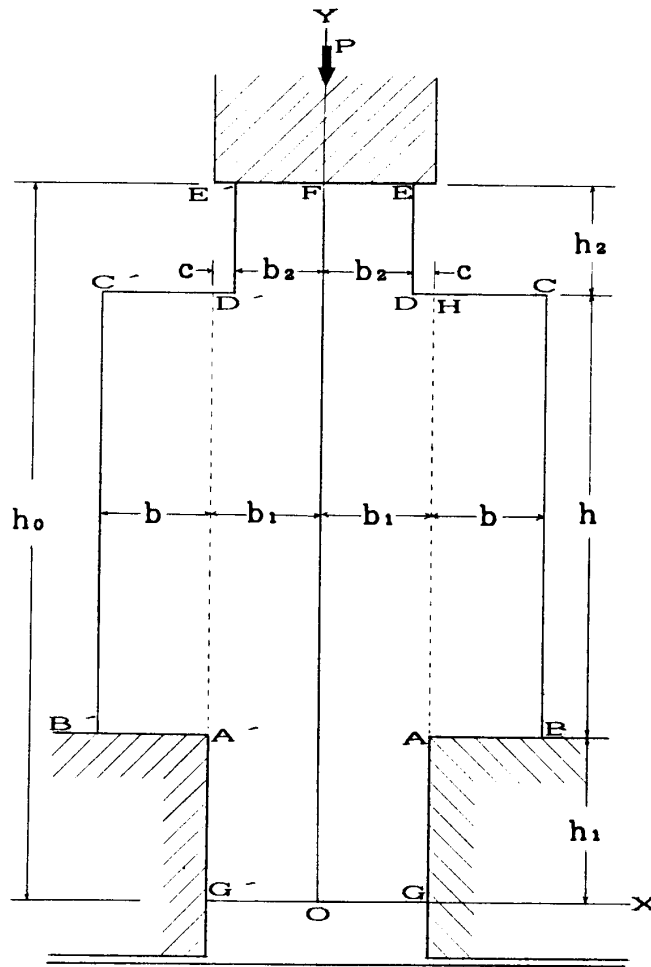


Fig. 13

Table 3

	h	$x_{15}$	$P_Y$	$M_A$
①	10	11.5( 1.5)	21.467	5.5670
②	20	14.0( 4.0)	27.366	20.044
③	30	17.0( 7.0)	29.760	39.613
④	40	20.2(10.0)	30.437	61.835

すべての場合  $h_1=15$ ,  $h_2=10$ ,  $b_1=b=10$ ,  $b_2=8$ とした。前章で拘束接点列について述べたが、この十字型試験体では

$$y=h_1=15, x > x_{15} \text{では } v > 0, x < x_{15} \text{で } F_Y > 0$$

という条件を満足する  $x_{15}$ のみが問題となる。前章と同様な方法で得られた結果は Table 3のとおりであった。

Table 3の  $x_{15}$ の ( ) 内の数値は支台上での試験体接触面の長さを表わす。また、 $P_Y$ および  $M_A$



は、 $\bar{\sigma}$  をいずれも 0.3 としたとき、支面 AB 上に生ずる垂直反力の合計 (=  $P/2$ )、およびこれら支面上の反力の A 点に対するモーメント合計を表わしている。

計算の結果、AH 面上における応力の  $r/h$  に対する関係を、SX については Fig. 14 に、SY は Fig. 15 に、TXY については Fig. 16 に示す。r は  $y-h_1$ 、すなわち A 点からの AH に沿うての距離である。①～④は、その順に上記の  $h=10, 20, 30, 40$  の場合に対応している。すべての応力値は、前章と同様、せん断面 AH 上の平均せん断応力  $\bar{\tau}=P_y/h=1.0$  を単位として表わされている。r=0 は A 点に対応し、JIS 試験体の A 点と同様その近傍では、r の減少とともに急激に応力値は増大するので、Fig. 14, 15, 16 では、 $r/h=0.05\sim 1.0$  の範囲のみを示している。SX は正の曲げモーメントを受けるはりのそれに類似して、上側では圧縮、下側では引張りとなる。①、②では  $r/h < 0.8$  ないし 0.9 では、ほぼ直線的に変化しているが、③～④では右上に向かって凸の形に変化している。圧縮応力の最大値は  $h$  が大きくなるにしたがって少し大きくなるが、引張応力に関しては  $r/h=0.05$  付近でほぼ同じ 0.2 程度の値を示す。SX=0、すなわち中立軸に相当する位置は①、②、③、④で  $r/h \doteq 4.2, 4.8, 5.2, 5.4$  と  $h$  とともに大きくなる。SY はすべて圧縮であり、 $h$  が大きくなると変曲点をもつ S 字型になる。TXY は③、④では  $r/h=0.2\sim 0.8$  (or 0.9) の範囲ではほぼ一定値を示すが、TXY=1.0 (=  $\bar{\tau}$ ) となる位置は、①、②、③、④に対し、 $r/h \doteq 0.3, 0.2, 0.15, 0.12$  のように  $h$  が大きくなる時小さくなる。SY, TXY とともに  $r/h=1$  (Fig. 13 の H 点) では当然に零である。

$r/h < 0.15$  のように Fig. 13 の A 点近傍では JIS 試験体と同様、r の減少とともに SX, SY, TXY の絶対値は急激に増大する。したがって、それら絶対値の対数を  $\log r$  に対してプロットした。Fig. 17～Fig. 20 がそれであり、この順に  $h=10, 20, 30, 40$  の場合を示す。r の極端に小さいところは除いて、 $r/h=0.03\sim 0.002$  ( $\log r/h = -1.5\sim -2.7$ ) の範囲はほぼ直線分布とみなすことが出来る。それぞれこの範囲に対応する FEM 計算値に対して (13) 式をあてはめ、係数 K および  $\lambda$  を求めて、Table 4 のような結果を得た。

Table 4

	$h$	$K_x$	$\lambda_x$	$K_y$	$\lambda_y$	$K_{xy}$	$\lambda_{xy}$
①	10	0.17937 (1.0000)	-0.35156 (1.0000)	6.7355 (1.0000)	-0.70141 (1.0000)	2.2574 (1.0000)	-0.60939 (1.0000)
②	20	0.20024** (1.1164)	-0.40269** (1.1454)	7.7784** (1.1548)	-0.68312 (0.9739)	2.4949** (1.1052)	-0.60757 (0.9970)
③	30	0.22810*** (1.2717)	-0.40660** (1.1566)	8.4380*** (1.2528)	-0.67629 (0.9642)	2.6539** (1.1756)	-0.60860 (0.9987)
④	40	0.25376*** (1.4147)	-0.40237** (1.1445)	8.9096*** (1.3228)	-0.67193 (0.9580)	2.7631*** (1.2240)	-0.61008 (1.0011)

Table 4 で ( ) でかこまれた数値は、① すなわち  $h=10$  の場合を基準とし、各  $h$  に対する K および  $\lambda$  の値を①のそれに対する比で示している。 $h=10$  の場合の数値に対して 5% 以上差がある場

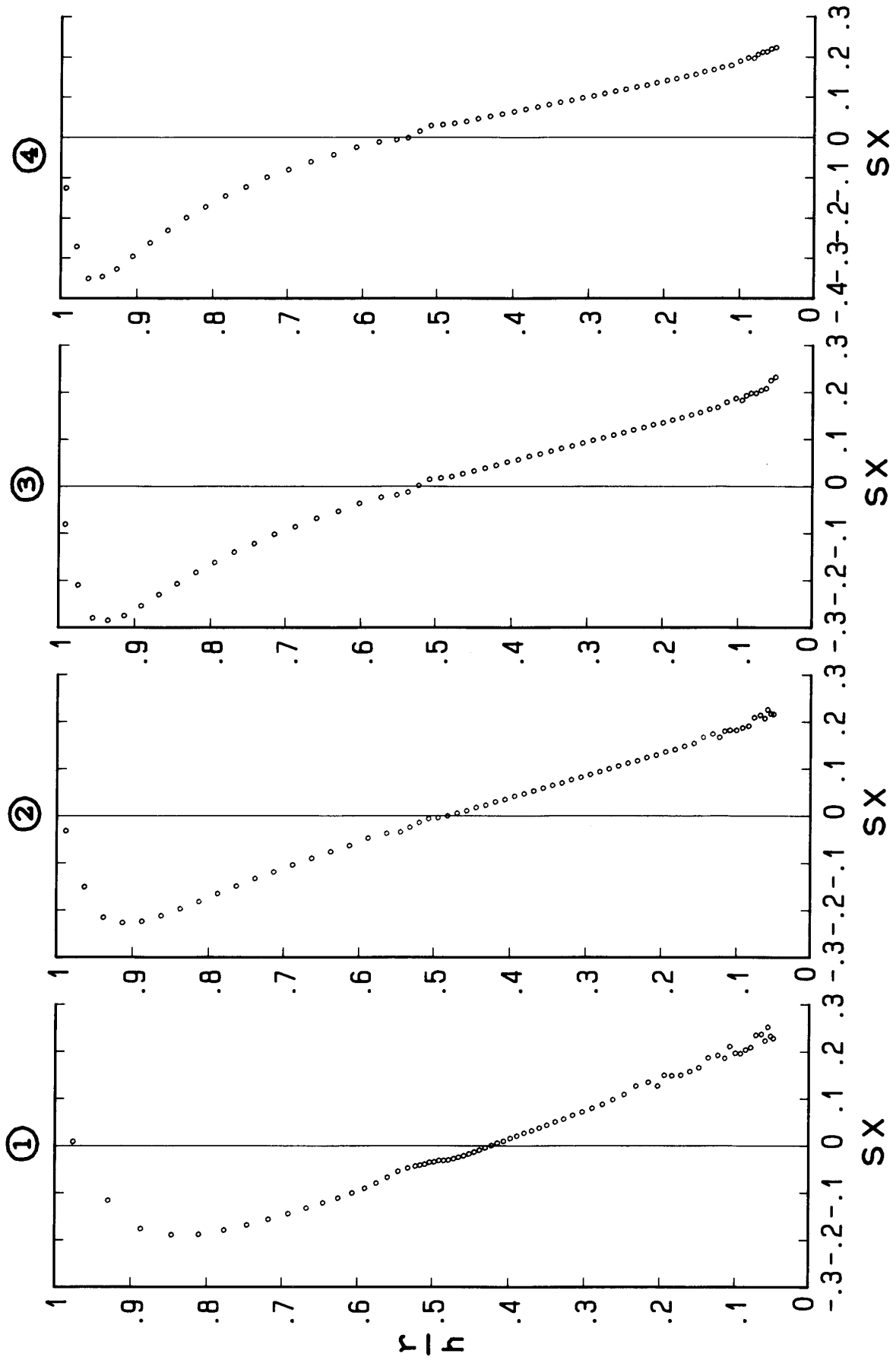


Fig. 14

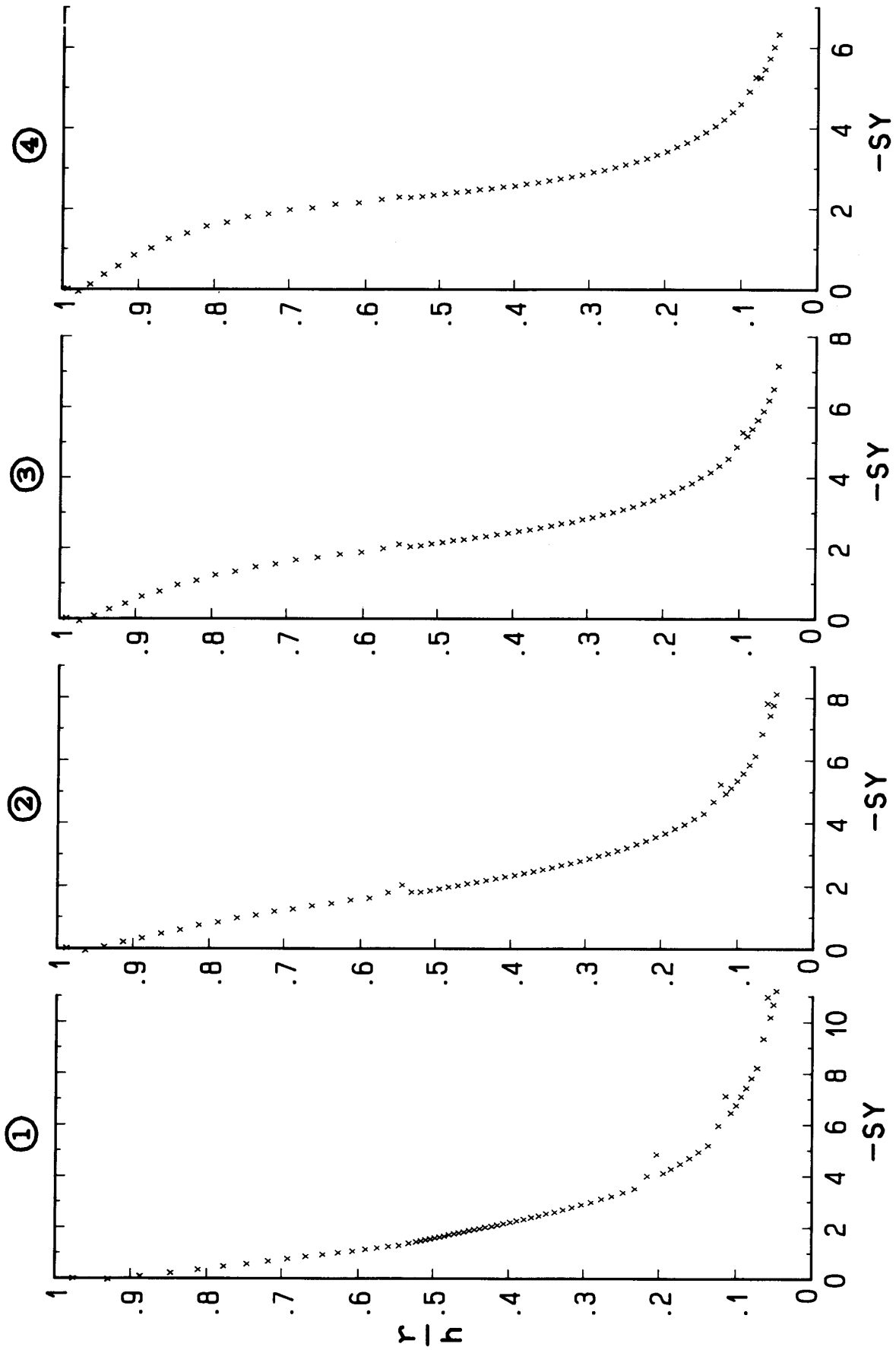


Fig. 15

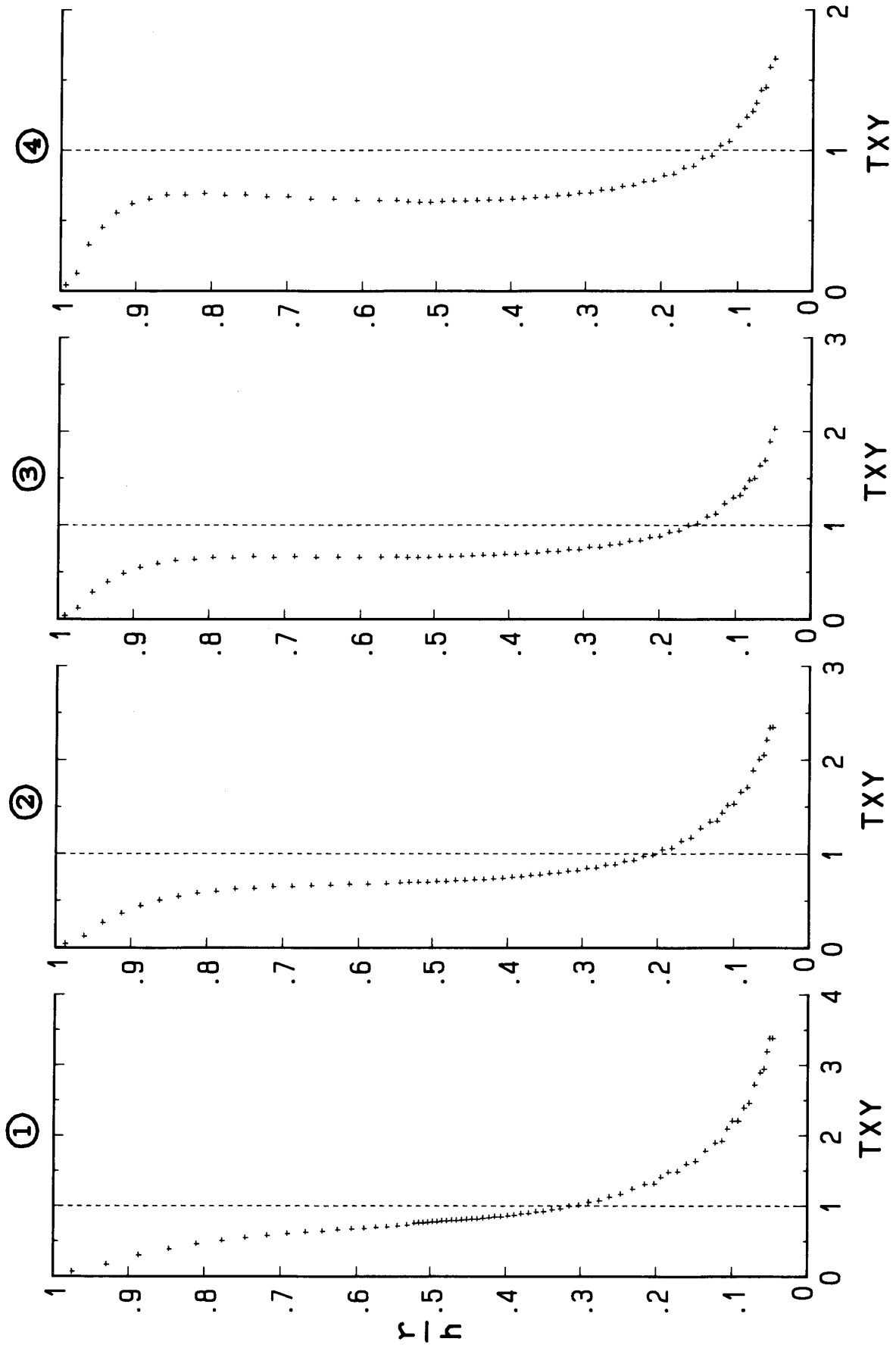


Fig. 16

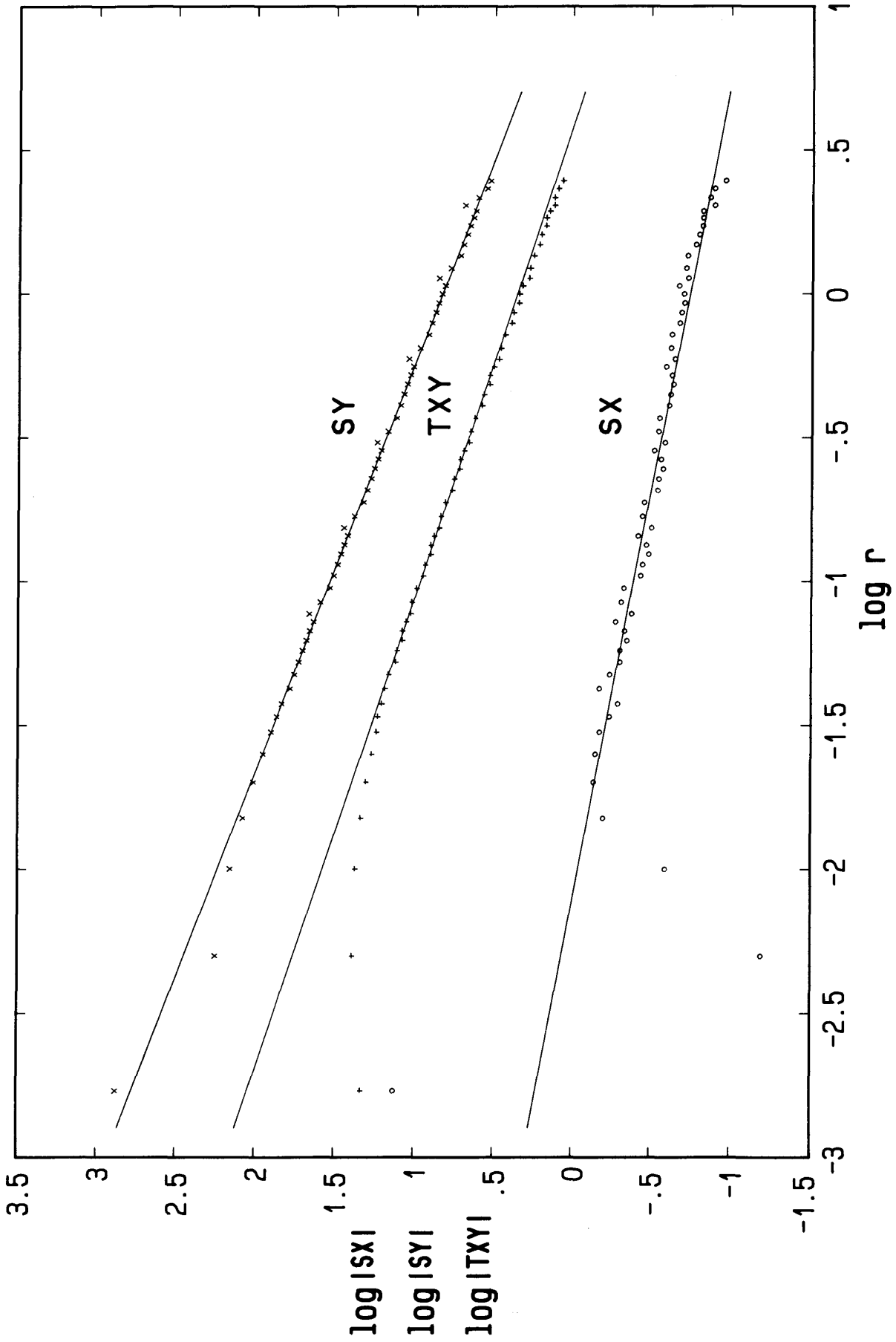


Fig. 17

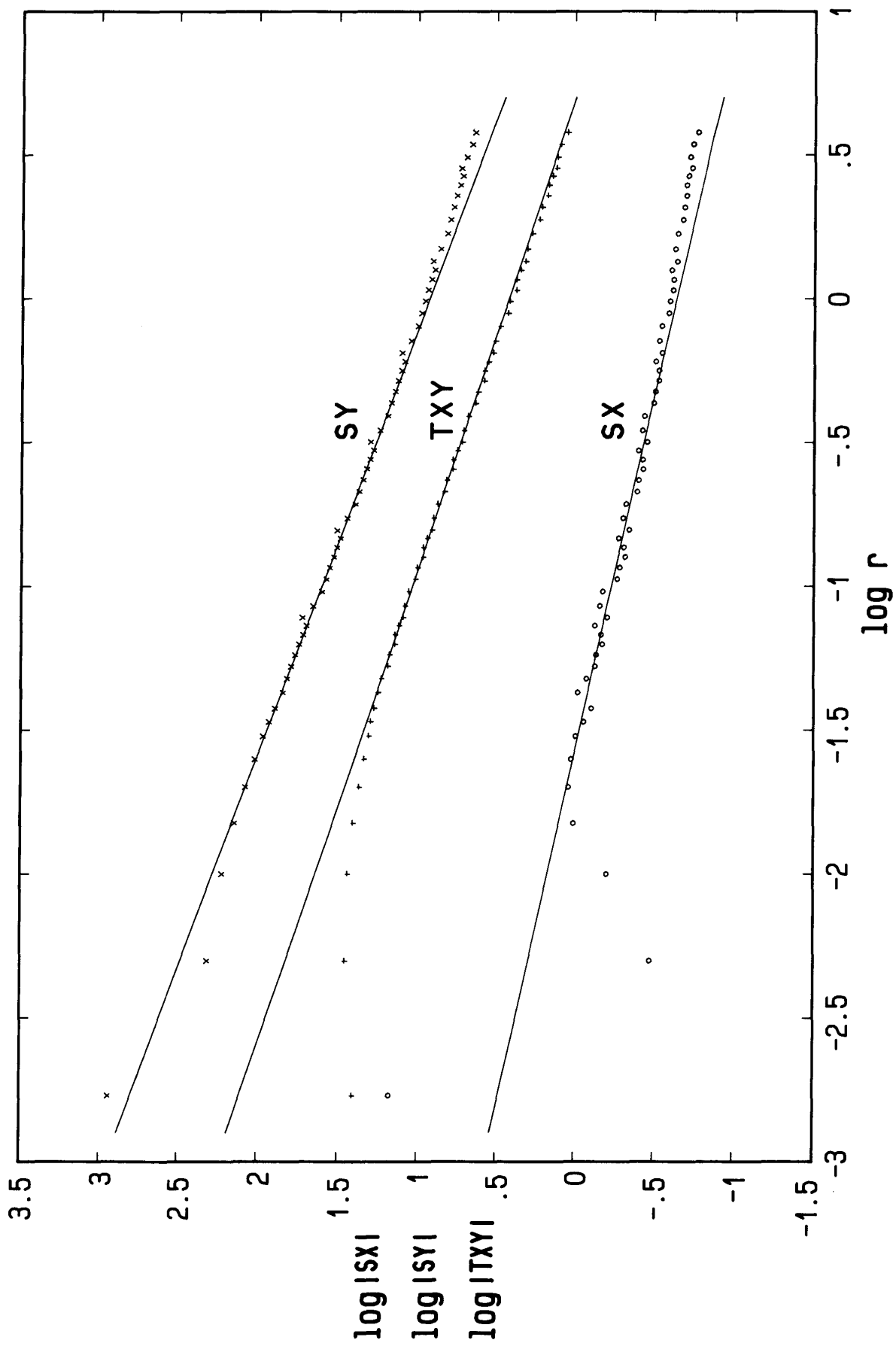


Fig. 18

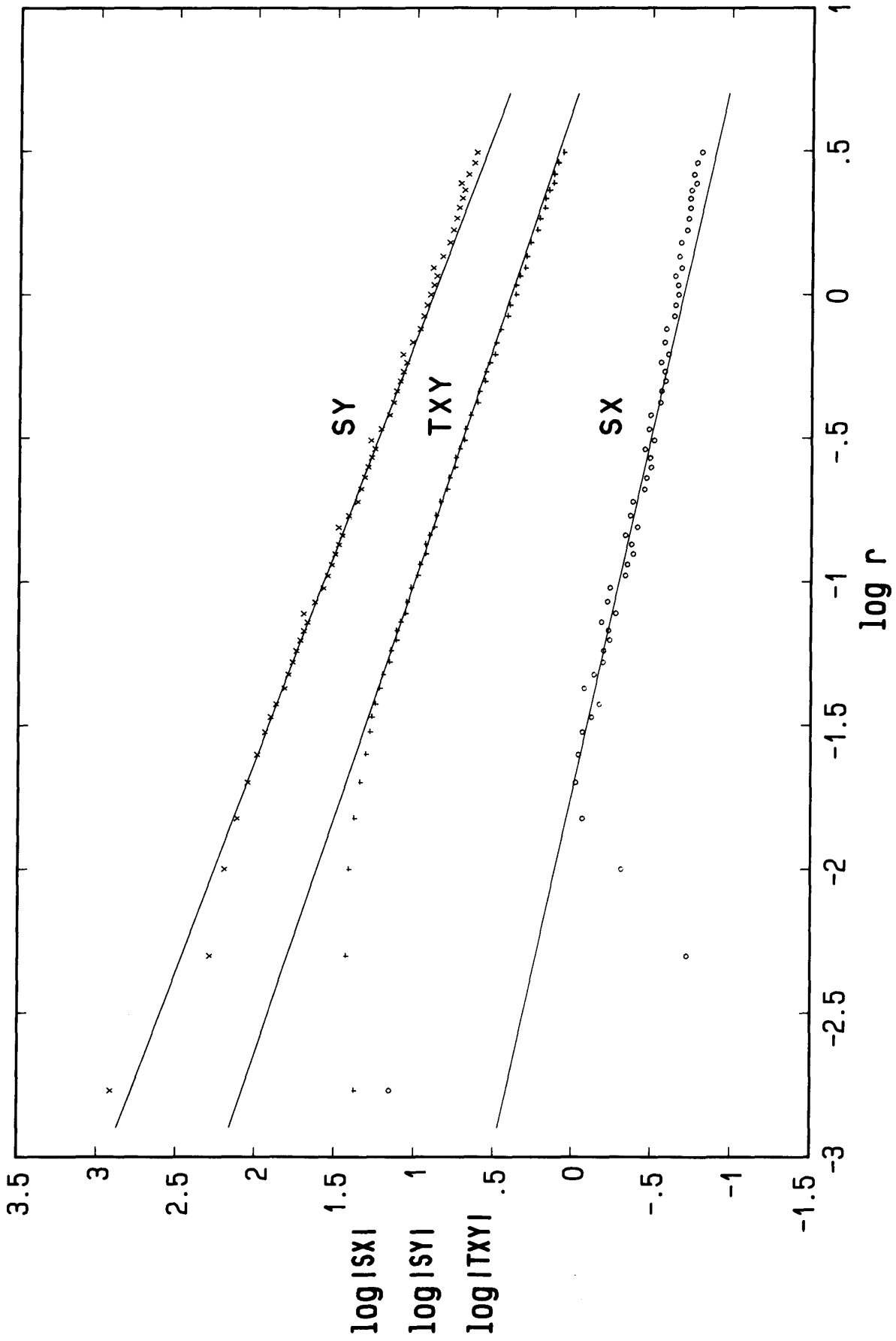


Fig. 19

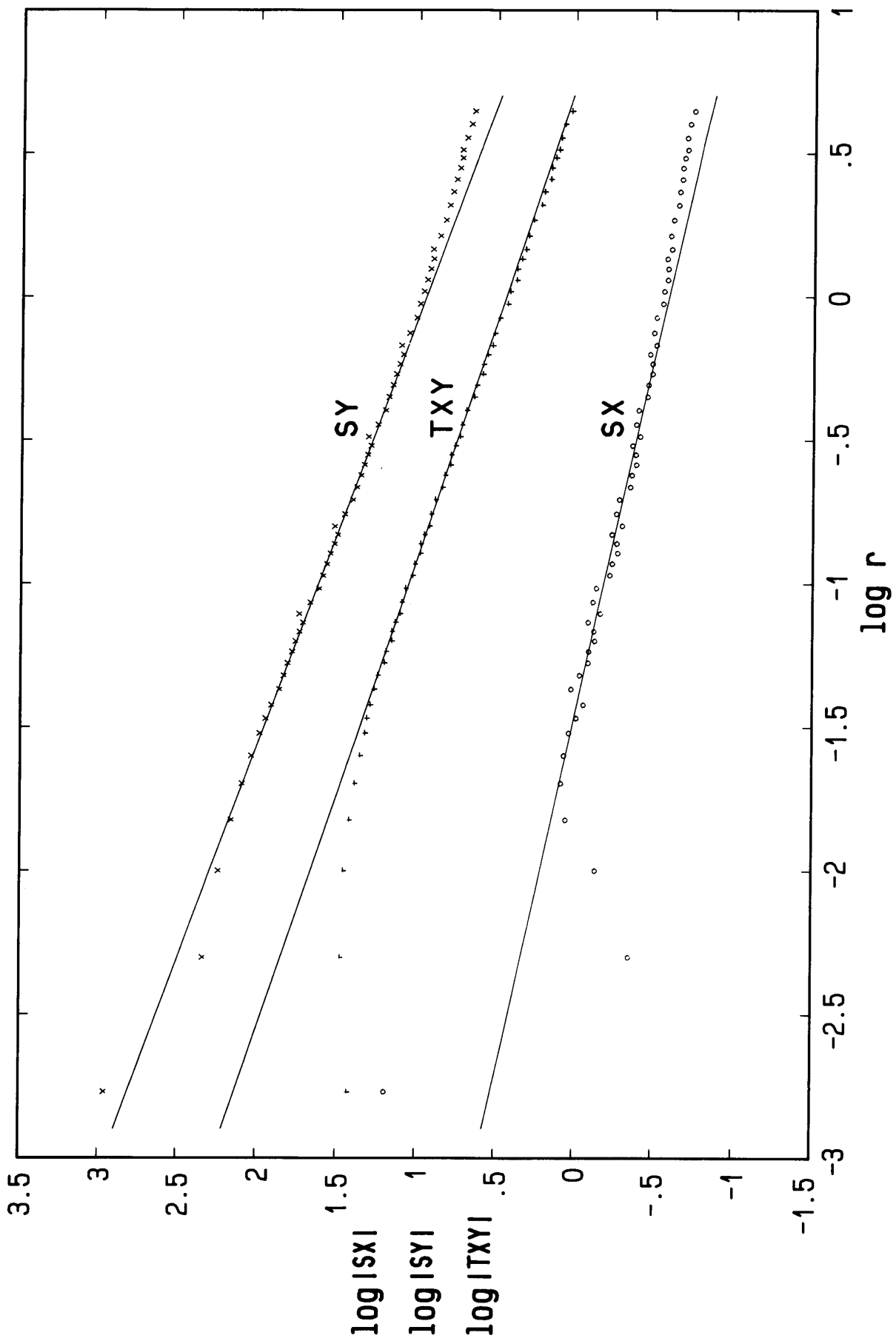


Fig. 20



合\*, 10%以上は\*\*, 20%以上差がある場合\*\*\*を付してある。 $\lambda_y$ ,  $\lambda_{xy}$ は  $h$ によってほとんど変化せず  $\lambda_x$ についても②, ③, ④の間ではほぼ一定である。 $K$ の値は, いずれについても  $h$ の増大にしたがって増大することがみられる。

#### IV. 考 察

木材のせん断試験はもっぱら JIS Z 2114 に従って行なわれ, これまで各種の樹種・材種について膨大な実験データが蓄積されている。しかし, まえがきで触れたように, この方法で得られる  $\tau_c$ は材料強度学的にどのような意味をもつものか, 依然として十分に明確とは言い難い。著者は文献1)において, 線形破壊力学におけるエネルギー解放率の概念を導入して, ノッチ底にクラックが発生する限界の破壊じん性 $\mathcal{G}_c$ を定義し, 木材の力学的特性値としては,  $\tau_c$ よりも $\mathcal{G}_c$ を考える方がより合理的ではないかという提案を行なった。この考え方にもとづいて, 鋭い直角ノッチをもつスギ気乾材の破壊じん性 $\mathcal{G}_c$ は0.10~0.28 (kgf/mm)であり, 荷重面の変位に関する境界条件(12.5)式のもとでは, エネルギー解放率のほぼ95%はモードIIによるものであると推定した。そして, それまでに報告されていた木材の繊維に平行なクラックの進展に対する破壊じん性が, モードIの場合 $\mathcal{G}_{IC}=0.004\sim 0.040$ であり,  $\mathcal{G}_c$ が概略1桁大きい値であることについて,  $\mathcal{G}_c$ は主としてモードIIによるものであり, しかも,  $\mathcal{G}_{IC}$ が既に存在するクラックがさらにその方向に進展することへの抵抗であるのに対し,  $\mathcal{G}_c$ は直角ノッチ底に, 新たにクラックが発生することに対する抵抗であることが, このような差異の理由であろうと推論した。

しかし, その後同じくスギ気乾材について, 単純はりの高さの中央にあらかじめ水平なクラックを入れた試験体を用い, ほとんど純粋なモードIIのクラック進展に対する実験結果を解析し, スギ気乾材の $\mathcal{G}_{IC}$ が0.025~0.049という結果を得た<sup>2,3)</sup>。文献2)でのクラック面はLT面であり, したがってLR面をxy面とする平面問題であるが,  $\mathcal{G}_{IC}$ が予想していた値よりはるかに小さいことが判明した。クラックを有する単純はりでの実験では, クラックが通直な繊維方向に, ほぼ年輪界に沿って進展し, その際早材の部分のみを選択して進展するという事実はあるが, その $\mathcal{G}_{IC}$ と前述の $\mathcal{G}_c$ との大きな差は, それだけでは説明し難いように考えられる。

文献1)では, この論文と同様に, Fig. 1のせん断面AH上の平均応力 $\bar{\tau}=1.0$ に対するエネルギー解放率 $(\mathcal{G}^*)_{\bar{\tau}=1}$ をFEM解析で求め, それまでスギのJISせん断試験で得られている $\tau_c=0.65\sim 0.80$ より,  $\mathcal{G}_c=\tau_c^2(\mathcal{G}^*)_{\bar{\tau}=1}$ として $\mathcal{G}_c$ を計算した。JIS型と同様の椅子型(またはL型)の試験体に(集中)せん断荷重をかけるとき, ある荷重 $P'$ でノッチ底に肉眼的に確認出来るクラックが発生する。しかし, このクラックの発生が直ちに瞬間的なせん断破壊に至るのではなく, しばらくの間, いわゆるクラックの安定的成長が続き, 荷重が $P_m(>P')$ , したがってクラック長がある限界値 $a_m$ に達したときにはじめて不安定成長に移行し, 全断面にわたる急激なせん断分離破壊が生じる。このことから $P_m$ にもとづく $\tau_c$ ではなく, それよりいくらか小さい $P'$ にもとづく $\bar{\tau}$ を用いて計算する必要があり, クラック発生の限界エネルギー解放率 $\mathcal{G}_c$ は文献1)の値を下方修正する必要がある。

Walshら<sup>10)</sup>は木材のバットジョイントの両側に添材を接着した継手の引張り破壊荷重の推定を試みている。すなわち, 線形破壊力学のクラックについてのエネルギー解放率 $\mathcal{G}_I$ ,  $\mathcal{G}_{II}$ と一対一の対応がある応力拡大係数 $K_I$ ,  $K_{II}$ に準じて $K_A$ ,  $K_B$ を用い, 母材(厚さ:2W)の上縁をx軸, 添材

(厚さ:  $T$ , 長さ  $2L$ ) の端面を  $y$  軸, 母材と添材の隅点を原点とし, 極座標  $(r, \theta)$  点の応力が,

$$\sigma_y = K_A(2\pi r)^{Aa} f_A(\theta), \quad \tau_{xy} = K_B(2\pi r)^{Ab} f_B(\theta) \quad (14)$$

で表わされ,

$$f(K_A/K_{AC}, K_B/K_{BC}) \geq 1 \quad (15)$$

の形の破壊基準を適用しようとした。Walsh<sup>10)</sup>, および Leicester<sup>11)</sup> の記号によれば

$$\varepsilon = (E_x/E_y)^{1/4}, \quad \kappa = \frac{1}{2}(E_x E_y)^{1/2} (1/G_{xy} - 2\nu_{xy}) \quad (16)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \alpha_{11} \end{array} \right\} = [\kappa \pm (\kappa^2 - 1)]^{1/2} / \varepsilon \quad (17)$$

が用いられているが, 本論文 APPEND. I の (A. 21) とは

$$k_1 = 1/\alpha_1, \quad k_2 = 1/\alpha_{11} \quad (18)$$

の関係にある。直交異方弾性体の対称軸 1 を  $x$ , 2 を  $y$  としたときの  $k$  (異方性示教) を  $k_1, k_2$  とし, 弾性対称軸 2 を  $x$ , 1 を  $y$  としたときの  $k$  を  $k_1', k_2'$  とすれば  $k_1' = 1/k_2, k_2' = 1/k_1$  となるから,  $\alpha_1$  と  $\alpha_{11}$  と本論文の  $k_1, k_2$  とは本質的に同じものになる。文献11)ではノッチ縁の1つが弾性対称軸と一致し, 任意なノッチ角  $\beta (< \pi)$  をもつ場合, および弾性対称軸に対してノッチ縁が  $\pm \beta/2$  のノッチを対象に (14) 式の  $\lambda$  を求める一般式が導かれているが, いずれもノッチ縁 (少くともノッチ底近傍) が, stress-free の場合であることに注意する必要がある。本論文で問題としている JIS 型 および十字型せん断試験体のように, ノッチ縁に分布荷重があり, しかも荷重密度がノッチ底で(仮想的に)無限大になるような場合には適用出来ない。

Douglas fir の標準的弾性定数から定まる

$$\varepsilon = 1.86, \quad \kappa = 1.52$$

を用いて計算された結果,  $x$  軸:  $L$ , ノッチ角  $\beta = \pi/2$  に対し (14) 式の  $\lambda$  は

$$\lambda_A = -0.4502, \quad \lambda_B = -0.1028$$

となり,  $|\lambda_B| < |\lambda_A|$  であって,  $r$  の非常に小さい範囲では  $\sigma_y$  が支配的になり, 結局実用的には, 破壊基準は次式

$$K_A > K_{AC} \quad (19)$$

で十分近似できるとした。そして, 各種寸法の接着継手の破壊試験の結果から, 母材の厚さ: 2 inch,  $T/W = 2.0$  のとき,  $L/W > 2$ , したがって  $L > 2W = 4$  inch のとき (19) 式が有効であり, それ以下では完全塑性状態 (fully plastic condition) に対する

$$\tau_{xy} > \tau_c \quad (20)$$

が破壊基準となるという結果を示している。JIS せん断試験体は, せん断長: 30, 切欠き寸法: 10 という大きさであるから, 線形破壊力学の  $K$  または  $K$  による破壊基準が完全には適用し難い寸法, すなわち小規模降伏の条件が完全には満足されない場合に該当し, これらのこともまた, 計算上  $K$  の値を大きくした理由ではないかと推測される。

JIS せん断試験体の応力分布は, 平面応力問題としてスギ LT 面, したがってせん断面が LR 面の場合, Fig. 4, 5, 6 の①, および Fig. 7 に示したとおりである。(弾性定数, したがって示性数  $k_1, k_2$  の違いによる影響は別途に考究されるべき問題である。) クリアランスによる応力分布の変化はそれ程大きいものではない。しかし  $C = 0$  ではせん断面下端がノッチ底とは別種の応力特異点となるから, 破壊荷重に対する影響は無視出来ないものがあるものと予想される。

次に、Table 1 の  $P_x$  は水平方向に働く反力合計であり、Fig. 1 の AB 面および FE 面に作用する。このうち FE 面に作用する水平反力は、試験体のポアソン比  $\nu_{yx} = \nu_{LT}$  によって AF の長さが伸長することに起因する。したがって、試験体作製の寸法精度および試験時のセットのし方などに大きく支配され、かなり変動するおそれがある。Fig. 4, 5, 6 の⑥、および Fig. 12 は FE 面非拘束の場合であるが、せん断面の  $\sigma_x$  に対してかなり大きな影響があるので、境界条件の不現実性を避けるためには、この面の拘束はしないとする方が適切であると考えられる。さらに、いずれの場合も  $P_x$  の値は、垂直方向の力  $P_y$ 、すなわちせん断荷重の 15~20% の範囲にある。ここでは、試験体である木材の表面と試験器具のブロック（鋼）面間の摩擦は無視して解析を行なったが、摩擦係数が仮に 0.5 であるとすれば、強度試験機に表示される荷重の大きさの 8~10% はこの摩擦力に対抗し、試験体の荷重面 AF にはその差が有効な外力として作用することになる。このことは、みかけの  $\tau_c$  を実際の値より大きくする結果になる。また、ノッチ底にクラックが発生する条件を吟味する場合には、ノッチ底近傍の  $\sigma_x$ 、 $\tau_{xy}$  のみでなく  $\sigma_y$  も当然に関与すると考えなければならない。

鋭い切欠きをもつ構造部材では、荷重を受けたとき切欠き底に大きな応力集中を生じる。金属材料とする多くの機械類の設計ではこのような応力集中を避けるため、切欠き底には一定の大きさの半径  $\rho$  をもたせることが常識となっている。しかし木製の構造物または工作物ではそのような配慮がほとんどなされていない。鋭い切欠きをもつ部材が組み合わされて各種の木質構造物が構築され、使用されているから、これら切欠き部の構造強度に及ぼす影響について、合理的な判定基準が確立されなければならない。

木材は細胞の集合体であり、繊維細胞の先端はある種のクラック先端に類似し、細胞壁には多くの壁孔があり、細胞壁自体また複雑な配向性の層状構造をもっている。したがって木材は材料強度の面で各種の欠陥・弱点を内包する構造材料である。微視的にこのような構造をもつ木材を均質連続体力学の対象として取り扱うことは、あくまでも一つのモデル化であり、そのモデルについて組み立てられる理論が適切であるか否かは、実際の現象を合理的に説明し得て、どれだけ広い範囲にわたって適用可能かどうかで定まる。

上述のような微視的な欠陥を内包する材料では、その欠陥の分布のし方、荷重の種類・方式に応じて、部材の寸法が大きくなると破壊をひき起こす公称応力は一般に小さくなる。これが強度に関する寸法効果である<sup>12)</sup>。体積  $V_1$  および  $V_2$  の試験体の公称破壊応力をそれぞれ  $S_1$ 、 $S_2$  とするとき

$$S_2/S_1 = (V_1/V_2)^{\frac{1}{m}} \quad (21)$$

という形で表現され、上式の  $m$  は寸法効果定数と呼ばれる物質定数であり、 $m$  の値が小さいほど寸法効果は大きいことを意味する<sup>13)</sup>。米ツガの横引張りについて  $m=7\sim 8$ 、縦引張りでは  $m=15$ <sup>13)</sup>、曲げについては比例限応力で  $m=35$ 、破壊応力で  $m=58$ <sup>14)</sup>、振り強さでは  $m=11$ <sup>15)</sup>、圧縮強さでは寸法効果はみられないという最近の報告<sup>16)</sup>がある。

均質な線形弾性体を対象とするとき、基準物体(A)の代表寸法が  $L_1$  であり、それに対し幾何学的に完全に相似で、寸法が  $n$  倍になった物体(B)を考えると、対応する代表寸法は当然  $L_2 = nL_1$  である。単位厚さ当りの荷重が(A)で  $P_1$ 、(B)で  $P_2 = nP_1$  であれば、(A)、(B) 2つの物体の対応する各点の応力は当然に等しくなる。

ところで、鋭い直角の切欠きをもつ JIS 型および十字型試験体では II 章および III 章で示したように、切欠き底の近傍で  $y$  軸 (L 方向) に沿って切欠き底からの距離  $r$  点の応力は

$$\{\sigma\} = Kr^{\lambda} \quad (21)$$

の形で表わされる。線形弾性体では $K$ は当然荷重に比例し、Table 2 と Table 4 に示されている $K$ 値は、せん断面の平均せん断応力 $\bar{\tau}=P/h=1.0$ 、したがって単位厚さ当りの荷重 $P=h$ に対するものであり、今これを基準物体 (A) と考える。寸法がすべて $n$ 倍となった相似形物体 (B) に $n$ 倍の荷重 (単位厚さ当り)、すなわち $P'=nh$ を作用させたとき、対応点 ( $nr$  点) の応力は

$$\{\sigma'\}=K'(nr)^\lambda \quad (22)$$

とかける。(21) 式の $\{\sigma\}$ と (22) 式の $\{\sigma'\}$ は等しい筈であるから

$$K=K'n^\lambda \quad \text{or} \quad K'=n^{-\lambda}K \quad (23)$$

の関係を得る。

基準物体 A の荷重が $P_c=m_1P=m_1h$ となったとき、ノッチ底にクラックが発生し、そのとき距離 $r$ 点の応力を $\{\sigma\}_c$ とすると

$$\{\sigma\}_c=m_1Kr^\lambda \quad (24)$$

である。相似形物体 (B) で荷重 $P'_c=m_2P(=m_2h)$ のとき、切欠き底より (絶対) 距離 $r$ 点の応力は

$$\{\sigma'\}=K'(P'_c/nh)r^\lambda=n^{-\lambda}K(m_2/n)r^\lambda \quad (25)$$

とかける。もし、この $\{\sigma'\}$ が $\{\sigma\}_c$ に等しいとき (B) 物体でもノッチ底にクラックが発生すると仮定すれば (24) 式と (25) 式とから

$$m_1=m_2n^{-(1+\lambda)}$$

したがって、クラック発生時の荷重 (単位厚さ当り) 比は

$$m_2/m_1=n^{(1+\lambda)} \quad (26)$$

となる。平均応力 (公称応力) は $S_1=m_1P/h$ 、 $S_2=m_2P/nh$ であるから、クラック発生時の平均 (公称) 応力比は

$$S_2/S_1=(m_2/n)/m_1=n^\lambda \quad (27)$$

となる。

切欠き底よりある一定の (絶対) 距離 $r$ 点の応力が、ある一定の限界値に達したとき (それより内部の点の仮想的弾性応力は、すべてこの限界値以上となる)、クラックが発生するという仮定は、線形破壊力学での応力拡大係数に相当する $K$ 値が、ある限界値 $K_c$ を超えるという条件と同じことを意味する。

ある一定長さの直線クラックが予め存在する物体では、クラック先端での応力特異性の次数は $-1/2$ であるから<sup>17)</sup>、寸法が4倍 ( $n=4$ ) になったとき、 $1+\lambda=1-1/2=1/2$ 、したがって $4^{1/2}=2$ となり、支え得る荷重 (単位厚さ当り) は2倍にしかならない<sup>18)</sup>。これに対して、シャープ ノッチをもつ物体での相似則は一般的に (26) 式、あるいは (27) 式で表わされることになる。 $n=L_2/L_1$ 、 $V_2/V_1=(L_2/L_1)^3$ であるから (27) 式は

$$S_2/S_1=(L_2/L_1)^\lambda=(V_2/V_1)^{\lambda/3}=(V_1/V_2)^{-1/(3/\lambda)} \quad (28)$$

となり、 $\lambda=-0.6$ 、 $-0.5$ 、 $-0.4$ に対して、(21) 式の寸法効果定数に相当する値( $m^*$ )は、 $m^*=5$ 、 $6$ 、 $7.5$ などとなる。

Table 2 と Table 4 を比較して特徴的なことは、 $\sigma_x$ に対する $\lambda$ 、すなわち $\lambda_x$ の値が JIS 型では $-0.66 \sim -0.69$ であるのに対し、十字型では $-0.35 \sim -0.40$ とその絶対値がかなり小さいことである。 $\lambda_y$ は JIS 型で $-0.61 \sim -0.62$ 、十字型で $-0.67 \sim -0.70$ であり、 $\lambda_{xy}$ は JIS 型では境界条件の違いにかかわらず、ほとんど一定値 $-0.62$ 、十字型では $h$ の大きさに無関係に一定値 $-0.61$ をとることが注目される。またせん断試験と称する限りにおいて $K_{xy}$ の $K_x$ 、 $K_y$ に対する比に関心がよせられ

るが、十字型試験体では  $h=10, 20, 30, 40$  に対し  $K_x/K_{xy}=0.0794, 0.0803, 0.0859, 0.0918$ ,  $K_y/K_{xy}=2.98, 3.12, 3.18, 3.22$  となっている。JIS 試験体では①および⑥でそれぞれ  $K_x/K_{xy}=0.0770, 0.0922$ ,  $K_y/K_{xy}=3.68, 3.63$  である。Fig. 13 の十字型試験体では ABCH の部分は材料力学での片持ちはりの形であり、はり理論では  $b=10$  (一定) に対し  $h$  が大きくなれば、 $\tau_{xy}$  に対する  $\sigma_x$  の値は小さくなることが知られているが、上記の  $K_x/K_{xy}$  の値はその逆の傾向を示している。これは Table 3 にみられるように、支承 AB 面と試験体との接触部の長さが、 $h=10\sim 40$  に変化するとき、 $1.5\sim 10.0$  (A 点からの距離) となり、それに対応して支承部反力の A 点に対するモーメントが大きくなることに関連するものである。 $|\lambda_x|$  の値が十字型試験体では JIS 試験体のおよそ 56% と小さくなるのは、Fig. 13 の AG 面の水平方向の変位が非拘束ということと関連すると推測される。さらに、十字型試験体では  $h=10$  を除いて、 $h=20\sim 40$  の間では  $K$  値、 $\lambda$  値ともに大きな差がみられないことも関心のもたれるところである。

鋭い切欠きをもつ木材材料が、そのノッチ縁にせん断荷重を受けるとき、どのような条件のもとで切欠き底にクラックが発生するか、すなわち、このような部材の破壊基準を確定するためには、今後、合理的な実験方法によるデータの集積と解析が必要である。その場合、試験体の大きさの変化にともなう、いわゆる寸法効果則<sup>19)</sup>がどのような形で表現されるかを知ることは、破壊機構を究明する為の有力な手がかりとなる。寸法の異なる大小の相似形試験体についての実験としては、JIS 型よりも Fig. 13 の十字型試験体によるものが、境界条件を一定に保ち得るということを含めて、实际的であり、その際 Fig. 13 の  $h/b=2.0$  を選択することからはじめたい。既述のように、この場合、切欠き底にクラックが発生する臨界条件に対して  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  だけでなく  $\sigma_y$  も当然に関与すると考えるべきである。クラック発生条件について、いくつかの提案があるが<sup>20)</sup>、本論文における  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_{xy}$  だけでなく、 $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$ ,  $\lambda_{xy}$  がどのような形で関与するかも当然に考究の対象とされるべきである。

## おわりに

この論文では、一面せん断タイプの JIS 型および二面せん断タイプの十字型試験体について、有限要素法による弾性応力の数値的解析を行ない、若干の論考を加えた。著者は先に JIS せん断試験体について、クラック発生に伴うひずみエネルギーの変化率からせん断破壊じん性 $\mathcal{E}_c$ を定義し、それについての報告<sup>1)</sup>を行なったが、その後の実験および考究から、この $\mathcal{E}_c$ については、その考え方および適用の条件等について注釈を必要とすることが判明した。

シャープノッチをもつ木質構造部材のノッチ底にクラックが発生する臨界条件を確定するためには、さらに広範な実験と精緻な理論構築がなされねばならない。それに対するアプローチの一つとして、ノッチ部材の破壊に関する寸法効果則を実験的に確定することが有意義であり、せん断破壊に関する具体的な方法としては、十字型試験体での実験が適切であると考えられる。有意な実験データの集積と論理的な解析が進められることが必要である。

## APPENDIX I. 直交異方二次元弾性問題の一般解の誘導

微小変形弾性力学では  $x, y, z$  座標に対する応力成分 (垂直応力:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , せん断応力:

$\tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}$ ) とひずみ成分 (線ひずみ:  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ , 角ひずみ:  $\gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$ ) の間に次の一般化フック則が成り立つことを前提としている。

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

$S_{ij}$  は物質固有の弾性定(係)数であるが, Betti-Maxwell の相反定理により, 常に

$$S_{ij} = S_{ji}, \quad (i \neq j)$$

でなければならないから, 独立な弾性定数は最大21個である。

直交異方弾性体は互に直交する3個の直線軸を弾性対称軸としてもつ物体である。 $x, y, z$  軸がそれぞれ弾性対称軸と一致している場合, たとえば  $z$  軸を固定し,  $z$  軸まわりに  $180^\circ$  回転した新しい座標系  $x', y', z'$  を考えたとき, 直交異方性の定義から, 新座標系に関する  $S'_{ij}$  は旧座標系に関する  $S_{ij}$  と等しくなる筈である。しかるに, 4階のテンソル量である弾性係数の座標変換則<sup>21)</sup>によれば,  $\cos\pi = -1, \sin\pi = 0$  であるから, たとえば

$$S'_{34} = -S_{34}, \quad S'_{35} = -S_{35}$$

などとなる。したがって

$$S_{34} = S'_{34} = 0, \quad S_{35} = S'_{35} = 0$$

でなければならない。同様な考察から (A・1) 式の  $[S_{ij}]$  のうち

$S_{14}, S_{15}, S_{16}, S_{24}, S_{25}, S_{26}, S_{36}, S_{45}, S_{46}, S_{56}$  はすべて零になるべきことが判る。したがって, 直交異方弾性体の応力・ひずみ関係式 (構成方程式) は  $x, y, z$  座標軸と弾性対称軸が一致してとられるとき

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{13}\sigma_z \\ \epsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{23}\sigma_z \\ \epsilon_z &= S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{33}\sigma_z \\ \gamma_{yz} &= S_{44}\tau_{yz}, \quad \gamma_{zx} = S_{55}\tau_{zx}, \quad \gamma_{xy} = S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 2)$$

となる。

通常用いられる記号として, ヤング率を  $E$ , せん断弾性係数を  $G$ , ポアソン比を  $\nu$  で表わすと, (A・2) 式は次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E_x}\sigma_x - \frac{\nu_{yx}}{E_y}\sigma_y - \frac{\nu_{zx}}{E_z}\sigma_z \\ \epsilon_y &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x}\sigma_x + \frac{1}{E_y}\sigma_y - \frac{\nu_{zy}}{E_z}\sigma_z \\ \epsilon_z &= -\frac{\nu_{xz}}{E_x}\sigma_x - \frac{\nu_{yz}}{E_y}\sigma_y + \frac{1}{E_z}\sigma_z \\ \gamma_{yz} &= \tau_{yz}/G_{yz}, \quad \gamma_{zx} = \tau_{zx}/G_{zx}, \quad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

(上式で, たとえば  $\nu_{xy}$  は  $x$  方向の垂直応力に対する  $y$  方向の横ひずみに関するポアソン比を表わす)。

$xy$  平面を対象とする二次元問題で, 平面応力状態では

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

であるから、(A・2) 式は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

となり

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= 1/E_x, \quad S_{22} = 1/E_y, \quad S_{66} = 1/G_{xy} \\ S_{12} &= S_{21} = -\nu_{xy}/E_x = -\nu_{yx}/E_y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 5)$$

である。

平面ひずみ状態では  $\varepsilon_z = 0$ 、したがって

$$\sigma_z = -(S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y)/S_{33}$$

となるから、応力・ひずみ関係を、同じく (A・4) 式としたとき

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= (1 - \nu_{xz}\nu_{zx})/E_x, \quad S_{22} = (1 - \nu_{yz}\nu_{zy})/E_y \\ S_{66} &= 1/G_{xy}, \quad S_{12} = S_{21} = -(\nu_{xy} + \nu_{xz}\nu_{zy})/E_x = \\ &= -(\nu_{yx} + \nu_{yz}\nu_{zx})/E_y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

となる。

直交異方弾性体でも、 $xy$  座標軸が弾性対称軸と一致しない場合には

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= S'_{11}\sigma_x + S'_{12}\sigma_y + S'_{16}\tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= S'_{21}\sigma_x + S'_{22}\sigma_y + S'_{26}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= S'_{61}\sigma_x + S'_{62}\sigma_y + S'_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

となり、零でない  $S'_{16}$ 、 $S'_{26}$  などが現われる。しかし、これらは当然に独立な定数ではなく、座標軸と弾性対称軸のなす角を  $\theta$  とし、 $C = \cos \theta$ 、 $S = \sin \theta$  とすると

$$\left. \begin{aligned} S'_{11} &= C^4/E_x + C^2S^2(1/G_{xy} - 2\nu_{xy}/E_x) + S^4/E_y \\ S'_{22} &= S^4/E_x + C^2S^2(1/G_{xy} - 2\nu_{xy}/E_x) + C^4/E_y \\ S'_{12} &= C^2S^2(1/E_x + 1/E_y - 1/G_{xy}) - 2(C^4 + S^4)\nu_{xy}/E_x \\ S'_{16} &= -2C^3S/E_x + (C^3S - CS^3)(1/G_{xy} - 2\nu_{xy}/E_x) + 2CS^3/E_y \\ S'_{26} &= -2CS^3/E_x + (CS^3 - C^3S)(1/G_{xy} - 2\nu_{xy}/E_x) + 2C^3S/E_y \\ S'_{66} &= 4C^2S^2(1/E_x - 2\nu_{xy}/E_x + 1/E_y) + (C^2 - S^2)^2/G_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

によって、4 個の独立な定数  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $G_{xy}$ 、 $\nu_{xy}$  から計算される<sup>21)</sup>。

$x$  方向の変位： $u$ 、 $y$  方向の変位： $v$  が  $x$ 、 $y$  の連続な一価関数である場合、ひずみ成分は次のように定義される。

$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x, \quad \varepsilon_y = \partial v / \partial y, \quad \gamma_{xy} = \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \quad (\text{A} \cdot 9)$$

さらに、連続微分可能の条件のもとで、ひずみ成分の間には次の適合条件が成立しなければならない。

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial y^2 + \partial^2 \varepsilon_y / \partial x^2 = \partial^2 \gamma_{xy} / \partial x \partial y \quad (\text{A} \cdot 10)$$

また外力を受けてつり合い状態にある物体内の応力成分については、体積力が無視出来る場合、次のつり合い条件が満足される必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \partial \sigma_x / \partial x + \partial \tau_{xy} / \partial y &= 0 \\ \partial \tau_{xy} / \partial x + \partial \sigma_y / \partial y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 11)$$

二次元問題の解を求めるにあたって、応力成分と次の関係にある Airy の応力関数  $\Phi(x, y)$  が導入される。

$$\sigma_x = \partial^2 \Phi / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 \Phi / \partial x^2, \quad \tau_{xy} = -\partial^2 \Phi / \partial x \partial y \quad (\text{A} \cdot 12)$$

このとき (A・11) のつり合い条件式は恒等的に満足されることになる。この  $\Phi$  を用いると (A・4) 式は

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= S_{11} \partial^2 \Phi / \partial y^2 - S_{12} \partial^2 \Phi / \partial x \partial y \\ \varepsilon_y &= -S_{12} \partial^2 \Phi / \partial x \partial y + S_{22} \partial^2 \Phi / \partial x^2 \\ \gamma_{xy} &= -S_{66} \partial^2 \Phi / \partial x \partial y \end{aligned}$$

とかかれ、これを (A・10) 式に適用すると、適合条件式は次のようになる。

$$S_{11} \partial^4 \Phi / \partial y^4 + (S_{66} + 2S_{12}) \partial^4 \Phi / \partial x^2 \partial y^2 + S_{22} \partial^4 \Phi / \partial x^4 = 0 \quad (\text{A} \cdot 13)$$

(A・13) は応力関数  $\Phi$  が満足すべき基礎微分方程式である。すなわち (A・13) の解が求めれば、応力成分は (A・12) 式より、ひずみ成分は (A・4) 式より、変位成分は (A・9) の関係から求められるので問題は解けたことになる。もちろんそれらの応力、変位などが与えられる境界条件を満足するものでなければならない。

等方体では

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = 1/E \\ (S_{66} + 2S_{12})/S_{11} &= (1/G - 2\nu/E)E = E/G - 2\nu = 2 \end{aligned}$$

の関係があるから、(A・13) 式は

$$\partial^4 \Phi / \partial x^4 + 2\partial^4 \Phi / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 \Phi / \partial y^4 = 0 \quad (\text{A} \cdot 14)$$

となり、周知のように  $\Phi$  は  $x, y$  の重調和関数となる<sup>22,23)</sup>。

(A・13) 式で

$$S_{22}/S_{11} = k_1^2 k_2^2, \quad (S_{66} + 2S_{12})/S_{11} = k_1^2 + k_2^2 \quad (\text{A} \cdot 15)$$

とおくと

$$k_1^2 k_2^2 \partial^4 \Phi / \partial x^4 + (k_1^2 + k_2^2) \partial^4 \Phi / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 \Phi / \partial y^4 = 0 \quad (\text{A} \cdot 16)$$

の形にかける。

ここで  $x, y$  と次の関係で結ばれる新しい変数： $z_\mu$  を定義し

$$z_\mu = x + \mu y, \quad (\mu: \text{定数}) \quad (\text{A} \cdot 17)$$

$z_\mu$  の関数  $F(z_\mu)$  を考える。

$$\begin{aligned} \partial F / \partial x &= \partial F / \partial z_\mu \cdot \partial z_\mu / \partial x = dF / dz_\mu = F'(z_\mu) \\ \partial F / \partial y &= \partial F / \partial z_\mu \cdot \partial z_\mu / \partial y = \mu dF / dz_\mu = \mu F'(z_\mu) \end{aligned}$$

となるから

$$\Phi(x, y) = F(z_\mu)$$

とすると、(A・16) 式は

$$[k_1^2 k_2^2 + \mu^2(k_1^2 + k_2^2) + \mu^4] d^4 F / dz_\mu^4 = 0$$

となり、

$$\mu^4 + (k_1^2 + k_2^2)\mu^2 + k_1^2 k_2^2 = 0 \quad (\text{A} \cdot 18)$$

が成立するなら、 $F(z_\mu)$  は (A・16) の解となる。(A・18) 式は  $\mu$  についての 4 次の代数方程式であり、その根は



$$\mu = ik_1, \quad \mu = -ik_1, \quad \mu = ik_2, \quad \mu = -ik_2; \quad (i = \sqrt{-1})$$

であるから、 $z_\mu$  は次のような 2 組の共役複素数となる。

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= x + ik_1y, & \bar{z}_1 &= x - ik_1y \\ z_2 &= x + ik_2y, & \bar{z}_2 &= x - ik_2y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 19)$$

ところで、応力関数  $\Phi$  は実数値をとるべきであるから、結局  $\Phi$  の一般形は次のようにかける<sup>24)</sup>。

$$\Phi = F_1(z_1) + \overline{F_1(z_1)} + F_2(z_2) + \overline{F_2(z_2)} = 2R_e[F_1(z_1) + F_2(z_2)] \quad (\text{A} \cdot 20)$$

( $R_e$  は複素数の実数部を表わす。虚数部を表わすには  $I_m$  の記号を用いる)。

$k_1, k_2$  は (A・15) 式より

$$\left. \begin{aligned} k_1 \\ k_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ S/S_{11} \pm [(S/S_{11})^2 - 4S_{22}/S_{11}]^{1/2} \}, \quad (S = S_{66} + 2S_{12}) \quad (\text{A} \cdot 21)$$

として、4 個の独立な弾性定数から計算される。この  $k_1, k_2$  は二次元問題における異方性示数とも呼ばれる。等方体では  $k_1 = k_2 = 1$  である。

応力成分は

$$\begin{aligned} \partial/\partial x &= \partial/\partial z_1 + \partial/\partial \bar{z}_1 + \partial/\partial z_2 + \partial/\partial \bar{z}_2 \\ \partial/\partial y &= ik_1\partial/\partial z_1 - ik_1\partial/\partial \bar{z}_1 + ik_2\partial/\partial z_2 - ik_2\partial/\partial \bar{z}_2 \\ \partial^2/\partial y^2 &= -k_1^2\partial^2/\partial z_1^2 + k_1^2\partial^2/\partial \bar{z}_1^2 - k_2^2\partial^2/\partial z_2^2 + k_2^2\partial^2/\partial \bar{z}_2^2 \end{aligned}$$

に注意して、(A・20) 式と (A・12) 式から

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -k_1^2[F_1''(z_1) + \overline{F_1(z_1)''}] - k_2^2[F_2''(z_2) + \overline{F_2(z_2)''}] = -2R_e[k_1^2F_1'' + k_2^2F_2''] \\ \sigma_y &= F_1''(z_1) + \overline{F_1(z_1)''} + F_2''(z_2) + \overline{F_2(z_2)''} = 2R_e[F_1'' + F_2''] \\ \tau_{xy} &= -ik_1[F_1''(z_1) - \overline{F_1(z_1)''}] - ik_2[F_2''(z_2) - \overline{F_2(z_2)''}] = 2I_m[k_1F_1'' + k_2F_2''] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 22)$$

を得る。(A・22) 式は応力成分の一般表示式である。

変位成分は (A・9) 式より

$$\left. \begin{aligned} u &= \int \frac{\partial u}{\partial x} dx + h_1(y) = \int \epsilon_x dx + h_1(y) \\ v &= \int \frac{\partial v}{\partial y} dy + h_2(x) = \int \epsilon_y dy + h_2(x) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 23)$$

として求められる。 $h_1(y)$  は  $y$  の、 $h_2(x)$  は  $x$  の任意関数である。

$$\begin{aligned} \int dx &= \int dz_1 + \int d\bar{z}_1 + \int dz_2 + \int d\bar{z}_2 \\ \int dy &= \frac{1}{ik_1} \int dz_1 - \frac{1}{ik_2} \int d\bar{z}_1 + \frac{1}{ik_2} \int dz_2 - \frac{1}{ik_2} \int d\bar{z}_2 \end{aligned}$$

に注意して積分すると

$$\left. \begin{aligned} \int \epsilon_x dx &= p_1[F_1'(z_1) + \overline{F_1(z_1)'}] + p_2[F_2'(z_2) + \overline{F_2(z_2)'}] \\ \int \epsilon_y dy &= -iq_1[F_1'(z_1) - \overline{F_1(z_1)'}] - iq_2[F_2'(z_2) - \overline{F_2(z_2)'}] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 24)$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= S_{12} - S_{11}k_1^2, & p_2 &= S_{12} - S_{11}k_2^2 \\ q_1 &= S_{22}/k_1 - S_{12}k_1, & q_2 &= S_{22}/k_2 - S_{12}k_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A} \cdot 25)$$

を得る。(A・22), (A・24) 式より



```

10 F(I)=0. FEM00170
   IF(NL(1).EQ.0) GO TO 30 FEM00180
   DO 20 I=1,NCONC FEM00190
     N=NL(I) FEM00200
     F(2*N-1)=VLXY(2*I-1) FEM00210
20 F(2*N)=VLXY(2*I) FEM00220
30 CONTINUE FEM00230
   DO 40 N=1,NN2 FEM00240
40 DELTA(N)=0. FEM00250
   DO 50 I=1,NBOUN FEM00260
     N=NF(I) FEM00270
     N1=N*2-1 FEM00280
     N2=N*2 FEM00290
     IF(NFIX(N1).EQ.1) DELTA(N1)=VBXY(2*I-1) FEM00300
     IF(NFIX(N2).EQ.1) DELTA(N2)=VBXY(2*I) FEM00310
50 CONTINUE FEM00320
   IF(NL(1).EQ.0) GO TO 70 FEM00330
   ROAD=0. FEM00340
   DO 60 I=1,NCONC FEM00350
     DO 60 J=1,2 FEM00360
       L=2*(I-1)+J FEM00370
       IF(ABS(VLXY(L)).GT.ROAD) ROAD=ABS(VLXY(L)) FEM00380
60 CONTINUE FEM00390
   GO TO 80 FEM00400
70 ROAD=1. FEM00410
80 CONTINUE FEM00420
   CALL SOLVE(NPOIN,ROAD) FEM00430
   CALL FORCE(NPOIN,NBOUN,NCONC) FEM00440
   CALL PRINT(NPOIN,NELEM) FEM00450
   STOP FEM00460
   END FEM00470
C   *** SUB(1) *** FEM00480
   SUBROUTINE INPUT(NPOIN,NELEM,NBOUN,NCONC) FEM00490
   COMMON/B1/X(2000),Y(2000) FEM00500
   COMMON/B2/NOD(2200,5),IESM(2200,4,4),IOSM(2000,12),OSM(4000,24) FEM00510
   COMMON/B3/NFIX(4000),DELTA(4000),F(4000) FEM00520
   COMMON/B4/NF(300),VBXY(600),NL(100),VLXY(200) FEM00530
   COMMON/B5/E1,E2,G,P12,TH FEM00540
   COMMON/B7/NWRT,NDIS(300),MWRT,MSTRE(300) FEM00550
C   READ(5,100) NPOIN,NELEM,NBOUN,NCONC FEM00560
100 FORMAT(4I5) FEM00570
   READ(5,150) E1,E2,G,P12,TH FEM00580
150 FORMAT(5F10.5) FEM00590
   READ(5,200) (X(N),Y(N),N=1,NPOIN) FEM00600
200 FORMAT(14F5.3) FEM00620
   READ(5,300) ((NOD(M,J),J=1,4),M=1,NELEM) FEM00630
300 FORMAT(16I4) FEM00640
   NN2=NPOIN*2 FEM00650
   DO 110 I=1,NN2 FEM00660
110 NFIX(I)=0 FEM00670
   READ(5,400) (NF(I),NFIX(NF(I)*2-1),NFIX(NF(I)*2),VBXY(I*2-1), FEM00680
     1 VBXY(I*2),I=1,NBOUN) FEM00690
400 FORMAT(4(I4,2I2,2F5.4)) FEM00700
   READ(5,500) (NL(I),VLXY(I*2-1),VLXY(I*2),I=1,NCONC) FEM00710
500 FORMAT(5(I4,2F5.2)) FEM00720
   READ(5,100) NWRT,MWRT FEM00730
   READ(5,300) (NDIS(I),I=1,NWRT) FEM00740
   READ(5,300) (MSTRE(I),I=1,MWRT) FEM00750

```

```

DO 10 M=1,MELEM                                FEM00760
10 NOD(M,5)=0                                  FEM00770
DO 20 I=1,MWRT                                  FEM00780
M=MSTRE(I)                                       FEM00790
20 NOD(M,5)=1                                    FEM00800
C                                                  FEM00810
WRITE(6,1600) NPOIN,NELEM,NBOUN,NCONC,TH        FEM00820
1600 FORMAT(1H0,5X,6HNPOIN=,I4,5X,6HNELEM=,I4,5X,6HNBOUN=,I3,5X,6HNCONC
1=,I3,5X,6HTHICK=,F5.2)                          FEM00840
WRITE(6,1700)                                    FEM00850
1700 FORMAT(1H0,10X,'E1, E2, G, P12')           FEM00860
WRITE(6,1800) E1,E2,G,P12                         FEM00870
1800 FORMAT(1H0,4E20.5)                           FEM00880
WRITE(6,1900) NPOIN                               FEM00890
1900 FORMAT(1H0,'X(N),Y(N),N=1,NPOIN',9X,6HNPOIN=,I5/) FEM00900
WRITE(6,2000) (N,X(N),Y(N),N=1,NPOIN)           FEM00910
2000 FORMAT(1H ,5(I5,2F10.4))                     FEM00920
WRITE(6,2400) NELEM                               FEM00930
2400 FORMAT(1H0,'LK,(NOD(LK,J),J=1-5),LK=1-NELEM',10X,'NELEM=',I4/) FEM00940
WRITE(6,2500) (M,(NOD(M,J),J=1,5),M=1,NELEM)    FEM00950
2500 FORMAT(1H ,5(' ',I4,1H),4I4,I2))           FEM00960
WRITE(6,3900) NBOUN                               FEM00970
3900 FORMAT(1H0,'I,NF(I),X,Y,VBXY(2*I-1),VBXY(2*I),I=1,',I3,'(NBOUN)')/ FEM00980
WRITE(6,2900) (I,NF(I),X(NF(I)),Y(NF(I)),NFI(NF(I)*2-1),
1 NFI(NF(I)*2),VBXY(2*I-1),VBXY(2*I),I=1,NBOUN) FEM00990
2900 FORMAT(1H ,5X,2(2X,1H(,I3,1H),I4,2F7.3,I3,I2,2E14.6)) FEM01010
WRITE(6,3400) NCONC                               FEM01020
3400 FORMAT(1H0,'NCONC=',I3,5X,'I,NL(I),X,Y,VLXY(2*I-1),VLXY(2*I)')/ FEM01030
IF(NL(1).EQ.0) GO TO 30                           FEM01040
WRITE(6,3600) (I,NL(I),X(NL(I)),Y(NL(I)),VLXY(2*I-1),VLXY(2*I),
1 I=1,NCONC)                                       FEM01050
3600 FORMAT(1H ,5X,2(2X,1H(,I3,1H),I5,2F8.4,2E15.6)) FEM01060
GO TO 40                                           FEM01070
30 WRITE(6,3700) NL(1)                             FEM01080
3700 FORMAT(1H0,10X,'NL(1)=' ,I3)                 FEM01090
40 CONTINUE                                        FEM01100
WRITE(6,750) NWRT                                  FEM01110
750 FORMAT(1H0,'NDIS(N),N=1,',I5/)               FEM01120
WRITE(6,760) (NDIS(N),N=1,NWRT)                  FEM01130
760 FORMAT(1H ,20I5)                               FEM01140
WRITE(6,730) MWRT                                  FEM01150
730 FORMAT(1H0,10X,'MWRT=' ,I5/)                 FEM01160
WRITE(6,760) (MSTRE(I),I=1,MWRT)                 FEM01170
RETURN                                             FEM01180
END                                                 FEM01190
C *** SUB(2) ***                                    FEM01200
SUBROUTINE TABLE(NPOIN,NELEM)                    FEM01210
COMMON/B2/NOD(2200,5),IESM(2200,4,4),IOSM(2000,12),OSM(4000,24) FEM01220
DO 10 I=1,NELEM                                    FEM01230
DO 10 J=1,4                                        FEM01240
DO 10 K=1,4                                        FEM01250
IESM(I,J,K)=0                                     FEM01260
10 CONTINUE                                       FEM01270
DO 20 I=1,NPOIN                                   FEM01280
DO 20 J=1,12                                      FEM01290
20 IOSM(I,J)=0                                    FEM01300
DO 30 I=1,NPOIN                                   FEM01310
30 IOSM(I,1)=1                                    FEM01320
DO 40 M=1,NELEM                                   FEM01330

```

```

KN=4
IF(NOD(M,4).EQ.0) KN=3
KN1=KN-1
DO 40 IX=1,KN1
JX=NOD(M,IX)
IJ=IX+1
IY=IOSM(JX,1)
DO 40 II=IJ,KN
KX=NOD(M,II)
IF(IY.EQ.1) GO TO 80
DO 120 L=2,IY
IF(IOSM(JX,L).EQ.KX) GO TO 40
120 CONTINUE
80 JY=IOSM(JX,1)+1
IF(JY.GT.12) GO TO 99
IOSM(JX,JY)=KX
IOSM(JX,1)=JY
JY=IOSM(KX,1)+1
IF(JY.GT.12) GO TO 99
IOSM(KX,JY)=JX
IOSM(KX,1)=JY
40 CONTINUE
DO 130 M=1,NELEM
KN=4
IF(NOD(M,4).EQ.0) KN=3
DO 130 IL=1,KN
DO 130 JL=1,KN
IF(IL.NE.JL) GO TO 150
IESM(M,IL,JL)=1
GO TO 130
150 KL=NOD(M,IL)
LUP=IOSM(KL,1)
MJL=NOD(M,JL)
DO 160 ML=2,LUP
IF(MJL.NE.IOSM(KL,ML)) GO TO 160
IESM(M,IL,JL)=ML
160 CONTINUE
130 CONTINUE
RETURN
99 WRITE(6,900) M,(NOD(M,J),J=1,4)
900 FORMAT(1H0,'IOSM OVER ',M=' ',I5,10X,4I5)
STOP
END
C   *** SUB(3) ***
SUBROUTINE GSTIF(NPOIN,NELEM)
COMMON/B1/X(2000),Y(2000)
COMMON/B2/NOD(2200,5),IESM(2200,4,4),IOSM(2000,12),OSM(4000,24)
COMMON/B5/E1,E2,G,P12,TH
COMMON/B6/ORXM(2200),ORYM(2200),KN2M(2200),DBAM(2200,3,8),
1 AREAM(2200)
DIMENSION D(3,3),DB(3,6),BTDB(6,6),CK(8,8),B(3,6),DBA(3,8),A(6,6)
1,BTDBA(6,6),XE(4),YE(4),ZX(3),ZY(3)
C
NN2=2*NPOIN
DO 10 N=1,NN2
DO 10 J=1,24
10 OSM(N,J)=0.
DO 260 LK=1,NELEM
Q=1./(1.-P12**2*E2/E1)
D(1,1)=E1*Q
FEM01350
FEM01360
FEM01370
FEM01380
FEM01390
FEM01400
FEM01410
FEM01420
FEM01430
FEM01440
FEM01450
FEM01460
FEM01470
FEM01480
FEM01490
FEM01500
FEM01510
FEM01520
FEM01530
FEM01540
FEM01550
FEM01560
FEM01570
FEM01580
FEM01590
FEM01600
FEM01610
FEM01620
FEM01630
FEM01640
FEM01650
FEM01660
FEM01670
FEM01680
FEM01690
FEM01700
FEM01710
FEM01720
FEM01730
FEM01740
FEM01750
FEM01760
FEM01770
FEM01780
FEM01790
FEM01800
FEM01810
FEM01820
FEM01830
FEM01840
FEM01850
FEM01860
FEM01870
FEM01880
FEM01890
FEM01900
FEM01910
FEM01920
FEM01930
FEM01940

```

	D(2,1)=E2*P12*Q	FEM01950
	D(1,2)=D(2,1)	FEM01960
	D(3,1)=0.	FEM01970
	D(1,3)=0.	FEM01980
	D(2,2)=E2*Q	FEM01990
	D(2,3)=0.	FEM02000
	D(3,2)=0.	FEM02010
	D(3,3)=G	FEM02020
	DO 250 I=1,3	FEM02030
	DO 250 J=1,6	FEM02040
250	B(I,J)=0.	FEM02050
	B(1,2)=1.	FEM02060
	B(3,3)=1.	FEM02070
	B(3,5)=1.	FEM02080
	B(2,6)=1.	FEM02090
	CALL MTPRD(D,B,DB,3,3,3,6,3,6,3,6,3)	FEM02100
	CALL TMTPRD(B,DB,BTDB,3,6,3,6,6,6,6,6,3)	FEM02110
	KN=4	FEM02120
	IF(NOD(LK,4).EQ.0) KN=3	FEM02130
	DO 270 J=1,KN	FEM02140
	JJ=NOD(LK,J)	FEM02150
	XE(J)=X(JJ)	FEM02160
270	YE(J)=Y(JJ)	FEM02170
	IF(KN.EQ.4) GO TO 620	FEM02180
	ORX=(XE(1)+XE(2)+XE(3))/3.	FEM02190
	ORY=(YE(1)+YE(2)+YE(3))/3.	FEM02200
	DO 630 I=1,3	FEM02210
	XE(I)=XE(I)-ORX	FEM02220
630	YE(I)=YE(I)-ORY	FEM02230
	ZY(1)=YE(2)-YE(3)	FEM02240
	ZY(2)=YE(3)-YE(1)	FEM02250
	ZY(3)=YE(1)-YE(2)	FEM02260
	ZX(1)=XE(3)-XE(2)	FEM02270
	ZX(2)=XE(1)-XE(3)	FEM02280
	ZX(3)=XE(2)-XE(1)	FEM02290
	ZK=XE(2)*YE(3)-XE(3)*YE(2)	FEM02300
	Z=3.*ZK	FEM02310
	AREA=Z/2.	FEM02320
	DO 640 I=1,6	FEM02330
	DO 640 J=1,6	FEM02340
640	A(I,J)=0.	FEM02350
	A(1,1)=ZK/Z	FEM02360
	A(1,3)=ZK/Z	FEM02370
	A(1,5)=ZK/Z	FEM02380
	A(4,2)=ZK/Z	FEM02390
	A(4,4)=ZK/Z	FEM02400
	A(4,6)=ZK/Z	FEM02410
	A(2,1)=ZY(1)/Z	FEM02420
	A(5,2)=A(2,1)	FEM02430
	A(3,1)=ZX(1)/Z	FEM02440
	A(6,2)=A(3,1)	FEM02450
	A(2,3)=ZY(2)/Z	FEM02460
	A(5,4)=A(2,3)	FEM02470
	A(3,3)=ZX(2)/Z	FEM02480
	A(6,4)=A(3,3)	FEM02490
	A(2,5)=ZY(3)/Z	FEM02500
	A(5,6)=A(2,5)	FEM02510
	A(3,5)=ZX(3)/Z	FEM02520
	A(6,6)=A(3,5)	FEM02530

```

CALL MTPRD(DB,A,DBA,3,6,6,3,8,3,6,6)
CALL MTPRD(BTDB,A,BTDBA,6,6,6,6,6,6,6,6)
DO 670 I=1,6
DO 670 J=1,6
SW=0.
DO 680 K=1,6
680 SW=SW+A(K,I)*BTDBA(K,J)
CK(I,J)=SW*.5*Z*TH
670 CONTINUE
GO TO 600
620 ORX=(XE(2)+XE(1))* .5
ORY=(YE(3)+YE(2))* .5
AL=(XE(2)-XE(1))* .5
BL=(YE(3)-YE(2))* .5
AREA=4.*AL*BL
FQ=1./(4.*AL*BL)
DBA(1,1)=- (D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*FQ
DBA(2,1)=- (D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*FQ
DBA(3,1)=- (D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*FQ
DBA(1,2)=- (D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*FQ
DBA(2,2)=- (D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*FQ
DBA(3,2)=- (D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*FQ
DBA(1,3)=(D(1,1)*BL-D(1,3)*AL)*FQ
DBA(2,3)=(D(1,2)*BL-D(2,3)*AL)*FQ
DBA(3,3)=(D(1,3)*BL-D(3,3)*AL)*FQ
DBA(1,4)=(-D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*FQ
DBA(2,4)=(-D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*FQ
DBA(3,4)=(-D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*FQ
DBA(1,5)=(D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*FQ
DBA(2,5)=(D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*FQ
DBA(3,5)=(D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*FQ
DBA(1,6)=(D(1,2)*AL+D(1,3)*BL)*FQ
DBA(2,6)=(D(2,2)*AL+D(2,3)*BL)*FQ
DBA(3,6)=(D(2,3)*AL+D(3,3)*BL)*FQ
DBA(1,7)=(-D(1,1)*BL+D(1,3)*AL)*FQ
DBA(2,7)=(-D(1,2)*BL+D(2,3)*AL)*FQ
DBA(3,7)=(-D(1,3)*BL+D(3,3)*AL)*FQ
DBA(1,8)=(D(1,2)*AL-D(1,3)*BL)*FQ
DBA(2,8)=(D(2,2)*AL-D(2,3)*BL)*FQ
DBA(3,8)=(D(2,3)*AL-D(3,3)*BL)*FQ
P=BL/AL
CK(1,1)=(P*D(1,1)/3.+D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
CK(2,1)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.+D(3,3)/4.)*TH
CK(3,1)=(-P*D(1,1)/3.+D(3,3)/(6.*P))*TH
CK(4,1)=(D(1,2)/4.+D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
CK(5,1)=(-P*D(1,1)/6.-D(1,3)/2.-D(3,3)/(6.*P))*TH
CK(6,1)=(-D(1,2)/4.-D(2,3)/(6.*P)-P*D(1,3)/6.-D(3,3)/4.)*TH
CK(7,1)=(P*D(1,1)/6.-D(3,3)/(3.*P))*TH
CK(8,1)=(-D(1,2)/4.-D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/6.+D(3,3)/4.)*TH
CK(2,2)=(D(2,2)/(3.*P)+D(2,3)/2.+P*D(3,3)/3.)*TH
CK(3,2)=(-D(1,2)/4.-P*D(1,3)/3.+D(2,3)/(6.*P)+D(3,3)/4.)*TH
CK(4,2)=(D(2,2)/(6.*P)-P*D(3,3)/3.)*TH
CK(5,2)=(-D(1,2)/4.-P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(6.*P)-D(3,3)/4.)*TH
CK(6,2)=(-D(2,2)/(6.*P)-D(2,3)/2.-P*D(3,3)/6.)*TH
CK(7,2)=(D(1,2)/4.+P*D(1,3)/6.-D(2,3)/(3.*P)-D(3,3)/4.)*TH
CK(8,2)=(-D(2,2)/(3.*P)+P*D(3,3)/6.)*TH
CK(3,3)=(P*D(1,1)/3.-D(1,3)/2.+D(3,3)/(3.*P))*TH
CK(4,3)=(-D(1,2)/4.+D(2,3)/(3.*P)+P*D(1,3)/3.-D(3,3)/4.)*TH
CK(5,3)=(P*D(1,1)/6.-D(3,3)/(3.*P))*TH
FEM02540
FEM02550
FEM02560
FEM02570
FEM02580
FEM02590
FEM02600
FEM02610
FEM02620
FEM02630
FEM02640
FEM02650
FEM02660
FEM02670
FEM02680
FEM02690
FEM02700
FEM02710
FEM02720
FEM02730
FEM02740
FEM02750
FEM02760
FEM02770
FEM02780
FEM02790
FEM02800
FEM02810
FEM02820
FEM02830
FEM02840
FEM02850
FEM02860
FEM02870
FEM02880
FEM02890
FEM02900
FEM02910
FEM02920
FEM02930
FEM02940
FEM02950
FEM02960
FEM02970
FEM02980
FEM02990
FEM03000
FEM03010
FEM03020
FEM03030
FEM03040
FEM03050
FEM03060
FEM03070
FEM03080
FEM03090
FEM03100
FEM03110
FEM03120

```





410	RV(I)=0.	FEM03730
	DO 420 N=1,NPOIN	FEM03740
	LUP=IOSM(N,1)	FEM03750
	N2=N*2	FEM03760
	N1=N2-1	FEM03770
	DO 420 K=N1,N2	FEM03780
	IF(NFIX(K).EQ.1) GO TO 420	FEM03790
	RES=F(K)-OSM(K,1)*DELTA(N1)-OSM(K,2)*DELTA(N2)	FEM03800
	DO 430 I=2,LUP	FEM03810
	I2=I*2	FEM03820
	I1=I2-1	FEM03830
	J=IOSM(N,I)	FEM03840
	J2=J*2	FEM03850
	J1=J2-1	FEM03860
430	RES=RES-OSM(K,I1)*DELTA(J1)-OSM(K,I2)*DELTA(J2)	FEM03870
	RV(K)=RES	FEM03880
	PV(K)=RES	FEM03890
	A1=A1+RES**2	FEM03900
420	CONTINUE	FEM03910
C		FEM03920
440	PAP=0.	FEM03930
	A0=A1	FEM03940
	DO 450 N=1,NPOIN	FEM03950
	LUP=IOSM(N,1)	FEM03960
	N2=N*2	FEM03970
	N1=N2-1	FEM03980
	DO 450 K=N1,N2	FEM03990
	IF(NFIX(K).EQ.1) GO TO 450	FEM04000
	S=OSM(K,1)*PV(N1)+OSM(K,2)*PV(N2)	FEM04010
	DO 460 I=2,LUP	FEM04020
	I2=I*2	FEM04030
	I1=I2-1	FEM04040
	J=IOSM(N,I)	FEM04050
	J2=J*2	FEM04060
	J1=J2-1	FEM04070
460	S=S+OSM(K,I1)*PV(J1)+OSM(K,I2)*PV(J2)	FEM04080
	APV(K)=S	FEM04090
	PAP=PAP+PV(K)*S	FEM04100
450	CONTINUE	FEM04110
	ALPHA=A0/PAP	FEM04120
	DMX=0.	FEM04130
	RMX=0.	FEM04140
	A1=0.	FEM04150
	DO 470 N=1,NN2	FEM04160
	IF(NFIX(N).EQ.1) GO TO 470	FEM04170
	DELTA(N)=DELTA(N)+ALPHA*PV(N)	FEM04180
	RV(N)=RV(N)-ALPHA*APV(N)	FEM04190
	IF(ABS(RV(N)).GT.RMX) RMX=ABS(RV(N))	FEM04200
	A1=A1+RV(N)**2	FEM04210
470	CONTINUE	FEM04220
	IT=IT+1	FEM04230
	BETA=A1/A0	FEM04240
	DO 480 N=1,NN2	FEM04250
	IF(NFIX(N).EQ.1) GO TO 480	FEM04260
	PV(N)=RV(N)+BETA*PV(N)	FEM04270
480	CONTINUE	FEM04280
	IF(RMX.LT.CRTV) GO TO 490	FEM04290
	IF(IT.LT.LIMIT) GO TO 440	FEM04300
490	CONTINUE	FEM04310

```

WRITE(6,100) IT,LIMIT,RMX,CRTV
100 FORMAT(1H0,3HIT=,I5,5X,6HLIMIT=,I5,10X,4HRMX=,E13.5,5X,5HCRTV=,
1 E10.2)
RETURN
END
C   *** SUB(5) ***
SUBROUTINE FORCE(NPOIN,NBOUN,NCONC)
COMMON/B2/NOD(2200,5),IESM(2200,4,4),IOSM(2000,12),OSM(4000,24)
COMMON/B3/NFIX(4000),DELTA(4000),F(4000)
COMMON/B4/NF(300),VBXY(600),NL(100),VLXY(200)
DIMENSION NWR(4),FWR(8)
C   .
DO 510 N=1,NPOIN
LUP=IOSM(N,1)
N1=N*2-1
N2=N*2
DO 510 K=N1,N2
W=OSM(K,1)*DELTA(N1)+OSM(K,2)*DELTA(N2)
DO 520 I=2,LUP
J=IOSM(N,I)
520 W=W+OSM(K,2*I-1)*DELTA(2*J-1)+OSM(K,2*I)*DELTA(2*J)
F(K)=W
510 CONTINUE
FXP=0.
FXM=0.
FYP=0.
FYM=0.
DO 530 N=1,NPOIN
IF(F(2*N-1)) 10,20,20
10 FXM=FXM+F(2*N-1)
GO TO 30
20 FXP=FXP+F(2*N-1)
30 IF(F(2*N)) 40,50,50
40 FYM=FYM+F(2*N)
GO TO 530
50 FYP=FYP+F(2*N)
530 CONTINUE
WRITE(6,500) FXP,FXM,FYP,FYM
500 FORMAT(1H0,4HFXP=,E13.6,5X,4HFXM=,E13.6,10X,4HFYP=,E13.6,5X,
14HFYM=,E13.6)
WRITE(6,600)
600 FORMAT(1H0,'(N),F(2*N-1),F(2*N)')
WRITE(6,700)
700 FORMAT(1H0,10X,'F I=1,NBOUN'/)
K=0
I=0
540 I=I+1
N=NF(I)
K=K+1
NWR(K)=N
FWR(2*K-1)=F(2*N-1)
FWR(2*K)=F(2*N)
IF(I.EQ.NBOUN) GO TO 550
IF(K.LT.4) GO TO 540
550 WRITE(6,800) (NWR(J),FWR(2*J-1),FWR(2*J)),J=1,K)
K=0
IF(I.LT.NBOUN) GO TO 540
800 FORMAT(1H,4(I5,2E14.5))
IF(NL(1).EQ.0) GO TO 580
WRITE(6,900)

```

FEM04320  
FEM04330  
FEM04340  
FEM04350  
FEM04360  
FEM04370  
FEM04380  
FEM04390  
FEM04400  
FEM04410  
FEM04420  
FEM04430  
FEM04440  
FEM04450  
FEM04460  
FEM04470  
FEM04480  
FEM04490  
FEM04500  
FEM04510  
FEM04520  
FEM04530  
FEM04540  
FEM04550  
FEM04560  
FEM04570  
FEM04580  
FEM04590  
FEM04600  
FEM04610  
FEM04620  
FEM04630  
FEM04640  
FEM04650  
FEM04660  
FEM04670  
FEM04680  
FEM04690  
FEM04700  
FEM04710  
FEM04720  
FEM04730  
FEM04740  
FEM04750  
FEM04760  
FEM04770  
FEM04780  
FEM04790  
FEM04800  
FEM04810  
FEM04820  
FEM04830  
FEM04840  
FEM04850  
FEM04860  
FEM04870  
FEM04880  
FEM04890  
FEM04900  
FEM04910

```

900 FORMAT(1H0,10X,'F   I=1,NCONC'/)
      I=0
560 I=I+1
      N=NL(I)
      K=K+1
      NWR(K)=N
      FWR(2*K-1)=F(2*N-1)
      FWR(2*K)=F(2*N)
      IF(I.EQ.NCONC) GO TO 570
      IF(K.LT.4) GO TO 560
570 WRITE(6,800) (NWR(J),FWR(2*J-1),FWR(2*J),J=1,K)
      K=0
      IF(I.LT.NCONC) GO TO 560
580 CONTINUE
      RETURN
      END
C   *** SUB(6) ***
      SUBROUTINE PRINT(NPOIN,NELEM)
      COMMON/B1/X(2000),Y(2000)
      COMMON/B2/NOD(2200,5),IESM(2200,4,4),IOSM(2000,12),OSM(4000,24)
      COMMON/B3/NFIX(4000),DELTA(4000),F(4000)
      COMMON/B5/E1,E2,G,P12,TH
      COMMON/B6/ORXM(2200),ORYM(2200),KN2M(2200),DBAM(2200,3,8),
1  AREAM(2200)
      COMMON/B7/NWRT,NDIS(300),MWRT,MSTRE(300)
      DIMENSION DBA(3,8),EDIS(8),SIGMA(6)
C
      WRITE(6,100)
100  FORMAT(1H0,10X,'NODAL DISPLACEMENT'/)
      WRITE(6,200) (NDIS(I),DELTA(NDIS(I)*2-1),DELTA(NDIS(I)*2),
1  I=1,NWRT)
200  FORMAT(1H ,3(1X,1H(,I4,1H),1X,2E16.6))
C
      WRITE(6,300)
300  FORMAT(1H0,10X,'JE,ORX,ORY,SX,SY,TXY,S1,S2,THETA'/)
      DO 610 JE=1,NELEM
      IF(NOD(JE,5).EQ.0) GO TO 610
      ORX=ORXM(JE)
      ORY=ORYM(JE)
      KN2=KN2M(JE)
      DO 620 I=1,3
      DO 620 J=1,KN2
620  DBA(I,J)=DBAM(JE,I,J)
      KN=KN2/2
      DO 630 J=1,KN
      JJ=(NOD(JE,J)-1)*2
      II=(J-1)*2
      DO 630 L=1,2
      EDIS(II+L)=DELTA(JJ+L)
630  CONTINUE
      DO 640 I=1,3
      SW=0.
      DO 650 K=1,KN2
650  SW=SW+DBA(I,K)*EDIS(K)
      SIGMA(I)=SW
640  CONTINUE
      ROOT=SQRT((SIGMA(1)-SIGMA(2))*2*.25+SIGMA(3)**2)
      SIGMA(4)=(SIGMA(1)+SIGMA(2))**.5+ROOT
      SIGMA(5)=(SIGMA(1)+SIGMA(2))**.5-ROOT
      IF(SIGMA(1)-SIGMA(2)) 10,20,10
      FEM04920
      FEM04930
      FEM04940
      FEM04950
      FEM04960
      FEM04970
      FEM04980
      FEM04990
      FEM05000
      FEM05010
      FEM05020
      FEM05030
      FEM05040
      FEM05050
      FEM05060
      FEM05070
      FEM05080
      FEM05090
      FEM05100
      FEM05110
      FEM05120
      FEM05130
      FEM05140
      FEM05150
      FEM05160
      FEM05170
      FEM05180
      FEM05190
      FEM05200
      FEM05210
      FEM05220
      FEM05230
      FEM05240
      FEM05250
      FEM05260
      FEM05270
      FEM05280
      FEM05290
      FEM05300
      FEM05310
      FEM05320
      FEM05330
      FEM05340
      FEM05350
      FEM05360
      FEM05370
      FEM05380
      FEM05390
      FEM05400
      FEM05410
      FEM05420
      FEM05430
      FEM05440
      FEM05450
      FEM05460
      FEM05470
      FEM05480
      FEM05490
      FEM05500
      FEM05510

```

```

10 SIGMA(6)=ATAN(2.*SIGMA(3)/(SIGMA(1)-SIGMA(2)))*28.64788976      FEM05520
   IF(SIGMA(1).LT.SIGMA(2)) SIGMA(6)=SIGMA(6)+90.                  FEM05530
   GO TO 30                                                           FEM05540
20 IF(SIGMA(3)) 40,50,60                                           FEM05550
40 SIGMA(6)=-45.                                                    FEM05560
   GO TO 30                                                           FEM05570
50 SIGMA(6)=0.                                                       FEM05580
   GO TO 30                                                           FEM05590
60 SIGMA(6)=45.                                                      FEM05600
30 CONTINUE                                                          FEM05610
   WRITE(6,400) JE,ORX,ORY,(SIGMA(I),I=1,6)                        FEM05620
610 CONTINUE                                                         FEM05630
400 FORMAT(1H ,I10,2F10.4,6E14.6)                                   FEM05640
   RETURN                                                             FEM05650
   END                                                                 FEM05660
C   *** SUB(7) ***                                                  FEM05670
   SUBROUTINE MTPRD(A,B,C,M1,N1,M2,N2,M3,N3,M,N,L)                 FEM05680
   DIMENSION A(M1,N1),B(M2,N2),C(M3,N3)                            FEM05690
   DO 10 I=1,M                                                       FEM05700
   DO 10 J=1,N                                                       FEM05710
   SW=0.                                                              FEM05720
   DO 20 K=1,L                                                       FEM05730
20 SW=SW+A(I,K)*B(K,J)                                              FEM05740
   C(I,J)=SW                                                         FEM05750
10 CONTINUE                                                          FEM05760
   RETURN                                                            FEM05770
   END                                                                FEM05780
C   *** SUB(8) ***                                                  FEM05790
   SUBROUTINE TTPRD(A,B,C,M1,N1,M2,N2,M3,N3,M,N,L)                 FEM05800
   DIMENSION A(M1,N1),B(M2,N2),C(M3,N3)                            FEM05810
   DO 10 I=1,M                                                       FEM05820
   DO 10 J=1,N                                                       FEM05830
   SW=0.                                                              FEM05840
   DO 20 K=1,L                                                       FEM05850
20 SW=SW+A(K,I)*B(K,J)                                              FEM05860
   C(I,J)=SW                                                         FEM05870
10 CONTINUE                                                          FEM05880
   RETURN                                                            FEM05890
   END                                                                FEM05900

```

### 引用文献

- 1) 大草克己：木材のせん弾に関する弾塑性論および破壊力学的研究（第3報）椅子型（JIS）せん断試験体の応力特性とエネルギー解放率，鹿大農学術報告，No. 30，201-215（1980）
- 2) 大草克己：木材のせん弾に関する弾塑性論および破壊力学研究（第4報）面内せん断破壊じん性，鹿大農学術報告，No. 33，193-202（1983）
- 3) 大草克己：クラックを有する木材はりのモードIIエネルギー解放率，鹿大農演報，No. 11，1-20（1983）
- 4) 大草克己：木材強度試験体（割裂・横引張・部分横圧縮）応力の数値的解析，鹿大農演報，No. 4，1-84（1976）
- 5) 大草克己：木材の横圧縮に対する年輪曲率の影響—円型異方弾性解析—，鹿大農演報，No. 9，1-44（1981）
- 6) 雨宮綾夫，田口武夫（編）：「数値解析とFORTRAN」，253-264，丸善（1969）
- 7) 農林省林業試験場（監修）：「木材工業ハンドブック，改訂3版」，983-984，丸善（1982）
- 8) 農林省林業試験場（編）：「木材工業ハンドブック」，935-936，丸善（1958）
- 9) ASTM：“1981 Annual Book of ASTM Standards, Part 22, Wood; Adhesives”，59-120，ASTM（1981）
- 10) Walsh, P. F., R. H. Leicester and A. Ryan: The Strength of Glued Lap Joints in Timber, Forest Prod. J., Vol. 23, No. 5, 30-33（1973）

- 11) Leicester, R. H.: Some Aspects of Stress Fields at Sharp Notches in Orthotropic Materials, I. Plane Stress, Forest Prod. Technol. Paper No. 57, CSIRO, Australia, 3-16 (1971)
- 12) 佐々木光 (中戸莞二・編): 「木材工学」, 200-201, 養賢堂 (1985)
- 13) 大河平行雄: S59 科研成果報告書, (1965)
- 14) 増田稔, 大河平行雄: 木材の曲げにおける寸法効果, 三大農学術報, No. 71, 61-69 (1985)
- 15) 鈴木直之, 大河平行雄: 木材のねじりせん断強さにおける寸法効果について, 三大農学術報, 45-53 (1985)
- 16) 大河平行雄, 増田稔, 鈴木直之: 木材圧縮強さの寸法効果, 三大生物資源紀要, 13-21 (1989)
- 17) 石田誠: 「き裂の弾性解析と応力拡大係数」, 39-63, 培風館 (1976)
- 18) 岡村弘之: 「線形破壊力学入門」, 8-9, 43-46, 培風館 (1976)
- 19) Leicester, R. H.: The Size Effect of Notches, Proc. 2nd Aust. Conf. on Mech. of Struct. and Materials, 4. 1-4. 20 (1969)
- 20) 増田稔: 木材の破壊条件に関する理論的考察, 京大農演報, No. 58, 241-250 (1986)
- 21) Hearmon, R. F. S.: "Applied Anisotropic Elasticity", 10-13, Oxford Univ. Press (1961)
- 22) Timoshenko, S. P. and J. N. Goodier: "Theory of Elasticity, 3rd ed.", 31-32, McGraw-Hill (1970)
- 23) 村上敬宜: 「弾性力学」, 46-47, 養賢堂 (1987)
- 24) 樋口正一: 直交異方二次元弾性論の境界値問題, 九大応力研所報, No. 10, 1-62 (1957)
- 25) Zienkiewicz, O. C. and R. L. Taylor: "The Finite Element Method, 4th ed.", 45-56, 119-125, McGraw-Hill (1989)