

## 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究

(第3報) 椅子型 (JIS) せん断試験体の応力特異性と  
エネルギー解放率

大草 克己

(森林土木学研究室)

昭和54年8月20日 受理

### Studies on the Shearing of Wood —Especially on the Elastic-Plastic Theory and Fracture Mechanics—

#### III. On the Stress Singularity and the Energy Release Rate in the Chair-Type (JIS) Shearing Specimen

Katsumi OKUSA

(Laboratory of Forest Civil Engineering)

#### 緒 言

木材のせん断特に繊維に平行なせん断に対する強さを定めるための試験方法は、Petermann<sup>25)</sup>の論文、Kollmann<sup>12)</sup>の著書に紹介されているものだけでも30種類以上もあり、それらは試験体の形状、寸法、固定または支持の方法、荷重のかけ方などにおいてそれぞれに異なっている。構造材料の静力学的基本の性質は結局、引張、圧縮、せん断の3種に帰するわけであるが、木材のせん断に関してこのように多種多様な試験方法が提案されていることは、「木材のせん断強さ」と呼ばれているものが、いかに強くその試験方法に依存するものであるかを示すものと考えられる。

日本工業規格 JIS Z 2114 で規定する木材のせん断試験は、Fig. 1 に示す椅子型試験体で、せん断面 AH は繊維方向と一致し、その高さおよび巾はいずれも 20~30 mm を標準とし、切欠部が 10×10 mm、クリアランス HK を 2 mm とし、図のように固定する。sliding block に荷重をかけるとそれが摺動し、鋼球を介して loading block を垂直に押し下げる。AH 面でせん断破壊が生じた時の最大荷重を測定し、これをせん断面積で除してこの木材のせん断強さ  $\tau_c$  とする。この方法はアメリカの試験規格 ASTM D 143<sup>1)</sup> のそれと全く同じであるが、ASTM ではせん断面を標準 2"×2" としている。

一般に構造材料の強さとは、純粋にその応力のみが均等に分布する条件の下で生ずる降伏または破壊の応

力度を意味する。JIS あるいは ASTM に規定する上記のせん断試験では、鋭い直角の切欠き底に非常に高い応力集中が生じ、せん断面には引張および圧縮の応力が同時に作用するものであるから、このような試験で定まる  $\tau_c$  の力学的意味はかならずしも明確ではない。この論文は近年著しい進展をみせている破壊力学に導入された概念を用い、椅子型せん断試験の新しい意味づけを試みようとするものである。

#### 直交異方弾性二次元問題の一般解

木材はその樹幹軸から十分離れたところで、その部分の年輪半径に比べてあまり大きくないブロックを対象とすれば、繊維方向 (L)、半径方向 (R) および年輪の接線方向 (T) をそれぞれ対称軸とする直交異方体とみなすことが出来る。

直交異方弾性体において、 $x, y$  座標軸を弾性対称軸に一致させると、応力成分  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  と (1) 式の関係にある Airy の応力関数  $\Phi(x, y)$  は周知のように偏微分方程式 (2) に従う<sup>7,20)</sup>。

$$\sigma_x = \partial^2 \Phi / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 \Phi / \partial x^2, \quad \tau_{xy} = -\partial^2 \Phi / \partial x \partial y \quad (1)$$

$$s_{22} \partial^4 \Phi / \partial x^4 + (s_{66} + 2s_{12}) \partial^4 \Phi / \partial x^2 \partial y^2 + s_{11} \partial^4 \Phi / \partial y^4 = 0 \quad (2)$$

(2) 式の  $s_{ij}$  は次の応力-ひずみ ( $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ ) 関係式 (3)

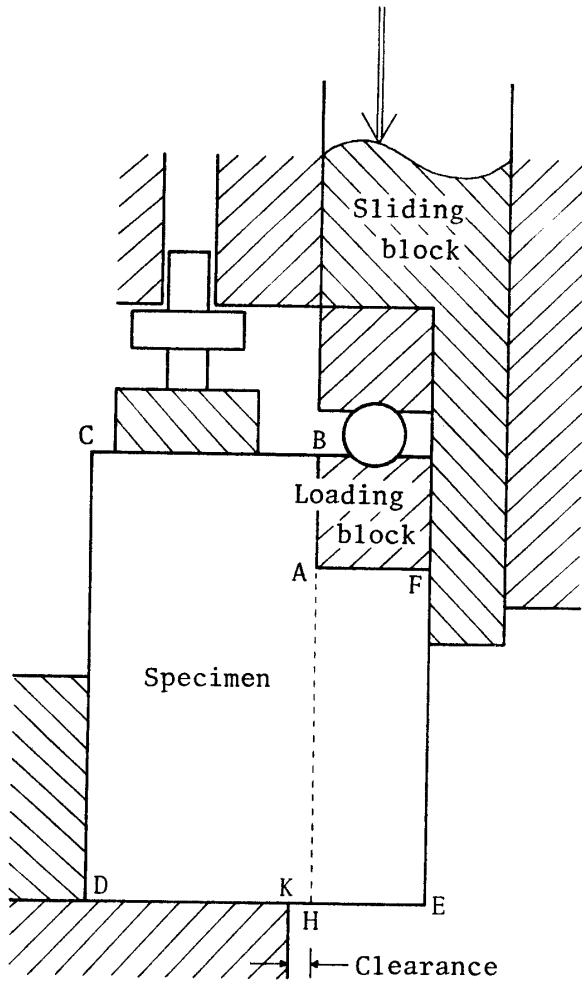


Fig. 1. Shear-parallel-to-grain test according to JIS Z 2114.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= s_{11}\sigma_x + s_{12}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= s_{21}\sigma_x + s_{22}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= s_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

に現われる弾性定数であって、平面応力状態の場合には

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= 1/E_x, \quad s_{22} = 1/E_y, \quad s_{66} = 1/G_{xy} \\ s_{12} &= s_{21} = -\nu_{xy}/E_x = -\nu_{yx}/E_y \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

平面ひずみ状態の場合には

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= (1 - \nu_{xz}\nu_{zx})/E_x, \quad s_{22} = (1 - \nu_{yz}\nu_{zy})/E_y \\ s_{12} &= s_{21} = -(\nu_{xy} + \nu_{xz}\nu_{zy})/E_x = -(\nu_{yx} \\ &\quad + \nu_{yz}\nu_{zx})/E_y \\ s_{66} &= 1/G_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

である。ここで  $E, G, \nu$  はそれぞれヤング率、剛性率およびポアソン比を表わす。

(2) の特性方程式 (5)

$$s_{11}\mu^4 + (s_{66} + 2s_{12})\mu^2 + s_{22} = 0 \quad (5)$$

の根は純虚数であることが知られており、それを  $\pm ik_1, \pm ik_2$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) とすると

$$\left. \begin{aligned} k_1 \\ k_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{s/s_{11} \pm [(s/s_{11})^2 - 4s_{22}/s_{11}]^{1/2}\}^{1/2};$$

$$s = s_{66} + 2s_{12} \quad (6)$$

である。したがって

$$z_1 = x + ik_1y, \quad z_2 = x + ik_2y \quad (7)$$

で定義される複素変数  $z_1, z_2$  の任意な関数を  $F_1(z_1), F_2(z_2)$  とすると (2) 式の一般解は次の形にかける<sup>8,20)</sup>。

$$\begin{aligned} \Phi &= F_1(z_1) + F_2(z_2) + \overline{F_1(z_1)} + \overline{F_2(z_2)} \\ &= 2\text{Re}[F_1(z_1) + F_2(z_2)] \end{aligned} \quad (8)$$

ここで  $\overline{F_1(z_1)}, \overline{F_2(z_2)}$  は複素共役を、また  $\text{Re}$  は複素数の実数部をとることを表わす。(虚数部を表わす記号には  $I_m$  を用いる)。

$$\partial/\partial x = \partial/\partial z_1 + \partial/\partial z_2 + \partial/\partial \bar{z}_1 + \partial/\partial \bar{z}_2$$

$$\partial/\partial y = ik_1\partial/\partial z_1 + ik_2\partial/\partial z_2 - ik_1\partial/\partial \bar{z}_1 - ik_2\partial/\partial \bar{z}_2$$

に注意して (8) 式を微分すると (1) 式の関係から

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -2\text{Re}[k_1^2 F_1''(z_1) + k_2^2 F_2''(z_2)] \\ \sigma_y &= 2\text{Re}[F_1''(z_1) + F_2''(z_2)] \\ \tau_{xy} &= 2I_m[k_1 F_1''(z_1) + k_2 F_2''(z_2)] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

を得る。これは応力成分の一般表示式である。

$x$  および  $y$  方向の変位成分をそれぞれ  $u, v$  で表わすと、微小変形を前提として

$$\partial u/\partial x = \varepsilon_x, \quad \partial v/\partial y = \varepsilon_y, \quad \partial v/\partial x + \partial u/\partial y = \gamma_{xy} \quad (10)$$

であるから

$$u = \int \varepsilon_x dx + h_1(y), \quad v = \int \varepsilon_y dy + h_2(x)$$

となる。 $h_1(y), h_2(x)$  はそれぞれ  $y$  および  $x$  の任意関数であるが、(3) の第1, 第2式と (9) の第1, 第2式を用いて積分を行い、その結果を (3) の第3式に用い、さらに  $ik_1, ik_2$  が (5) の根であることに注意すると  $h_1(y), h_2(x)$  はいずれも  $y$  または  $x$  の1次式であることが判る。したがって剛体的変位を除いた成分だけを考えると

$$\left. \begin{aligned} u &= 2\text{Re}[p_1 F_1'(z_1) + p_2 F_2'(z_2)] \\ v &= 2I_m[q_1 F_1'(z_1) + q_2 F_2'(z_2)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= s_{12} - s_{11}k_1^2, & p_2 &= s_{12} - s_{11}k_2^2 \\ q_1 &= (s_{22} - s_{12}k_1^2)/k_1, & q_2 &= (s_{22} - s_{12}k_2^2)/k_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

を得る。これは変位の一般表示式である。

ノッチ底の応力特異性

(8) 式の  $F_1, F_2$  として

$$F_1'(z_1) = \frac{1}{2}(A_1 + iB_1)z_1', \quad F_2'(z_2) = \frac{1}{2}(A_2 + iB_2)z_2' \quad (13)$$

を考える。

$$\begin{aligned} z_j &= x + ik_jy = r_j e^{i\theta_j} \\ &= r_j(\cos \theta_j + i \sin \theta_j); \quad (j=1, 2) \end{aligned}$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} r_j &= (x^2 + k_j^2 y^2)^{1/2} = r(\cos^2 \theta + k_j^2 \sin^2 \theta)^{1/2}, \\ \cos \theta_j &= x/r_j, \quad \sin \theta_j = k_j y/r_j; \quad (j=1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となり, (13) 式は

$$\begin{aligned} 2F_j'(z_j) &= r_j^\lambda (A_j \cos \lambda \theta_j - B_j \sin \lambda \theta_j) \\ &+ i r_j^\lambda (A_j \sin \lambda \theta_j + B_j \cos \lambda \theta_j); \quad (j=1, 2) \end{aligned}$$

となるから, この応力関数に対する応力成分は (9) 式から

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= - \sum_{j=1}^2 k_j^2 r_j^\lambda (A_j \cos \lambda \theta_j - B_j \sin \lambda \theta_j) \\ \sigma_y &= \sum_{j=1}^2 r_j^\lambda (A_j \cos \lambda \theta_j - B_j \sin \lambda \theta_j) \\ \tau_{xy} &= \sum_{j=1}^2 k_j r_j^\lambda (A_j \sin \lambda \theta_j + B_j \cos \lambda \theta_j) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。また

$$2F_j'(z_j) = \frac{1}{1+\lambda} (A_j + iB_j) z_j^{1+\lambda}; \quad (j=1, 2)$$

であるから (11) 式の変位成分は

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{j=1}^2 p_j r_j^{1+\lambda} [A_j \cos (1+\lambda)\theta_j \\ &\quad - B_j \sin (1+\lambda)\theta_j] / (1+\lambda) \\ v &= \sum_{j=1}^2 q_j r_j^{1+\lambda} [A_j \sin (1+\lambda)\theta_j \\ &\quad + B_j \cos (1+\lambda)\theta_j] / (1+\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。

Fig. 2 の扇状無限領域で  $\beta=0$  とすると, 無限板に半無限長のクラックが存在する場合となる。このクラック縁に外力が作用しないとき, その境界条件は

$$\theta=0: \quad \sigma_y=0, \quad \tau_{xy}=0 \quad (17.1), (17.2)$$

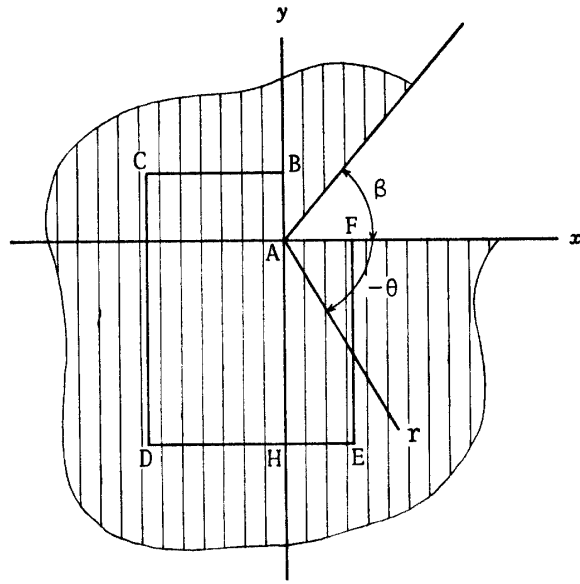


Fig. 2. Notched infinite plane.

$$\theta = -2\pi: \quad \sigma_y=0, \quad \tau_{xy}=0 \quad (17.3), (17.4)$$

となる。  $\theta=0$  のとき  $r_j=r, \theta_j=0$  したがって  $\sin \lambda \theta_j = 0, \cos \lambda \theta_j = 1; (j=1, 2)$  となるから (17.1) と (15) の第 2 式から

$$A_2 = -A_1$$

(17.2) と (15) の第 3 式から

$$B_2 = -B_1 k_1/k_2$$

となる。  $\theta = -2\pi$  のとき  $r_j=r, \theta_j = -2\pi; (j=1, 2)$  したがって (17.3) と (15) の第 2 式から

$$B_1(k_1 - k_2) \sin 2\pi\lambda = 0 \quad (17.5)$$

また (17.4) と (15) の第 3 式から

$$A_1(k_1 - k_2) \sin 2\pi\lambda = 0 \quad (17.6)$$

となる。  $k_1 \neq k_2$  であるから同時には 0 でない  $A_1, B_1$  に対して (17.5), (17.6) 式が成立つためには

$$\sin 2\pi\lambda = 0$$

したがって  $\lambda = n/2, (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$  となる。しかし原点 ( $x=0, y=0$ ) で変位が有限であるためには  $\lambda > -1$  であることを要するから, 結局, 直線クラックに対する  $\lambda$  の固有値は

$$\lambda = -1/2, 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$$

となり, クラック先端 ( $x=y=0$ ) における応力特異性の次数は  $-1/2$  であることが導かれる。

またクラックの上, 下縁に一樣な圧縮荷重  $p$ , または一樣なせん断荷重  $q$ , さらには, より一般的に自己

平衡的な任意な荷重が作用する場合も、上と殆ど同様な手順で  $\lambda$  の最小値は  $-1/2$  であることが導かれる。すなわち直線クラックに対しては、異方体においても等方体におけると同様にその応力特異性は常に  $r^{-1/2}$  である。

Fig. 2 で  $\beta = \pi/2$  とすると無限板に直角ノッチを入れた形になる。

(1) ノッチ縁に荷重が存在しない場合 ( $F-F$  と記す)

この場合に対する境界条件は

$$\theta = 0: \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0 \quad (18.1), (18.2)$$

$$\theta = -3\pi/2: \sigma_x = 0, \tau_{xy} = 0 \quad (18.3), (18.4)$$

となる。(18.1) および (18.2) から前と同様に

$$A_2 = -A_1, B_2 = -B_1 k_1/k_2$$

となる。(18.3) と (15) の第 1 式から

$$A_1(k_1^{2+\lambda} - k_2^{2+\lambda}) \cos 3\pi\lambda/2 + B_1 k_1(k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda}) \sin 3\pi\lambda/2 = 0 \quad (18.5)$$

(18.4) と (15) の第 3 式から

$$-A_1(k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda}) \sin 3\pi\lambda/2 + B_1 k_1(k_1^\lambda - k_2^\lambda) \cos 3\pi\lambda/2 = 0 \quad (18.6)$$

となる。同時には 0 でない  $A_1, B_1$  に対して上の 2 式が成立つためには係数の行列式が 0 でなければならない。したがって  $\lambda$  の固有方程式として次式 (19) を得る。

$$\tan^2 3\pi\lambda/2 = -(k_1^{2+\lambda} - k_2^{2+\lambda})(k_1^\lambda - k_2^\lambda) / (k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda})^2 \quad (19)$$

構造用木材としてもっとも代表的なスギの気乾材の弾性定数はおよそ<sup>20,27)</sup>

$$E_L = 750, E_R = 60, E_T = 30, G_{LR} = 65,$$

$$G_{LT} = 35 \text{ kg/mm}^2, \nu_{LT} = 0.60, \nu_{LR} = 0.40$$

であるから、平面応力状態に対して  $y=L, x=R$  の場合 (以下  $LR$  と記す), (6) 式から

$$k_1 = 0.86764, k_2 = 0.32599$$

となり、 $y=L, x=T$  (以下  $LT$  と記す) の場合

$$k_1 = 0.86963, k_2 = 0.22998$$

となる。このような定数に対して、 $-1 < \lambda < 0$  の範囲にある  $\lambda$  の固有値は (19) 式から

$$LR(F-F): \lambda = -0.09785, \\ -0.45251$$

$$LT(F-F): \lambda = -0.10300, \\ -0.45009$$

となる。すなわち直角ノッチ底には、 $LR$  の場合  $r^{-0.098}$ ,  $r^{-0.453}$ ,  $LT$  の場合  $r^{-0.103}$ ,  $r^{-0.450}$  の応力特異性が出現し得る。

(2) ノッチ縁の変位が完全固定の場合 ( $C-C$  と記す)

境界条件は次のようになる。

$$\theta = 0: u = 0, v = 0 \quad (20.1), (20.2)$$

$$\theta = -3\pi/2: u = 0, v = 0 \quad (20.3), (20.4)$$

(20.1) と (16) 第 1 式から

$$A_2 = -A_1 p_1/p_2 \quad (20.5)$$

(20.2) と (16) 第 2 式から

$$B_2 = -B_1 q_1/q_2 \quad (20.6)$$

(20.3) と (16) 第 1 式から

$$A_1(k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda}) \cos (1+\lambda)3\pi/2 + B_1 \left( k_1^{1+\lambda} - \frac{P_2 q_1}{P_1 q_2} k_2^{1+\lambda} \right) \sin (1+\lambda)3\pi/2 = 0 \quad (20.7)$$

(20.4) と (16) 第 2 式から

$$A_1 \left( k_1^{1+\lambda} - \frac{P_1 q_2}{P_2 q_1} k_2^{1+\lambda} \right) \sin (1+\lambda)3\pi/2 - B_1 (k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda}) \cos (1+\lambda)3\pi/2 = 0 \quad (20.8)$$

となる。したがって  $\lambda$  の固有方程式として

$$\tan^2 (1+\lambda)3\pi/2 = -(k_1^{1+\lambda} - k_2^{1+\lambda})^2 / \left( k_1^{1+\lambda} - \frac{P_2 q_1}{P_1 q_2} k_2^{1+\lambda} \right) / \left( k_1^{1+\lambda} - \frac{P_1 q_2}{P_2 q_1} k_2^{1+\lambda} \right) = 0 \quad (21)$$

を得る。前記のスギの弾性定数を用いると、(12) 式から  $LR$  に対しては

$$p_1 = -1.3080 \times 10^{-2}, p_2 = -2.3045 \times 10^{-3}$$

$$q_1 = -1.9995 \times 10^{-3}, q_2 = -4.2640 \times 10^{-3}$$

$LT$  に対しては

$$p_1 = -2.6008 \times 10^{-2}, p_2 = -2.5631 \times 10^{-3}$$

$$q_1 = -2.2289 \times 10^{-3}, q_2 = -5.9815 \times 10^{-3}$$

となり、これらから (21) 式で定まる  $-1 < \lambda < 0$  の範囲にある  $\lambda$  の固有値は

$$LR(C-C): \lambda = -0.28547, \\ -0.37492$$

$$LT(C-C): \lambda = -0.29182, \\ -0.36994$$

となる。

ノッチ底に生ずる応力特異性については、Williams<sup>35)</sup> が等方体、Leicester<sup>16)</sup> が異方体の場合を取り扱っているが、上述のことから直角ノッチ底の応力特異性は、直線クラックの場合と異なり、材料の弾性定数および境界条件に依存し、しかも異なる次数の特異性が同時に存在し得ることが知られる。

有限要素法による計算値と理論値の比較

著者<sup>20)</sup> は先に木材の割裂、横引張、部分横圧縮試験体の応力を数値的に解析するために有限要素法によるFORTRAN プログラムを作製したが、そこで用いている方法はいわゆる通常の要素法であって、要素の性質として特異性を表わし得るものではない。

Fig. 3-1, -2, -3 は JIS に規定する椅子型せん断試験体 (Fig. 1) に相当するもので、せん断面 AH に沿い、ノッチ底 A 点に近づくに従って要素分割を密にしたものである。Fig. 3-1 の空白部 Abcdef を拡大したものが Fig. 3-2 であり、Fig. 3-2 の空白部 Apqrst をさらに拡大して示したものが Fig. 3-3 である。この分割で要素総数は562、節点総数は419であり、せん

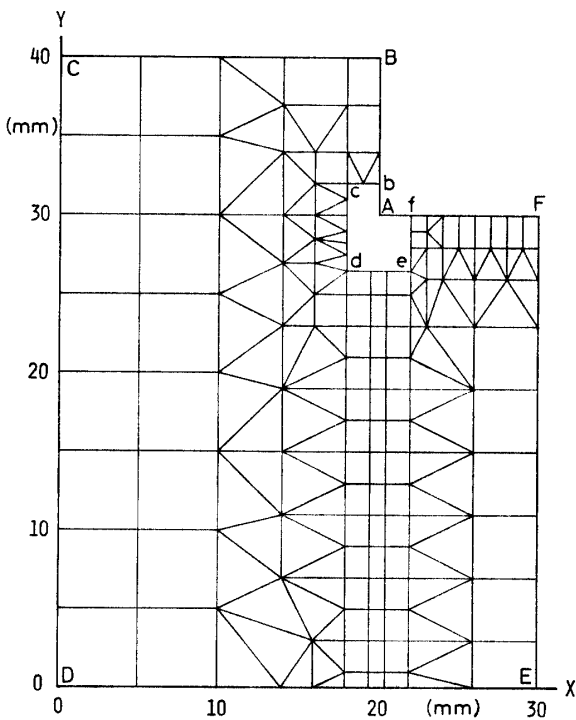


Fig. 3-1. Representation of finite elements for JIS-shear-specimen.

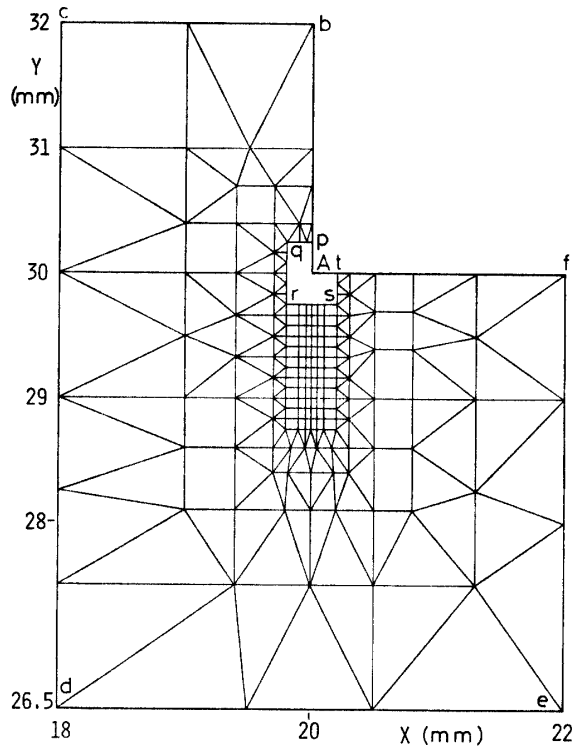


Fig. 3-2. (continued).

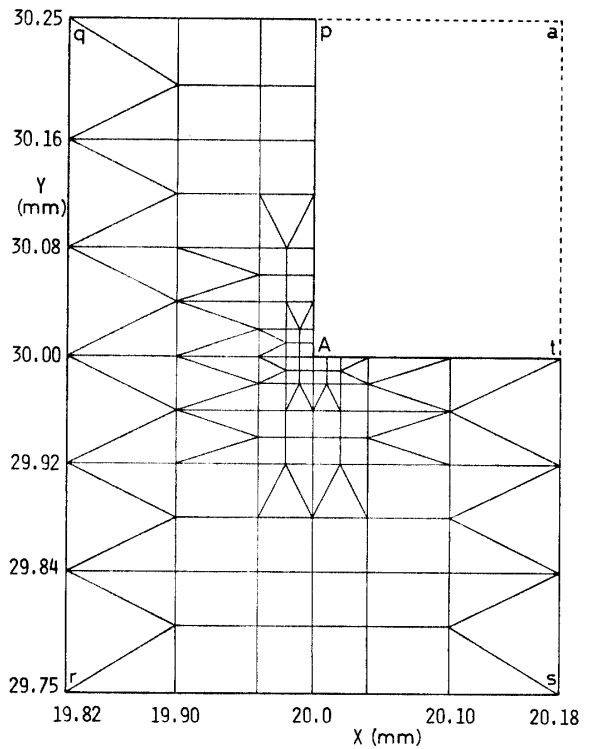


Fig. 3-3. (continued).

断長 (AH) 30 mm に対し最小の要素は  $0.01 \times 0.01$  mm である。Fig. 2 の ABCDEF は JIS せん断試験体の断

面と同じ形状寸法であり、したがって各点の  $x, y$  は  $B(0, 10), C(-20, 10), D(-20, -30), E(10, -30), F(10, 0)$  である。LR (F-F) の一つの固有値  $\lambda = -0.45251$  に対し、 $A_1=1$  とすると  $A_2=-1$ , (18.5) または (18.6) 式から  $B_1=-1.1831$  したがって  $B_2=3.1490$  となる。また LR に対する  $k_1, k_2$  は前記の通りであるから、これらの値を (15) 式に用いれば、Fig. 2 の BC, CD, DE, EF 上の各点の応力は正しく計算出来る。Fig. 3 の要素分割図において BC, DE に対応する線上の節点では

$$P_x = t \int_{x_i}^{x_{i+1}} \tau_{xy} dx, \quad P_y = t \int_{x_i}^{x_{i+1}} \sigma_y dx$$

CD, EF に対応する線上の節点では

$$P_x = t \int_{y_i}^{y_{i+1}} \sigma_x dy, \quad P_y = t \int_{y_i}^{y_{i+1}} \tau_{xy} dy$$

で定まる節点力を荷重として与え、前述の要素法プログラムを用いて応力を計算した。ここで  $t$  は板厚である。(剛性方程式を解くのに文献(20)のプログラムでは対角分割による逆行列法によっているが、ここで要素配置では対角化が出来ないので、文献(21)のそれと同様に Gauss-Seidel 法を用いた)。

計算の結果から AH に沿う A 点からの距離  $r$  と対応する要素の応力を、何れも対数目盛でプロットしたものが Fig. 4 の + 印である。直線 AH は  $\theta = -\pi/2$  したがって  $r_j = k_j r, \theta_j = -\pi/2; (j=1, 2)$  であるから AH 上各点の応力は (15) 式から

$$\sigma_x = -0.73171r^\lambda$$

$$\sigma_y = -3.0391r^\lambda$$

$$\tau_{xy} = 0.71279r^\lambda$$

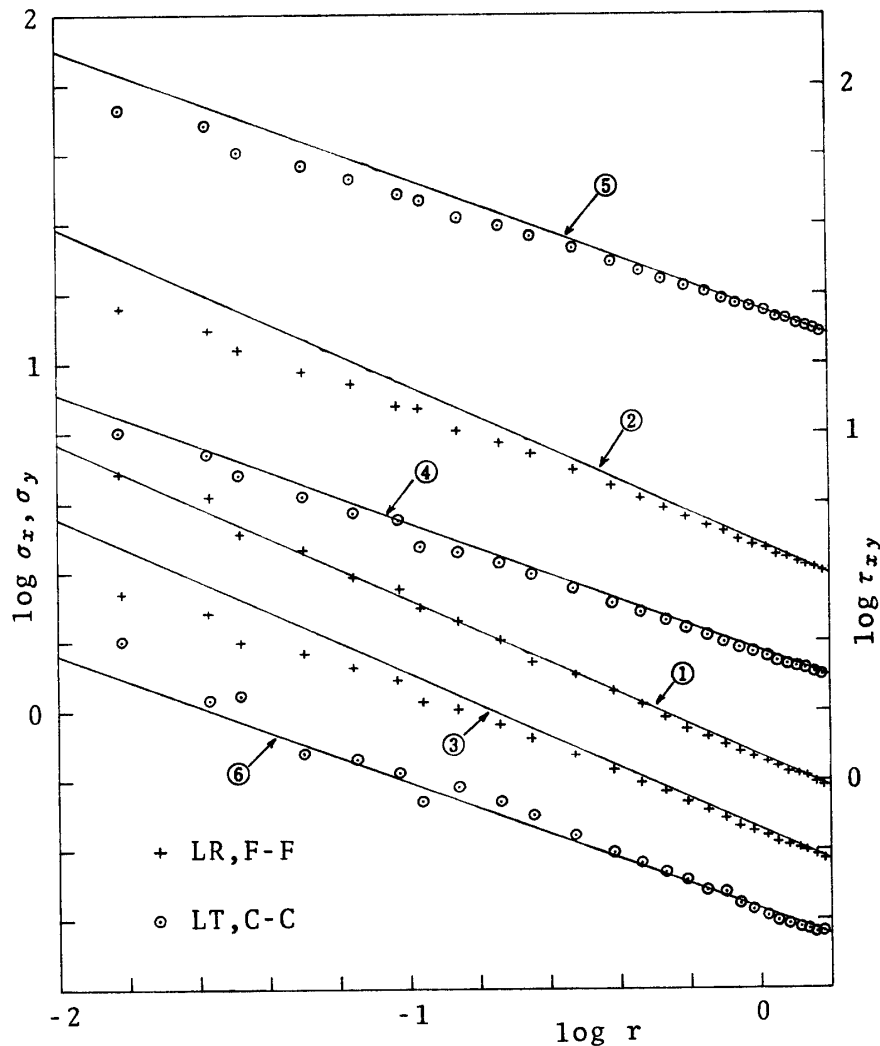


Fig. 4. Values of stress +,  $\odot$  calculated by FEM-method for the JIS-shear-specimen subjected to such loads as give rise to stress-singularity ( $r^{-0.4525}$  and  $r^{-0.3699}$ ).

したがって

$$\log |\sigma_x| = -0.13566 - 0.45251 \log r$$

$$\log |\sigma_y| = 0.48275 - 0.45251 \log r$$

$$\log |\tau_{xy}| = -0.14704 - 0.45251 \log r$$

となる。Fig. 4 に引かれている直線①, ②, ③はこのようにして定められた理論値である。

同じく Fig. 4 にプロットされている⊙印は、 $LT$  ( $C-C$ ) に対する諸定数と  $\lambda = -0.36994$  を用い、 $A_1 = 1$  に対して (20.5) 式から  $A_2 = -10.147$ , (20.7) または (20.8) 式から  $B_1 = 3.3099$ , (20.6) 式から  $B_2 = -1.2334$  となるから、前記と同様に節点荷重を求め、それに対する要素法による計算値を示すものである。また直線④, ⑤, ⑥はこれらに対応する理論値である。

以上の結果から、通常の要素法によっても、Fig. 3 に示すように特異点の近傍で十分密な要素分割を行えば、特異点の極めて近傍を除いて、かなりの精度の計算値を得ることが判る。

椅子型せん断試験体の応力

Fig. 1 に示す実際のせん断試験に即して境界条件を

次のように定める。(Fig. 3-1 では、Fig. 2 の  $x, y$  座標軸を平行に移動して  $X, Y$  座標とし、その原点を  $D$  点にとる)

$$\left. \begin{aligned} Y=0, & \quad 0 \leq X \leq 18: & v=0 \text{ or } >0 \\ X=0, & \quad 0 \leq Y \leq 15: & u=0 \text{ or } >0 \\ Y=40, & \quad 0 \leq X \leq 20: & v=0 \text{ or } <0 \\ X=20, & \quad 30 < Y \leq 40: & u=0 \text{ or } <0 \\ Y=30, & \quad 20 < Y \leq 30: & v=-v_0 \text{ or } <-v_0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

これは Fig. 1 から明らかなように、JIS に従ってクリアランスを 2 mm としているから  $DK=18$  mm の区間が支台上にあり、荷重を加えたとき、 $DK$  面は下方に動くことは出来ない。しかし  $D$  点附近が浮き上がることは拘束されない。その他同様である。特に荷重面  $AF$  では分布荷重が規定されるのではなく、荷重を加えたとき loading block が鉛直下方に動き、この block は  $Z$  軸まわりに回転することを許さない構造になっているから、 $AF$  面は一様に下方に変位する。しかし規定された一定の変位  $v_0$  を超えて、 $F$  点附近がそれ以上に下方へ変位することは自由である。

この境界条件に対する要素法の計算結果は Fig. 5

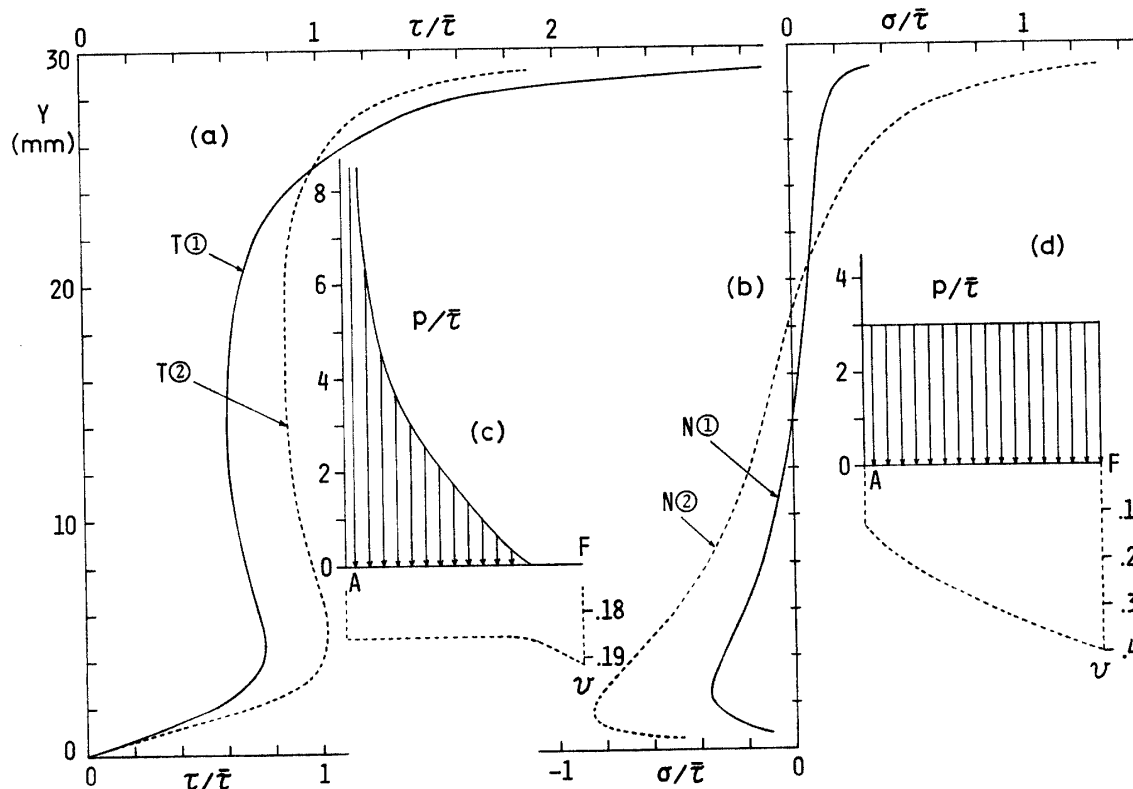


Fig. 5. Distributions of shearing stress ( $T$ ) and normal stress ( $N$ ) along the shear-line in the JIS-shear-specimen (calculated by FEM).

①: case 1 as shown in Fig. (c), ②: case 2 as shown in Fig. (d),  $\bar{\tau}$ : average shearing stress,  $p$ : surface pressure,  $v$ : vertical displacement.

(a), (b) の  $T①, N①$  である。ただし用いた弾性定数はスギ  $LR$  のもので平面応力状態を仮定した。曲線  $T①, N①$  はそれぞれせん断応力  $\tau(=\tau_{xy})$  および垂直応力  $\sigma(=\sigma_x)$  のせん断面  $AH$  に沿っての分布を示すものであるが、いずれも平均せん断応力  $\bar{\tau}$  (荷重面の節点力  $(P_y)_i$  から、 $\sum_i (P_y)_i / (t \times 30) = \bar{\tau}$ ) に対する比で表わされている。(c) 図はこの条件の下で  $AF$  面に生ずる面圧  $p(=(P_y)_i / (t dx_i))$  と変位  $v$  ( $\bar{\tau}=1 \text{ kg/mm}^2$  に対する値) の分布を示す。図にみられるように、 $F$  点に近い部分での変位は規定の変位  $v_0$  を超え、したがって loading block の下面と試験体の受圧面 ( $AF$ ) との間は一部離れることが判る。面圧  $p$  はノッチの隅角点  $A$  に近づくに従って急上昇し、 $A$  点では無限大に発散する状況をうかがわせる。せん断面に沿っての  $\tau$  は  $Y < 25$  では  $\bar{\tau}$  以下であり、 $Y=0$  では当然に  $\tau=0$  となる。 $\sigma$  はこの条件の下では非常に小さく、 $Y=29$  で  $\tau$  のおよそ  $1/10$  である。

Fig. 5 (a), (b) の点線  $T②, N②$  は (d) 図のように等分布荷重を作用させた場合、すなわち境界条件を

$$Y=30, 20 < X \leq 30: P_y = \bar{\tau} \times 30/10$$

(他は (22) 式と同じ) とした場合 (これを case 2 とする) の計算結果である。(c) 図の状態 (case 1 とする) は実際にはあり得ないもので、負荷によって  $A$  点の近くが降伏するからもっとなだらかな面圧分布になる筈であり、その極限として等分布荷重を想定しその結果を吟味しようとするものである。case 2 ではせん断面に沿う  $\tau$  の分布が  $Y=4 \sim 26$  の範囲でかなり一様になり、 $\sigma$  は case 1 より当然に大きく  $Y=29$  では  $\sigma$  と  $\tau$  がほぼ同じ大きさになる。また case 1, case 2 とともに  $Y=0$  の近くで圧縮力が一たん極大値に達し、その後減少するのは通常のハリの場合と様相が異なる。しかし中央集中荷重を受ける単純ハリで、スパン-ハリタケ比が非常に小さくなると、荷重点近くの鉛直断面において、自由縁より少し内部に入った所に圧縮応力の極大が生ずることは、光弾性実験<sup>3)</sup> でも同じ結果が得られている。(Fig. 1 の  $K$  点は支台の隅角点に接する点であり、この点も  $A$  点と同様応力特異点となるが、せん断試験での破壊は一般に  $A$  点に生ずる。したがってこの論文ではもっぱら  $A$  点の応力特異性に着目して解析するが、前記の圧縮応力の分布は明らかにこの  $K$  点の影響を受けているものである。)

また、 $AF$  面の変位  $v$  は、荷重の総和を case 1 と等しく  $\bar{\tau}=1$  となるように与えたものであるが、(c) 図に比較して非常に大きく、 $F$  点の変位は 2 倍以上に

なる。なお  $AF$  面の変位曲線が等分布荷重では上に凹となるのも特徴的である。

Fig. 5 の応力分布は  $0 < Y < 29$  の範囲についてのものであるが、 $29 < Y < 30$  では  $\tau, \sigma$  何れも  $r(=30-Y)$  の減少と共に急激に増大する。 $0.015 < r < 1.2$  の範囲について  $\tau, \sigma$  を  $r$  と共に対数目盛でプロットすると Fig. 6 のようになる。この図で +印は  $\tau$ ,  $\odot$  印は  $\sigma$  を表わし、4本の直線 (実線) はそれぞれ、この範囲の要素法による計算値にもっともよく適合するように最小二乗法で決定したものであり、番号  $T①, N①, T②, N②$  は Fig. 5 (a) (b) のそれに対応している。また Fig. 6 の点線  $T③, N③$  はスギ  $LT$  の弾性定数を用い、 $AF$  面の変位に関して case 1 と同じ条件を与えた場合 (case 3 と記す) について同様の計算を行ない、計算値に適合するように決定した直線である。(個々の計算値はプロットされていない) これらの直線はそれぞれ次の様に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} T①: \log(\tau/\bar{\tau}) &= 0.4677 - 0.6175 \log r \\ N①: \log(\sigma/\bar{\tau}) &= -0.5636 - 0.5735 \log r \\ T②: \log(\tau/\bar{\tau}) &= 0.2525 - 0.5072 \log r \\ N②: \log(\sigma/\bar{\tau}) &= 0.1562 - 0.5825 \log r \\ T③: \log(\tau/\bar{\tau}) &= 0.4729 - 0.5738 \log r \\ N③: \log(\sigma/\bar{\tau}) &= -0.6677 - 0.5540 \log r \end{aligned} \right\} (23)$$

Yavorsky<sup>8)</sup> らは maple 材で接着試片をつくり、いわゆるブロックせん断試験を行なっている。それは Fig. 1 と若干異なり  $AH$  面は 2 材の接着面であり、右側のブロックは  $KF$  面より 10 mm 下方まで延びておりクリアランスはとらない。この試片について応力塗料を用い、隅角部に最初の亀裂が発生するときの荷重  $P_1$  と、荷重を増大して中央部に亀裂が生ずるときの荷重  $P_2$  を測定し、 $P_2/P_1$  の比が応力集中度を表わすものとした。測定の結果によるとこの比は 3.2~23.3 と大きくばらついてはいるが、きわめて高い集中度であること、また glue line に沿っての亀裂の方向が  $A$  から  $H$  に向って  $34.5^\circ, 32^\circ, 21^\circ, 25^\circ, 28.5^\circ$  のように  $45^\circ$  と異なるので主せん断ひずみの方向は glue line と一致しないと述べている。しかし、畑山<sup>6)</sup> は正しく JIS に定められた寸法、形状のせん断試験体を作製し、同じく応力塗料によるひずみ分布を観測し、塗膜に生ずる亀裂がせん断面に約  $45^\circ$  の傾斜をなすことを報告している。

Maku<sup>17)</sup> は応力凍結サンドイッチ法によって JIS せん断試験体の応力を解析した。すなわち、マカバ材



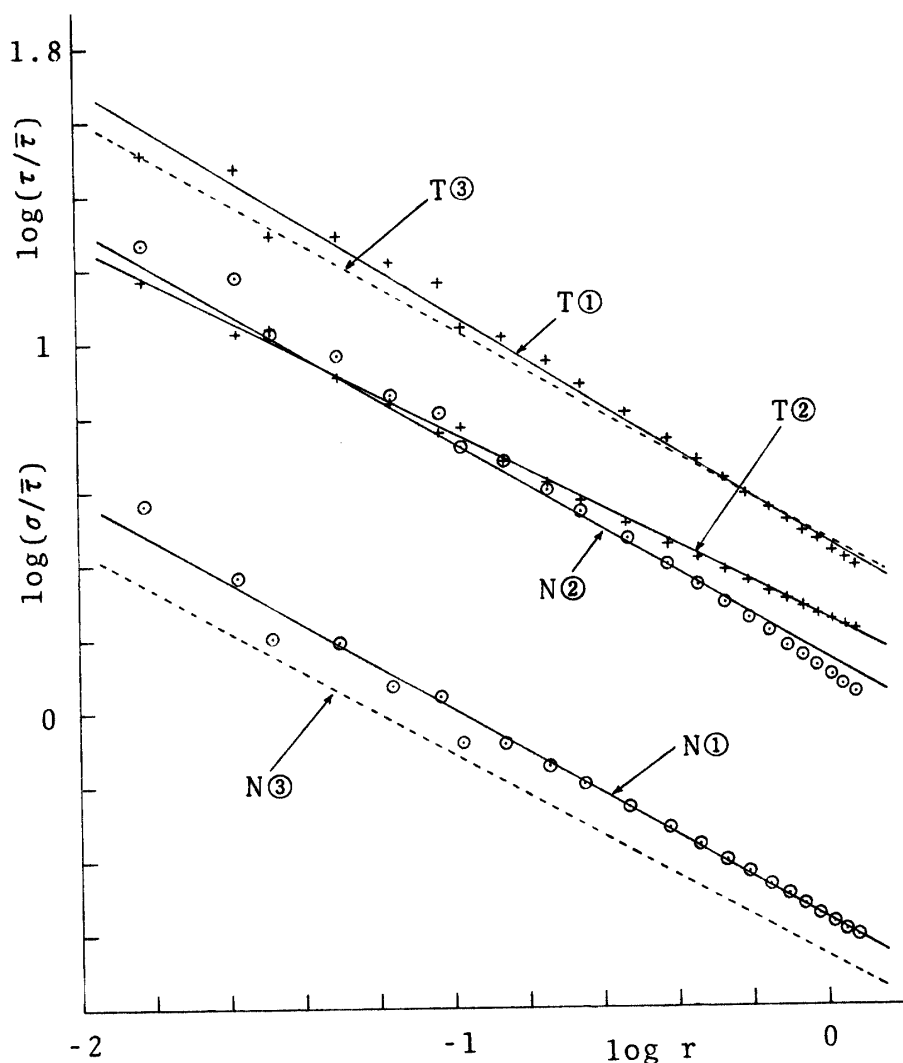


Fig. 6. Values of shearing stress ( $T$ ) and normal stress ( $N$ ) in the vicinity of the reentrant corner in the JIS-shear-specimen (calculated by FEM).  
 $r$ : distance from the reentrant corner, (mm).

とアラルダイト樹脂板を交互3層にサンドイッチした材料から椅子型の試験体をつくり、この樹脂のガラス転移点(105~110°C)以上の温度でJISの方法に準じ、破壊荷重のおよそ3/4の荷重をかけそのまま室温まで温度を下げる。その後除荷して樹脂板を切り出し、3枚を重ねて透過型の光弾性装置により等傾線、等色線の観測を行なった。その結果せん断面に沿う等傾線はほぼ45°、したがって木材試片の主せん断ひずみの方向はせん断面にほぼ平行であり、せん断応力の分布は中央1/3の部分ではほぼ一様で $0.5\bar{\tau}$ 、 $A$ および $H$ 点から少し内部にそれぞれ極大点が見われ、その大きさは(4.0~5.0) $\bar{\tau}$ であるとしている。

Makuらの結果でこのように上、下2カ所に $\tau$ の極大が見われるのはクリアランスを0としている為であ

って、JISに規定するようにクリアランスを2mmとすれば $AH$ 面で $H$ 点近くに $\tau$ の極大値が生ずるような分布にはならない。主せん断応力の方向とせん断面( $AH$ )とのなす角は、 $Y=2\sim 26$ mmの範囲で、case 1では14~30°、case 2では2~20°と計算され、荷重面における変位または荷重条件に大きく左右されるから、実験においてもこの点についての吟味が必要である。

隅角部 $A$ 点の応力は(23)式の形から $r\rightarrow 0$ で $\tau, \sigma$ 何れも無限大になる。したがってこの点における弾性応力の集中度を云々することは無意味である。クラックを有する部材の強度に関するいわゆる破壊力学はGriffith<sup>4)</sup>, Orowan<sup>23)</sup>, Irwin<sup>9,10)</sup>らの研究を契機に、近年著しい発展をみせているが、そこでは力学的場の条件を表わすパラメータとして応力、ひずみの代りに応

力拡大係数  $K$  またはクラック進展に伴うエネルギー解放率  $\mathcal{G}$  を導入し、破壊基準として

$$K \geq K_c \text{ or } \mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c \quad (24)$$

を用いている。上式の  $K_c, \mathcal{G}_c$  はクラックを有する部材の材料強度を示す特性値であり何れも破壊靱性と呼ばれる。

破壊力学の木材への適用に関しては Porter<sup>26)</sup>, Wu<sup>30)</sup>, Walsh<sup>33)</sup>, Tomin<sup>32)</sup>, Johnson<sup>11)</sup>, Schniewind<sup>30)</sup>, 大河平<sup>18,19)</sup> らの研究があり、特に木材の繊維に平行なクラックがこれに垂直な引張力を受けるときの強さ(あるいは割裂強さ)は上記の  $K_c$  または  $\mathcal{G}_c$  を用いてよく表わし得るとしている。また、接着剤による木材の接着強さについても Komatsu<sup>13)</sup>, 佐々木<sup>29)</sup>, Harischandra<sup>5)</sup>, 作野<sup>28)</sup> らが、破壊力学の手法を適用して、実験結果を合理的にとりまとめ得るとしている。

椅子型せん断試験体 (JIS) の隅角部の応力は前述の如くいずれも無限大になるから、応力の大きさをもって力学的場の条件を表わすパラメータとなし得ないことは明白である。Walsh ら<sup>34)</sup> は二重添板を有する lap joint について、添板と母材との隅角部の応力が

$$\sigma = K_A(2\pi r)^{-\alpha_1} f_A(\theta) + K_B(2\pi r)^{-\alpha_2} f_B(\theta)$$

の形で表わされ、この  $K_A, K_B$  をクラック先端における応力拡大係数  $K$  に相当する量とみなし

$$f(K_A/K_{AC}, K_B/K_{BC}) = 1$$

の形の破壊基準を提案している。

椅子型せん断試験体の隅角部の応力は要素法による計算の結果 (23) 式からせん断面に沿う方向で

$$\tau = K_t r^{\lambda_t}, \quad \sigma = K_n r^{\lambda_n} \quad (25)$$

の形で表わされ、 $\lambda_t = -0.51 \sim -0.62$ ,  $\lambda_n = -0.55 \sim -0.58$  となり、境界条件および材料の弾性定数によって特異性の次数も一定でないから、破壊基準としては  $K_t, K_n$  だけでなく  $\lambda_t, \lambda_n$  も関係させて考えるべきである。

### クラック発生に伴うエネルギー解放率

破壊力学におけるエネルギー解放率  $\mathcal{G}$  はクラックの進展に伴う系全体のポテンシャルエネルギーの減少率であって、変位一定の条件では

$$\mathcal{G} = -\partial U / \partial A \quad (26.1)$$

荷重一定の条件では

$$\mathcal{G} = \partial U / \partial A \quad (26.2)$$

として定まる。ここで  $U$  は弾性体のひずみエネルギー、 $A$  はクラック面積 (厚さ  $t$  が一定の場合、クラック長を  $a$  とすると  $A=ta$ ) を表わす。

せん断試験体に荷重が作用して変形を生じた時、試験体内部に貯えられるひずみエネルギーは Fig. 3 における荷重面  $AF$  に作用する節点力  $(P_v)_i$  と対応する変位  $(v)_i$  とから

$$U = \frac{1}{2} \sum_i (P_v)_i (v)_i \quad (=U_0) \quad (27)$$

として計算される。

Fig. 1 の隅角点  $A$  から  $AH$  (繊維方向) に沿って長さ  $\Delta a$  および  $2\Delta a$  の直線クラックが生じている時のひずみエネルギーを  $U_1$  および  $U_2$  とする。Fig. 3-3 で  $A$  点を中心に上下、左右対称になるよう  $Atap$  部分にも要素を配値し (これを Fig. 3-3' とする), Fig. 3-2 の  $X=20.0, Y=29.5$  の位置にこの中心点をおき、 $Y=29.5 \sim 30.0$  の間は切断されている (クラック長:  $\Delta a=0.5 \text{ mm}$ ) として要素法による計算を行う。つづいて Fig. 3-3' の要素ブロックを  $X=20.0, Y=29.0$  にその中心を移動し、 $Y=29.0 \sim 30.0$  の間が切断されている (クラック長:  $2\Delta a=1.0 \text{ mm}$ ) として同じ計算を行ない、それぞれに (27) 式を用いて  $U_1$  および  $U_2$  を得る。計算の結果は次のようになる。(単位は  $\text{kg} \cdot \text{mm}$ )

case 1	$U_0=2.7845$
	$U_1=2.6406$
	$U_2=2.5523$
case 2	$U_0=4.2757$
	$U_1=4.4362$
	$U_2=4.5595$
case 3	$U_0=3.7892$
	$U_1=3.6040$
	$U_2=3.4924$

これらはいずれも単位厚さ ( $t=1 \text{ mm}$ ) および  $\bar{\tau}$  (平均せん断応力)  $=1 \text{ kg/mm}^2$  に対する値である。 $U$  の  $a$  に対する変化を 3 次多項式で近似すると<sup>37)</sup>

$$(\mathcal{G}^*)_{\tau=1} = \pm (\partial U / \partial A)_{a=0} = \pm \frac{1}{2t\Delta a} (3U_0 - 4U_1 + U_2) \quad (28)$$

としてクラック発生に伴うエネルギー解放率を求めることが出来る。(ノッチ底に対するものであるから \* をつけて区別する)。このような有限要素法による  $\mathcal{G}$  の計算は、Dixon ら<sup>2)</sup> が等方体帯板中央クラックに対して用いた方法に準じたものであり、比較的粗い要素分割でもかなり良い精度が得られる。求められた結果は case 1, 2 および 3 に対しそれぞれ  $(\mathcal{G}^*)_{\tau=1} = 0.3434, 0.3582$  および  $0.4440 \text{ kg/mm}$  となる。

スギ気乾材の椅子型試験体でのせん断強さ  $\tau_c$  は LR に対して  $0.55 \sim 0.90 \text{ kg/mm}^2$ , LT に対して  $0.65 \sim 0.80 \text{ kg/mm}^2$  が得られている<sup>21, 22)</sup>. 破壊靱性  $\mathcal{G}^*$  が材料の特性値であって,  $\mathcal{G}^* \geq \mathcal{G}_c^*$  が破壊基準であるなら,  $\mathcal{G}_c^* = \tau_c^2 (\mathcal{G}^*)_{\tau=1}$  の関係からスギ LR では  $\mathcal{G}_c^* = 0.104 \sim 0.278 (0.108 \sim 0.290) \text{ kg/mm}$ , スギ LT では  $\mathcal{G}_c^* = 0.188 \sim 0.284 \text{ kg/mm}$  となる。( ) 内の数値は case 2 すなわち面圧が等分布と云う条件から導かれる  $(\mathcal{G}^*)_{\tau=1}$  を用いた値である。(材料の弾性定数は, ここで計算に用いた定数と同一ではないからこれら  $\mathcal{G}_c^*$  の値は概略値である)

竹山<sup>31)</sup> はスギおよびマツ材について実大材, 合掌尻陸バリのせん断強さがハリの余長(せん断長)の増大に伴って急激に減少し, せん断長 = 300 mm ではマツ:  $0.29 \text{ kg/mm}^2$ , スギ:  $0.18 \text{ kg/mm}^2$  になると報告している. これらの標準試験体(せん断長 = 30 mm)でのせん断強さ  $\tau_c$  はマツ:  $1.00 \sim 1.15 \text{ kg/mm}^2$ , スギ:  $0.60 \sim 0.80 \text{ kg/mm}^2$  と示されているから, 実大材のせん断強さは  $\tau_c$  の  $1/3 \sim 1/4$  以下に低下することになる.

(28) 式から明らかなように厚さ  $t$  が一定で,  $X, Y$  の寸法がすべて  $n$  倍になった場合, 同じく  $\bar{\tau} = 1$  に対するひずみエネルギーは  $n^2$  倍となり,  $\Delta a$  は  $n$  倍であるから  $(\mathcal{G}^*)_{\tau=1}$  は  $n$  倍になる. したがって鋭い切欠きを有する部材の強さが, 破壊基準  $\mathcal{G}^* \geq \mathcal{G}_c^*$  に従うとすれば破壊せん断応力  $\bar{\tau}_c$  は

$$\bar{\tau}_c = \sqrt{\mathcal{G}_c^* / \sqrt{(\mathcal{G}^*)_{\tau=1}}}$$

の関係から, 寸法が  $n$  倍のとき  $1/\sqrt{n}$  になる. 前述の竹山の実験結果はせん断長が10倍のとき  $1/\sqrt{10} = 1/3.2$  となるべきであるから, おおむね破壊力学特有のこのような寸法効果によって説明し得る.

破壊力学においては一般に, クラック先端近傍の変形に関して独立な三つの基本様式すなわちモード I (opening), モード II (sliding) およびモード III (tearing) の各々に対して  $K_I, K_{II}, K_{III}$  あるいは  $\mathcal{G}_I, \mathcal{G}_{II}, \mathcal{G}_{III}$  を定義し<sup>24)</sup>, それぞれに対し独立な破壊靱性を考えるのであるが, 前述のエネルギー法では  $\mathcal{G}$  をさらに  $\mathcal{G}_I, \mathcal{G}_{II}$  に分解することが出来ない(ここではモード III はあり得ないから  $\mathcal{G}_{III} = 0$ ). Fig. 7 は椅子型試験体の隅角点 A からせん断面に沿って長さ  $\Delta a (= 1.0 \text{ mm})$  のクラックが生じた時, クラック内面各点の相対的変位  $\Delta u, \Delta v$  (Fig. 7 右下) をクラック先端からの距離  $r' (= \Delta a - r)$  に対してプロットしたものである. 図の①, ②, ③は case 1, case 2, case 3 に対応する.

いまクラックが存在する状態から出発し, クラック発生前にそこに作用していた応力を逆方向に加え, Fig. 7 の変位を逆にたどるとクラックは完全に閉じてもとの状態にかえる. その間に要した仕事の総和は定義から  $t \Delta a \mathcal{G}$  に等しい筈であり,  $\sigma$  の  $\Delta u$  に対してなす仕事はモード I,  $\tau$  の  $\Delta v$  に対してなす仕事はモード II に対応し, それらがそれぞれ  $\mathcal{G}_I^*$  および  $\mathcal{G}_{II}^*$  であってここでは  $\mathcal{G}_I^* + \mathcal{G}_{II}^* = \mathcal{G}^*$  となる. 隅角点 A の近傍でせん断面に沿うての応力は (25) 式で表わされるから, Fig. 7 のクラック内面の各節点に対する節点力  $(f_x)_i, (f_y)_i$  は

$$(f_x)_i = t \int_{r_i}^{r_{i+1}} K_n r'^n dr = \frac{t K_n}{(1+\lambda_n)} (r_{i+1}^{1+\lambda_n} - r_i^{1+\lambda_n}) \quad (27.1)$$

$$(f_y)_i = t \int_{r_i}^{r_{i+1}} K_t r'^n dr = \frac{t K_t}{(1+\lambda_t)} (r_{i+1}^{1+\lambda_t} - r_i^{1+\lambda_t}) \quad (27.2)$$

として計算される.  $r_i$  は節点  $(i-1)$  と  $i$ ,  $r_{i+1}$  は節点  $i$  と  $(i+1)$  の中間点の, それぞれ A 点からの距離を表わす. 対応する節点の相対的変位  $\Delta u_i, \Delta v_i$  とから

$$\Delta U_I = \frac{1}{2} \sum_i (f_x)_i \Delta u_i, \quad \Delta U_{II} = \frac{1}{2} \sum_i (f_y)_i \Delta v_i \quad (28)$$

が求まる. この  $\Delta U_I, \Delta U_{II}$  は  $\Delta a \rightarrow 0$  のときそれぞれ  $t \Delta a \mathcal{G}_I^*, t \Delta a \mathcal{G}_{II}^*$  に等しくなるべき量であり, この極限値を十分な精度で求めるためにはいくつかの  $\Delta a$  について (28) 式の値を求め数値微分の方法を用いればよい. しかしここではモード I とモード II の概略の比を定める目的から  $\Delta a = 1 \text{ mm}$  の場合のみについて (28) 式の値を計算し  $\Delta U_I + \Delta U_{II} = \Delta U$ ,  $\Delta U_I / \Delta U \doteq \mathcal{G}_I^* / \mathcal{G}^*$ ,  $\Delta U_{II} / \Delta U \doteq \mathcal{G}_{II}^* / \mathcal{G}^*$  とみなすことにする. ( $\Delta U$  は先に求めた  $U_2$  と  $U_0$  の差に等しくなるべき量である) 計算の結果は

case 1	$\Delta U_I = 0.0095 (0.044)$
	$\Delta U_{II} = 0.2044 (0.956)$
	$\Delta U = 0.2139 (0.921)$
case 2	$\Delta U_I = 0.2245 (0.841)$
	$\Delta U_{II} = 0.0424 (0.159)$
	$\Delta U = 0.2669 (0.940)$
case 3	$\Delta U_I = 0.0118 (0.043)$
	$\Delta U_{II} = 0.2619 (0.957)$
	$\Delta U = 0.2737 (0.922)$

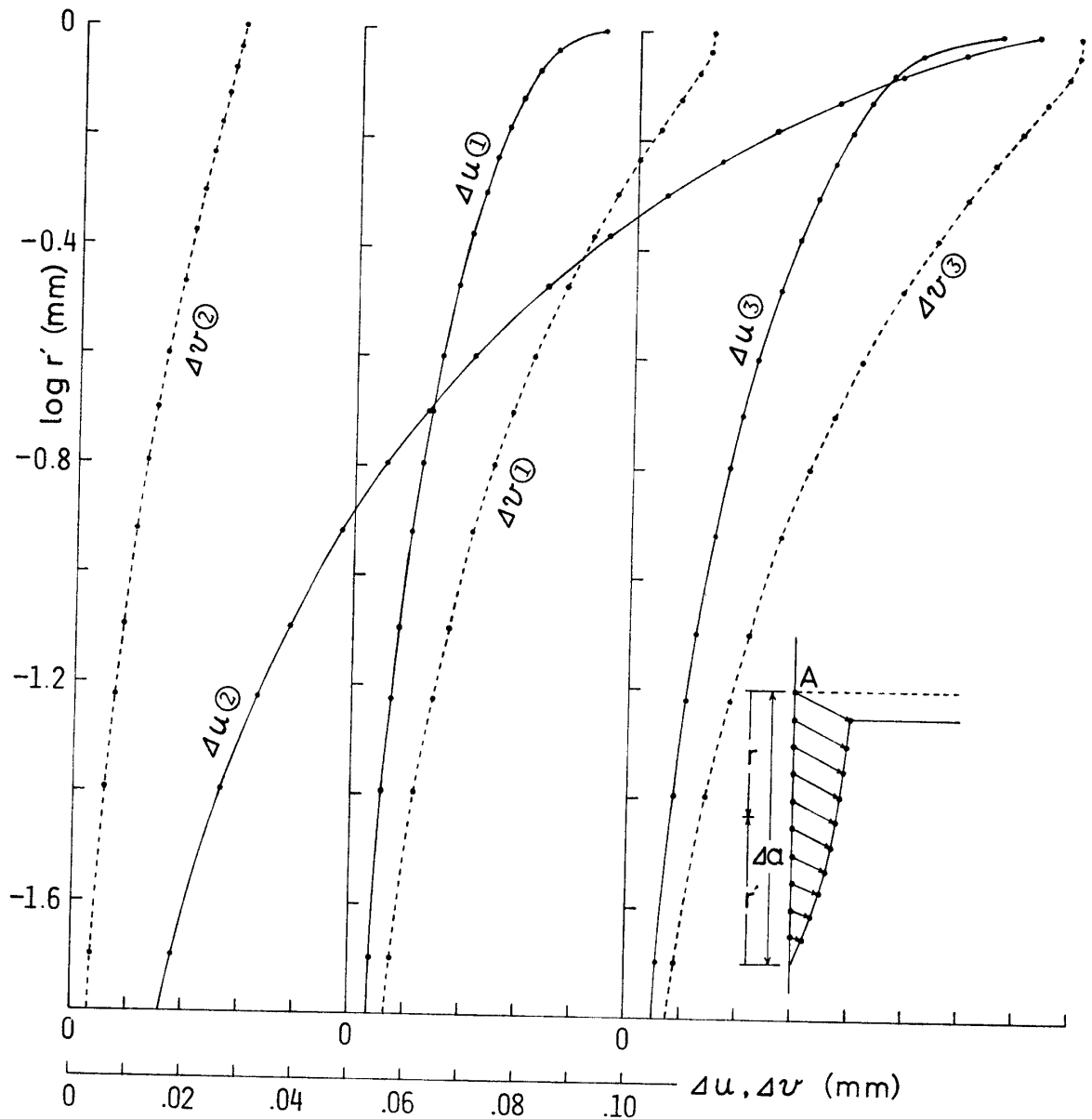


Fig. 7. Relative horizontal ( $\Delta u$ ) and vertical ( $\Delta v$ ) displacements of points on the innersurface of a crack initiated at the reentrant corner in the JIS-shear-specimen (calculated by FEM).

となる。(  $\Delta U_I, \Delta U_{II}$  の後の ( ) 内の数値は  $\Delta U_I/\Delta U, \Delta U_{II}/\Delta U$  を表わし,  $\Delta U$  のそれは  $\Delta U/(U_2 - U_0)$  を表わす。) 上記の結果から case 1, case 3 ではモード II が支配的であるが, case 2 ではモード I が優勢になる。実際のせん断試験での破壊はおそらくこの中間の状態であると考えられる。

文献 11, 18, 19, 26, 30, 32, 33, 36) によると木材の繊維に平行なクラックに対する  $\mathcal{G}_{IC}$  は 0.004~0.04 kg/mm の範囲にあり, ここで求められた  $\mathcal{G}_c^*$  の値はこれらより概略 1 ケタ大きい。これは  $\mathcal{G}_{IC}$  がモード I に対するものであるのに対し, ここでの  $\mathcal{G}_c^*$  はモード II が支配的である場合のものであると云うこと

の他に,  $\mathcal{G}_{IC}$  は既に存在するクラックがさらにその方向に進展することへの抵抗であるのに対し,  $\mathcal{G}_c^*$  は直角ノッチ底で, クラックがあらたに発生することに対する抵抗を表わすものであることを考えれば, このような差異のあることも首肯出来るであろう。Komatsu ら<sup>14)</sup> はブナ材をエポキシ樹脂で接着し, 二重片持バリ方式で接着面の引裂きに対する  $\mathcal{G}_{IC}$  を測定して, 接着層の厚さが 1.5 mm の場合  $\mathcal{G}_{IC} = 0.182$  kg/mm, 厚さ 3.0 mm のとき 0.204 kg/mm の値を得ている。片持ハリの長さが 35~120 mm, ハリの高さが約 15 mm であることを考えると, Komatsu らが問題とした破壊点はクラック先端の条件より直角ノッチ底の条件に

近いと考えられる。

木構造では一般に鋭い切欠きを有する部材が多用されている。このような切欠きをもつ部材の強度を問題とする場合には、通常材料力学的取扱いではなく、破壊力学的手法を導入することが必要であり、その際ここで論じたエネルギー解放率  $\mathcal{G}^*$  が有効な力学パラメーターとなり得ると考える。実際の構造設計に用い得るような  $\mathcal{G}^*$  の算出法および対応する破壊靱性  $\mathcal{G}_c^*$  の測定法、複合モードに対する破壊基準の確立などの課題が引きつづき今後究明されなければならない。

## 要 約

JIS および ASTM 規格では、木材の繊維に平行なせん断強さ  $\tau_c$  を Fig. 1 に示す方法で試験するように規定されている。この試験体の応力分布を求めるために有限要素法による数値解析を行なった。その結果せん断面  $AH$  上のせん断応力  $\tau (= \tau_{xy})$ 、および垂直応力  $\sigma (= \sigma_x)$  の分布は、 $Y=0 \sim 29$  mm の範囲で、Fig. 5 の  $T①$ 、 $N①$  のようであることが示された。(同図の  $T②$ 、 $N②$  は荷重が等分布であると仮定したときのものである。)

切欠き底の近傍で、同じくせん断面上の  $\sigma$  および  $\tau$  は切欠き底からの距離を  $r$  としていずれも (25) 式の形になり  $r^{-(0.51 \sim 0.62)}$ 、 $r^{-(0.55 \sim 0.58)}$  の特異性を示す結果を得た。数値計算はすべてスギ気乾材の標準的な弾性定数を用いて行なったが、これら応力特異性の次数および応力拡大係数に相当する (25) 式の  $K_I$ 、 $K_{II}$  は境界条件とともに材料の弾性定数に依存することが知られた。

平均せん断応力  $\bar{\tau}=1$  kg/mm<sup>2</sup> のもとで、切欠き底からせん断面に沿ってクラックが発生する際のポテンシャルエネルギーの解放(減少)率  $(\mathcal{G}^*)_{\bar{\tau}=1}$  は、同じくスギ気乾材について  $0.34 \sim 0.44$  kg/mm と計算された。鋭い切欠き、したがって応力特異性を有するこのような試験体で(弾性)応力集中率を云々することは無意味であるから、破壊基準を定めるにはこのエネルギー解放率を力学的環境のパラメーターとすることが合理的である。実験で求められた  $\tau_c$  と上記の  $(\mathcal{G}^*)_{\bar{\tau}=1}$  とから、スギ気乾材、椅子型試験体の破壊靱性  $\mathcal{G}_c^*$  の値は  $0.10 \sim 0.28$  kg/mm と推定される。せん断破壊時の変形モードはおそらくモード I とモード II の複合であると予想されるので、この  $\mathcal{G}_c^*$  は複合モードに対するものであり、直角ノッチを有し、その縁にせん断荷重を受ける木構造部材の破壊靱性値に相当するものと考えられる。

## 文 献

- 1) ASTM: 1973 Annual Book of ASTM Standards, Part 16, p. 70-129, ASTM, Philadelphia (1973)
- 2) Dixon, J. R. and Pook, L. P.: Stress Intensity Factors Calculated Generally by the Finite Element Technique, *Nature* **224**, 166-167 (1969)
- 3) 福原達三: 光弾性実験による Simple beam における内力分布の研究, *機械学会誌*, **30**, 365-394 (1927)
- 4) Griffith, A. A.: The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Phyl. Trans. Roy. Soc., London*, **221**, 168-198 (1920)
- 5) Harischandra, K. L. W. and Okohira, Y.: A Measurement Method of Cleavage Toughness of Glue Line, 三重大農学術報告, **49**, 107-125 (1975)
- 6) 畑山謙男: 応力塗料で示された木材の各種応力による歪分布, *岩大農演報*, **1**, 66-82 (1961)
- 7) Hearmon, R. F. S.: Applied Anisotropic Elasticity, p. 59-63, Oxford Univ. Press, London (1961)
- 8) 樋口正一: 直交異方二次元弾性論の境界値問題, 九大応力研所報, **10**, 1-62 (1957)
- 9) Irwin, G. R. and Kies, J. A.: Fracturing and Fracture Dynamics, *Welding J.*, **31**, 95-100 (1952)
- 10) Irwin, G. R.: Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, *J. Appl. Mech.*, **24**, 361-364 (1957)
- 11) Johnson, J. H.: Crack Initiation in Wood Plates, *Wood Sci.*, **6**, 151-158 (1973)
- 12) Kollmann, F. P. and Côté, W. A.: Principles of Wood Science and Technology, I Solid Wood, p. 394-402, Springer, Berlin (1968)
- 13) Komatsu, H., Sasaki, H. and Maku, T.: Evaluation of Fracture Toughness for Wood-Epoxy Adhesive System under External Shear Force, *Wood Research*, **57**, 10-22 (1974)
- 14) Komatsu, K. and Sasaki, H.: Strain Energy Release Rate of Double Cantilever Beam Specimen with Finite Thickness of Adhesive Layer, *Wood Research*, **59/60**, 80-92 (1976)
- 15) Leicester, R. H.: The Size Effect of Notches, *Proc. 2nd Aust. Confer. on Mech. of Struct. and Materials*, p. 4.1-4.20 (1969)
- 16) Leicester, R. H.: Some Aspects of Stress Fields at Sharp Notches in Orthotropic Materials, *Technol. Paper*, **57**, Div. Forest Prod., CSIRO, Australia (1971)
- 17) Maku, T. and Sasaki, H.: Stress Analysis of Wood, Second Trial with a Photoelastic Method, *Wood Science and Technology*, **2**, 207-212 (1968)
- 18) 大河平行雄: 木材の割裂靱性に関する研究, 三大農学術報告, **47**, 263-297 (1974)
- 19) 大河平行雄: 木材の割裂に関する力学的研究, 三大農演報, **10**, 1-56 (1975)
- 20) 大草克己: 木材強度試験体(割裂・横引張・部分横圧縮)応力の数値的解析, *鹿大農演報*, **4**, 1-84 (1976)
- 21) 大草克己: 木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究, (第1報) 振り試験によるせん断応力とひずみ(直交異方弾塑性解析), *鹿大農演報*, **6**, 21-61

- (1978)
- 22) 大草克己：木材のせん断に関する弾塑性論および破壊力学的研究, (第2報) 木材ハリの水平せん断, 鹿大農演報, **7**, 29-68 (1979)
- 23) Orowan, E.: Energy Criteria of Fracture, *Welding J.*, **34**, 157-160 (1955)
- 24) Paris, P. C. and G. C. Sih: Stress Analysis of Cracks, *ASTM STP*, **38**, 30-83 (1965)
- 25) Petermann, H.: Schubversuche mit Kiefernholz, *Holz R. W.*, **4**, 141-150 (1941)
- 26) Porter, A. R.: On the Mechanics of Fracture in Wood, *Forest Prod. J.*, **14**, 325-331 (1964)
- 27) 林業試験場(農林省)編: 木材工業ハンドブック, p. 174, 丸善, 東京(1973)
- 28) 作野友康: 木材接着の衝撃破壊に関する研究, 鳥大農演報, **9**, 1-91 (1977)
- 29) 佐々木光: エポキシ樹脂による木材接着と破壊力学, 接着, **18**, 172-181 (1974)
- 30) Schniewind, A. P. and Lyon, D. E.: A Fracture Mechanics Approach to the Tensile Strength Perpendicular to Grain of Dimension Lumber, *Wood Sci. Technol.*, **7**, 45-59 (1973)
- 31) 竹山謙三郎: 針葉樹材のせん断強度に関する実験的研究, 建築学会論文集, **33**, 4-5 (1944)
- 32) Tomin, M.: Influence of Anisotropy on Fracture Toughness of Wood, *Wood Sci.*, **5**, 118-121 (1972)
- 33) Walsh, P. F.: Cleavage Fracture in Timber, *Technol. Pap.*, **65**, Div. For. Prod. CSIRO, Australia (1971)
- 34) Walsh, P. F., Leicester, R. H. and Ryan, A.: The Strength of Glued Lap Joints in Timber, *Forest Prod. J.*, **23** (5), 30-33 (1973)
- 35) Williams, M. L.: Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plate in Extension, *J. Appl. Mech.*, **19**, 526-528 (1952)
- 36) Wu, E. M.: Application of Fracture Mechanics to Anisotropic Plates, *J. Appl. Mech.*, **34**, 967-974 (1967)
- 37) 山内二郎外2: 数値計算法 I, p. 90-91, 培風館, 東京.
- 38) Yavorsky, J. M. and Cunningham, J. H.: Strain Distribution in Maple Glue Block Shear Specimen as Indicated by a Brittle Lacquer, *Forest Prod. J.*, **5**, 80-84 (1955)

### Summary

According to the JIS and ASTM standards for the testing of the small-clear-specimens of timber, the shearing strength parallel-to-grain is to be tested as illustrated in Fig. 1.

The stress distributions in this shearing specimen were examined by the finite element method (FEM). In the examinations the finite elements were arranged as shown in Fig. 3-1, -2, -3, and on the calculation the elastic constants of the air-dried Sugi were used.

The distributions along the shearing-plane (AH), of the shearing stress ( $\tau$ ) and of the normal stress ( $\sigma$ ) within the range of  $0 \leq Y < 29$  mm are shown as curves  $T\textcircled{1}$  and  $N\textcircled{1}$  in Fig. 5. Over the loaded surface (AF), if the distributed load is of the uniform intensity, the stress distributions ( $\tau$ ,  $\sigma$ ) are to be shown as curves  $T\textcircled{2}$  and  $N\textcircled{2}$ .

As shown in Fig. 6, in the vicinity of the notch-root ( $A$ ), the relationships between  $\log \tau$  (or  $\log \sigma$ ) and  $\log r$  are linear, in which  $r$  ( $= 30 - Y$  mm) is the distance measured from the point  $A$ ; hence the following equations.

$$\tau = K_t r^{\lambda_t}, \quad \sigma = K_n r^{\lambda_n}$$

$$\lambda_t = -(0.55 \sim 0.58), \quad \lambda_n = -(0.51 \sim 0.62)$$

All these degrees ( $\lambda_t$ ,  $\lambda_n$ ) of the stress-singularities and the coefficients ( $K_t$ ,  $K_n$ ), corresponding to the stress intensity factors, are noted to be depending upon the boundary conditions and the elastic constants of the materials.

The energy release rate due to the initiation of the crack at the notch-root (one of the basic conception in the fracture mechanics) is to be defined as

$$\mathcal{G}^* = |\partial U / \partial A|$$

where  $U$  represents the strain energy,  $A$  ( $= ta$ ,  $t$ : thickness of the specimen,  $a$ : crack length) represents the inner-surface-area of the crack.

The strain energies  $U_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ , corresponding to the crack lengths  $0$ ,  $\Delta a$ ,  $2\Delta a$ , respectively, were calculated by FEM. Using the following equation

$$(\mathcal{G}^*)_{\bar{\tau}=1} = |3U_0 - 4U_1 + U_2| / (2t\Delta a)$$

where  $\bar{\tau}=1$  represents the case in which the value of the mean shearing stress is unit; the energy release rates are ascertained as  $0.34 \sim 0.44$  kg/mm.

In such a specimen having a sharp notch as this one, instead of the stress, the energy release rate should be

accepted as a parameter of the mechanical environment.

From the following relationship

$$\mathcal{G}_c^* = \tau_c (\mathcal{G}^*)_{\tau=1}$$

the value of  $\mathcal{G}_c^*$  was obtained as 0.10~0.28 kg/mm; here, the value of  $\tau_c$  measured by the testing of the JIS shearing specimen and that of  $(\mathcal{G}^*)_{\tau=1}$  calculated by the above procedure, were used. This value ( $\mathcal{G}_c^*$ ) is to be looked upon as the fracture toughness of the wooden member which has the right angle notch and which is to be subjected to the shearing load on the edge of the notch.